

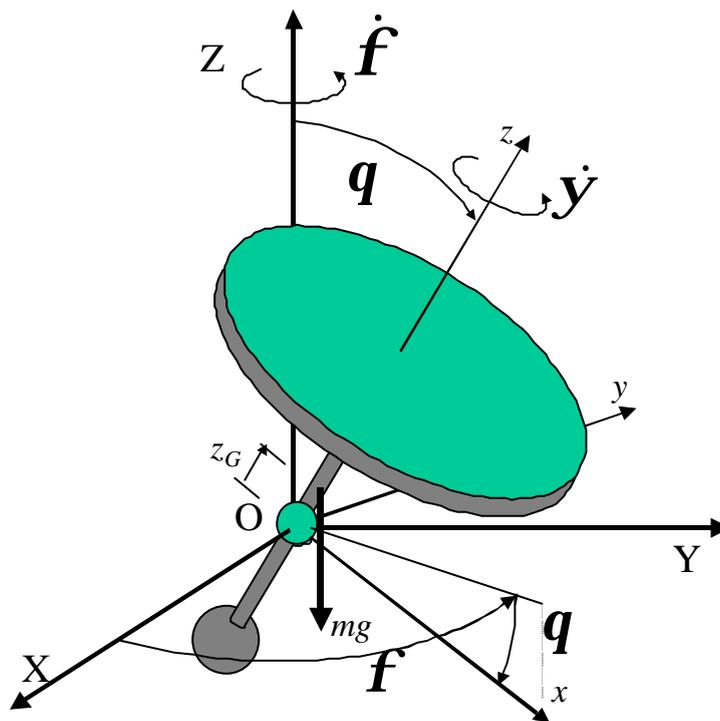


**PMC 2200 - MECÂNICA B - Exercício Computacional # 02- 02/05/2006**

A figura abaixo mostra um pião simétrico sujeito à ação da força peso. O eixo fixo  $OZ$  é vertical e  $O$  é uma articulação. Nestas condições, pode-se mostrar que uma única equação diferencial ordinária, não-linear, rege o movimento do pião,

$$I\ddot{q} + \frac{(a - b \cos q)(b - a \cos q)}{I \sin^3 q} = mgz_G \sin q, \quad (1)$$

onde  $a = K_{OZ}$ ,  $b = K_{Oz}$  são dois invariantes do movimento. Note que os parâmetros  $a = K_{OZ}$ ,  $b = K_{Oz}$ , dependem apenas das condições iniciais (ver relações (6.18), (6.28) e (6.60) do capítulo 6 da apostila “Dinâmica dos Corpos Rígidos”).



**Figura 1 - Pião Simétrico**

As tarefas solicitadas são de três naturezas, listadas abaixo e detalhadas na página seguinte:

1. Modelagem do sistema dinâmico: estudando a dedução das equações do movimento e interpretando-as.
2. Modelagem do sistema através do *software* SCILAB, utilizando a ferramenta SCICOS.
3. Simulação do modelo computacional, com consequente análise e interpretação dos resultados numéricos.



# ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes nº2231 CEP05508-900 São Paulo SP  
Telefone: (011) 818-5337 Fax (011) 813-1886

## Departamento de Engenharia Mecânica

### 1 Modelagem do sistema dinâmico; deduzindo e interpretando as equações do movimento.

- Estude o capítulo 6 da apostila "Dinâmica dos Corpos Rígidos" disponível no "site" da disciplina.
- Interprete a situação particular de precessão estacionária, agora em termos dos invariantes  $\mathbf{a} = K_{Oz}$ ,  $\mathbf{b} = K_{Oz}$ , utilizando a equação (1) acima.
- Determine o valor da taxa de precessão estacionária  $\dot{\mathbf{f}} = \Omega$ , considerando conhecidos a taxa de rotação própria  $\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{w}$ , constante, e o ângulo de equilíbrio  $\bar{\mathbf{q}}$ .
- Discuta a estabilidade "giroscópica", considerando os seguintes casos:  $J > I$  (pião "achatado") e  $J < I$  (pião esbelto). O que você pode concluir?
- Discuta a possibilidade de precessão "direta" ( $\dot{\mathbf{y}}/\dot{\mathbf{f}} > 0$ ) e "retrógada" ( $\dot{\mathbf{y}}/\dot{\mathbf{f}} < 0$ ).

### 2 Modelagem do sistema através do software SCILAB, utilizando a ferramenta SCICOS.

- Elabore em ambiente SCILAB/SCICOS um diagrama de blocos de acordo com a apostila tutorial, representando a equação (1). A saída será a posição angular  $\mathbf{q}$ .

### 3 Simulação do modelo computacional, com conseqüente análise e interpretação dos resultados numéricos

- Teste o modelo SCILAB, com a equação não-linear. Simule primeiramente o caso ideal de precessão estacionária, com os dados e condições iniciais abaixo. Plote gráficos de:  $\mathbf{q}(t); \mathbf{f}(t); \dot{\mathbf{q}}(t); \dot{\mathbf{f}}(t); \dot{\mathbf{y}}(t); X_G(t), Y_G(t), Z_G(t)$  e  $Y_G(X_G)$ . Analise o resultado e interprete-o.
- Com os mesmos dados e condições iniciais  $\dot{\mathbf{y}}(0), \dot{\mathbf{f}}(0), \dot{\mathbf{q}}(0)$ , utilize agora um valor inicial  $\mathbf{q}(0) = \mathbf{p}/4$  e repita a simulação. Plote gráficos de:  $\mathbf{q}(t); \mathbf{f}(t); \dot{\mathbf{q}}(t); \dot{\mathbf{f}}(t); \dot{\mathbf{y}}(t); X_G(t), Y_G(t), Z_G(t)$  e  $Y_G(X_G)$ . Analise o resultado e interprete-o.
- Aumente a rotação própria inicial  $\dot{\mathbf{y}}(0) = 5\text{rad/s}$ . Repita a simulação e a análise. O que você pode concluir a respeito da restauração giroscópica?
- Diminua a rotação própria inicial para  $\dot{\mathbf{y}}(0) = 0.5\text{rad/s}$ . Repita a simulação e a análise. Interprete o movimento.
- Varie sistematicamente dados e parâmetros iniciais, incluindo situações em que  $\mathbf{q}(0) \approx 0$  e  $\dot{\mathbf{q}}(0) \neq 0$ . Explore seu modelo SCILAB, procurando compreender as várias possibilidades de movimento que este sistema apresenta.

DADOS PARA SIMULAÇÃO:

$$mgz_G = 0.2 \text{ Nm}; \quad I = 1,0 \text{ kg m}^2; \quad J = 2I;$$

$$\text{condições iniciais : } \bar{\mathbf{q}} = \mathbf{p}/6; \dot{\mathbf{y}}(0) = 1.0 \text{ rad/s}; \dot{\mathbf{q}}(0) = 0$$