



PMC 2200 - MECÂNICA B – EMSC#02 - 22/04/2008

Exercício de Modelagem e Simulação Computacional # 02

Considere, conforme mostra a figura abaixo, um pião simétrico, sujeito à ação da força peso, desprezando qualquer forma de atrito. O eixo fixo OZ é vertical e O é uma articulação. Nestas condições, pode-se mostrar que uma única equação diferencial ordinária, não-linear, rege o movimento do ‘pião’,

$$I\ddot{\theta} + \frac{(\alpha - \beta \cos \theta)(\beta - \alpha \cos \theta)}{I \sin^3 \theta} = mgz_G \sin \theta \quad , \quad (1)$$

onde $\alpha = K_{OZ}$, $\beta = K_{Oz}$, componentes do momento angular nas direções OZ e Oz , são dois invariantes do movimento. Note que os parâmetros $\alpha = K_{OZ}$, $\beta = K_{Oz}$, dependem apenas das condições iniciais.

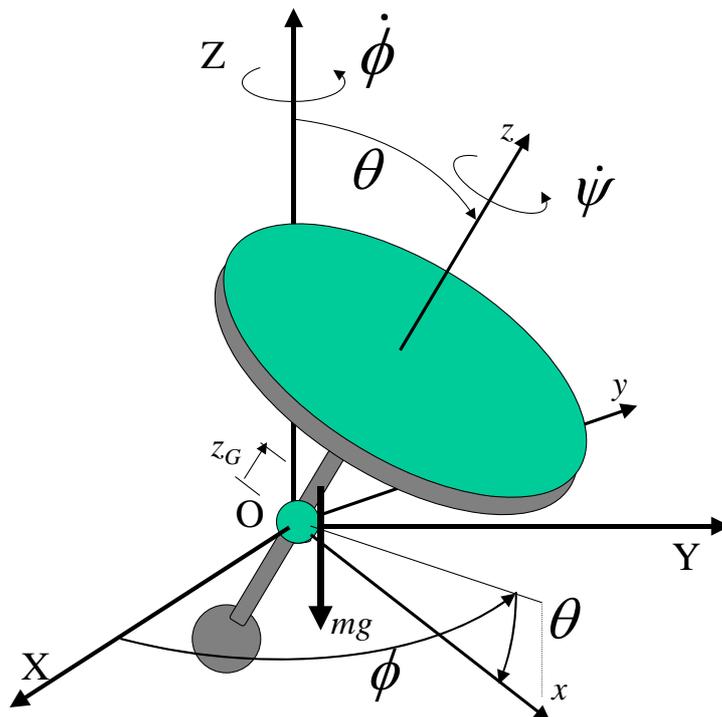


Figura 1 - Pião

As tarefas solicitadas são de três naturezas:

1. Modelagem do sistema dinâmico: estudando a dedução das equações do movimento e interpretando-as.
2. Modelagem do sistema através do *software* SCILAB, utilizando a ferramenta SCICOS.
3. Simulação do modelo computacional, com consequente análise e interpretação dos resultados numéricos.



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes nº2231 CEP05508-900 São Paulo SP
Telefone: (011) 818-5337 Fax (011) 813-1886

Departamento de Engenharia Mecânica

1 Modelagem do sistema dinâmico; deduzindo as equações do movimento.

- Deduza a equação (1).
- Interprete a situação particular de precessão estacionária, agora em termos dos invariantes $\alpha = K_{oz}$, $\beta = K_{oz}$, utilizando a equação (1) acima.
- Determine o valor da taxa de precessão estacionária $\dot{\phi} = \Omega$, considerando conhecidos os valores da taxa de rotação própria $\dot{\psi} = \omega$, constante, e do ângulo de equilíbrio $\bar{\theta}$.
- Discuta a estabilidade giroscópica, considerando os seguintes casos: $J > I$ (pião "achatado") e $J < I$ (pião "esbelto"). O que você pode concluir?

2 Modelagem do sistema através do software SCILAB, utilizando a ferramenta SCICOS.

- Elabore em ambiente SCILAB/SCICOS um diagrama de blocos de acordo com a apostila tutorial, representando a equação (1). A saída desta equação será a posição angular θ .

3 Simulação do modelo computacional, com consequente análise e interpretação dos resultados numéricos

- Teste o modelo SCILAB. Simule primeiramente o caso ideal de precessão estacionária, com os dados e condições iniciais abaixo. Plote gráficos de: $\theta(t); \phi(t); \dot{\theta}(t); \dot{\phi}(t); \dot{\psi}(t); X_G(t); Y_G(t); Z_G(t)$ e $Y_G(X_G)$. Plote o gráfico tridimensional $Z_G(t) = Z_G(X_G(t), Y_G(t))$. Analise o resultado e interprete-o.
- Com os mesmos dados e condições iniciais $\dot{\psi}(0), \dot{\phi}(0), \dot{\theta}(0)$, utilize agora um valor inicial do ângulo de nutação diferente de $\bar{\theta}$, digamos, $\theta(0) = \pi/3$, e repita a simulação. Plote gráficos de: $\theta(t); \phi(t); \dot{\theta}(t); \dot{\phi}(t); \dot{\psi}(t); X_G(t); Y_G(t); Z_G(t)$ e $Y_G(X_G)$. Plote o gráfico tridimensional $Z_G(t) = Z_G(X_G(t), Y_G(t))$. Analise o resultado e interprete-o.
- Aumente a rotação própria inicial $\dot{\psi}(0) = 2.0 \text{ rad/s}$. Repita a simulação e a análise. O que você pode concluir a respeito da restauração giroscópica?
- Diminua a rotação própria inicial para $\dot{\psi}(0) = 0.5 \text{ rad/s}$. Repita a simulação e a análise. Interprete o movimento.
- Varie sistematicamente dados e parâmetros iniciais. Explore seu modelo SCILAB, procurando compreender as várias possibilidades de movimento que mesmo este caso particular apresenta. Mantendo os demais parâmetros e condições inalteradas, faça, por exemplo:
 - $J = I/2$
 - $J = 2I$ e $\dot{\theta}(0) = \pm 0.01; \pm 0.05; \pm 0.075; \pm 0.1; \pm 0.125; \pm 0.150$ (rad/s)
 - $J = 2I$ e $z_G = 0$ ou $z_G = -0.2 \text{ m}$.

DADOS PARA SIMULAÇÃO:

$m = 0.1 \text{ kg}; g = 10 \text{ m/s}^2; z_G = 0.2 \text{ m}; I = 1,0 \text{ kg m}^2; J = 2I;$
condições iniciais: $\bar{\theta} = \pi/4; \dot{\psi}(0) = 1.0 \text{ rad/s}; \dot{\theta}(0) = 0$