ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

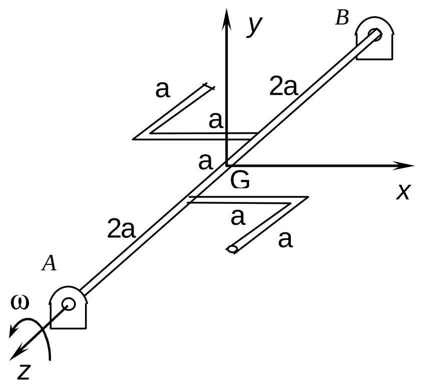
Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2200 – MECÂNICA B –Prova de Recuperação – 27 de julho de 2010
Duração da Prova: 110 minutos (não é permitido o uso de calculadoras)

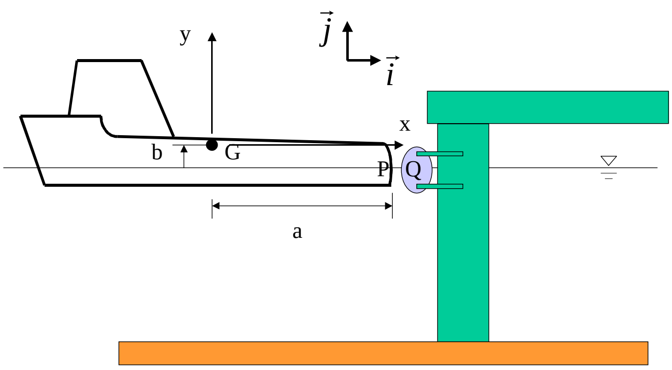
1ª Questão (1,0 ponto) – ***Limitando sua resposta a poucas linhas***, discuta os temas apresentados nas duas palestras proferidas durante o semestre. Demonstre o conhecimento apreendido acerca dos temas, desenvolvendo seu texto de forma crítica, na forma de resumos. Refira-se às palestras como (a) e (b), cronologicamente ordenadas.

2ª Questão (3,0pontos) - O dispositivo da figura é formado por barras esbeltas, de massa ρ por unidade de comprimento, e gira com velocidade angular constante ω. Pede-se determinar as reações dinâmicas nos mancais, (X_A, Y_A, X_B, Y_B). Para isso:

(a) Expresse o momento angular do dispositivo e sua derivada temporal, tomando como pólo o centro de massa G;
(b) Aplique os teoremas do momento angular e do movimento do baricentro;
(c) Determine as reações, expressando-as em função dos parâmetros ρ, a e ω.



3ª Questão (3,0pontos)



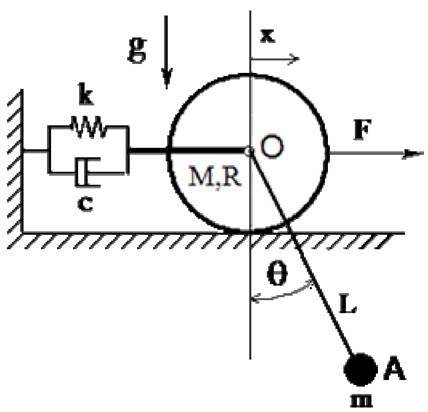
A figura ao lado mostra um rebocador portuário prestes a se chocar contra uma defensa de um atracadouro. A embarcação, de massa total *M*, realiza uma manobra à ré, em movimento de translação pura, com velocidade constante, tal que $\vec{V}_G = u\vec{i}$ é o vetor de velocidade de seu centro de massa, no instante imediatamente anterior ao choque. O ponto de contacto da embarcação com a defensa é *P*, tal que $(P - G) = a\vec{i} - b\vec{j}$. Admitindo válida a hipótese de restituição de Newton, com coeficiente ***e***, e desprezando qualquer forma de atrito, pede-se:

a) elabore o diagrama de corpo-livre;
b) equacione o problema de impacto;
c) determine o impulso $\vec{I}$ aplicado à embarcação;
d) determine a velocidade $\vec{V}_G{}' = u'\vec{i} + v'\vec{j}$, do centro de massa *G* da embarcação e o vetor de rotação da embarcação $\vec{\omega}'$, logo após o choque.

Dado: *J*, momento de inércia total da embarcação em torno do eixo Gz.

4ª Questão (4,0pontos) - No sistema mostrado na figura, o disco homogêneo de centro *O*, massa *M* e raio *R* rola, sem escorregar, sobre o plano horizontal e está acoplado a uma superfície vertical rígida por meio de uma mola de rigidez *k* e de um amortecedor viscoso linear de constante *c*. Um pêndulo simples, de massa *m* e comprimento *L*, é articulado ao centro do disco. A mola tem deformação nula quando a coordenada *x* vale zero. Uma força horizontal *F(t)* é aplicada *ao centro do disco*. Usando *x* e θ como coordenadas generalizadas:

(a) Escreva a energia cinética do sistema.
(b) Escreva a energia potencial do sistema.
(c) Deduza as equações de movimento para as coordenadas *x* e θ, usando o método da equação de Lagrange.



PME 2200 – MECÂNICA B – Segunda Prova – 18 de maio de 2010
RESOLUÇÃO

1ª Questão (1,0 ponto)

(a) A primeira palestra tratou da dinâmica de sistemas materiais de massa variável. Após introdução histórica, a palestra apresentou a correta interpretação da aplicação da segunda Lei de Newton para este tipo de sistema e a dedução da Equação de Lagrange consistentemente aplicável. Mostrou aplicações de cunho acadêmico e modelos representativos de problemas da engenharia. Em particular abordou os seguintes problemas: (i) dinâmica de cabo enrolado em carretel; (ii) dinâmica do colapso de edifícios; (iii) impacto hidrodinâmico; (iv) problema do foguete; (iv) problemas da corrente (versões de Buqouy e Cayley).

(0,5)

(b) Na segunda palestra apresentou-se uma técnica de identificação cinemática baseada na análise de seqüências temporais de imagens de cenas capturadas por pelo menos duas câmeras de vídeo posicionadas e orientadas de forma a registrarem o movimento de interesse. Para ilustrar essa técnica, fez-se a demonstração de um software que realiza o mapeamento entre o espaço euclidiano e o espaço bidimensional das câmeras após a conclusão de um processo de calibração baseado na análise de imagens da livre movimentação de um objeto tridimensional com forma e dimensões previamente conhecidas; cumprida a etapa de calibração, o sistema fica habilitado a registrar e a descrever as coordenadas tridimensionais de pequenos alvos contrastantes afixados às superfícies dos objetos cujos movimentos se pretende identificar. A técnica apresentada possui duas grandes virtudes: é minimamente invasiva, de vez que os pequenos alvos utilizados praticamente não interferem na dinâmica do sistema, e é baseada em uma instrumentação de fácil configuração, diferentemente do que ocorre com os sistemas de registro de movimentos baseados em acelerômetros. Para ilustrar a utilidade da técnica em foco apresentaram-se alguns exemplos de sua aplicação a problemas do âmbito da engenharia oceânica, com destaque para os seguintes: 1) registro e medição da variação temporal da forma da secção transversal de um duto sujeito a carga compressiva aplicada por prensa; 2) estudo do movimento de plataformas semi-submersíveis; 3) estudo da cinemática de linhas em catenária e, em particular, do fenômeno de compressão dinâmica.

(0,5)

2ª Questão (3,0 pontos)

(a)

Momento angular em relação a G:

$$\vec{H}_G = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_x & 0 & -J_{xz} \\ & J_y & \\ -J_{xz} & & Jz \end{bmatrix}_G \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{bmatrix} = \left(-J_{xz}\vec{i} + J_z\vec{k}\right)\omega$$

(0,5)

Como ω é mantido constante:

$$\dot{\vec{H}}_G = \left(-J_{xz}\dot{\vec{i}} + J_z\dot{\vec{k}}\right)\omega$$

e como: $\dot{\vec{i}} = \omega\vec{k} \wedge \vec{i} = \omega\vec{j}$ e $\dot{\vec{k}} = \omega\vec{k} \wedge \vec{k} = \vec{0}$, então,

$$\dot{\vec{H}}_G = -J_{xz}\omega^2\vec{j} \quad .$$

(0,5)

(b)

Momento das forças de reação aplicadas pelos mancais, em relação a G:

$$\vec{M}_G = (X_A - X_B)\frac{5a}{2}\vec{j} + (Y_A - Y_B)\frac{5a}{2}\vec{i}$$

(0,5)

TMA: $\dot{\vec{H}}_G = \vec{M}_G \;\therefore\; \begin{cases} Y_A = Y_B & (1) \\ X_A - X_B = -\dfrac{2J_{xz}\omega^2}{5a} & (2) \end{cases}$

TMB: $m\vec{a}_G = \vec{R}^{ext}$; $\vec{a}_G = \vec{0} \Rightarrow \vec{R}^{ext} = \vec{0} \;\therefore\; \begin{cases} Y_A + Y_B = 0 & (3) \\ X_A + X_B = 0 & (4) \end{cases}$

(0,5)

(c)

De (1) e (2): $Y_A = Y_B = 0$; de (3) e (4): $X_A = -\dfrac{J_{xz}\omega^2}{5a}$ e $Y_A = \dfrac{J_{xz}\omega^2}{5a}$

(0,5)

Como:

$$J_{xz} = \rho a\left[(-a)(-a) + (-\frac{a}{2})(-\frac{a}{2}) + \frac{a}{2}\frac{a}{2} + a\cdot a\right] = \frac{5}{2}\rho a^3$$

(0,5)

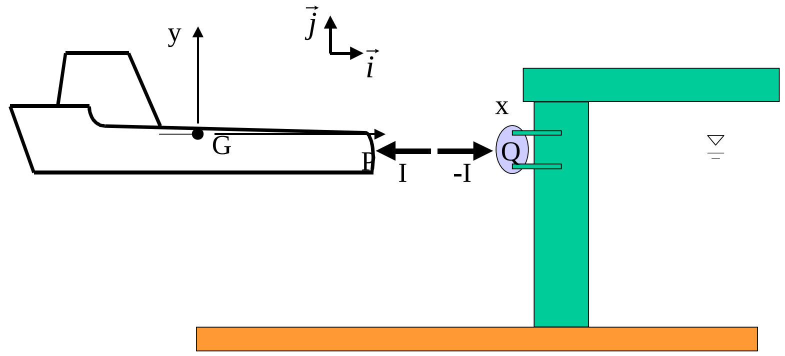
Então:

$$X_A = -\frac{\rho a^2\omega^2}{2a} \;;\quad X_B = \frac{\rho a^2\omega^2}{2a} \quad \text{e} \quad Y_A = Y_B = 0$$

(0,5)

3ª Questão (3,0 pontos)

a) elabore o diagrama de corpo-livre:



(0,5)

b) equacione o problema de impacto:

Aplicando-se o TRI para a embarcação, obtém-se

$$M(\vec{V}_G{}' - \vec{V}_G) = -I\vec{i} \Rightarrow \begin{cases} M(u'-u) = -I \\ M(v'-v) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u' = u - \dfrac{I}{M} \\ v' = 0 \end{cases} \qquad (1)$$

(0,5)

Utilizando-se o coeficiente de restituição de Newton, obtém-se a velocidade de P imediatamente após o choque, ao longo da normal de choque ($\vec{i}$):

$$v'_P\vec{i} = -eu\vec{i} \qquad (2)$$

(0,5)

Aplicando-se a equação fundamental da cinemática entre os pontos P e G, imediatamente após o choque, tem-se:

$$\vec{v}'_P = \vec{v}'_G + \vec{\omega}' \wedge (P-G) \Rightarrow \left(-eu\vec{i} + v'_{Py}\vec{j}\right) = \left(u - \frac{I}{M}\right)\vec{i} + \omega'\vec{k} \wedge \left(a\vec{i} - b\vec{j}\right) = \left(u - \frac{I}{M} + \omega' b\right)\vec{i} + \omega' a\vec{j}$$

Resolvendo-se a equação vetorial acima para a componente *x*, obtém-se:

$$\omega' = \frac{I}{Mb} - (1+e)\frac{u}{b} \qquad (3)$$

(0,5)

Aplicando-se o TMI para a embarcação, resulta:

$$J(\vec{\omega}' - \vec{\omega}) = -Ib\vec{k} \Rightarrow \vec{\omega}' = -\frac{Ib}{J}\vec{k} \qquad (4)$$

(0,5)

Resolvendo-se o sistema de equações acima, obtêm-se o impulso aplicado à embarcação, bem como a velocidade do baricentro e o vetor rotação imediatamente após o choque contra a defensa:

$$\vec{I} = -\frac{JMu}{Mb^2 + J}(1+e)\vec{i}$$

$$\vec{v}'_G = u\left(1 - \frac{J(1+e)}{Mb^2 + J}\right)\vec{i}$$

$$\vec{\omega}' = -\frac{Mub}{Mb^2 + J}(1+e)\vec{k}$$

(0,5)

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

4ª Questão (4,0 pontos)

(a) Energia Cinética: $T = T_D + T_A$ (D:disco; A: pêndulo)

Disco, s/ escorregamento (C=CIR): $T_D = \frac{1}{2} I_C \Omega^2 = \frac{1}{2}\frac{3MR^2}{2}\Omega^2 = \frac{3MR^2}{4}\Omega^2$.

Energia cinética do pêndulo: $T_A = \frac{1}{2} m {v_A}^2$.

(0,5)

Mas, $\vec{v}_A = (\dot{x} + \dot{\Theta} L\cos\theta)\vec{i} + (\dot{\Theta} L\sin\theta)\vec{j}$ e então: $T_A = \frac{1}{2} m\left(\dot{x}^2 + 2\dot{x}\dot{\Theta} L\cos\theta + \dot{\theta}^2 L^2\right)$.

Portanto: $T = \left(\frac{3}{4}M + \frac{1}{2}m\right)\dot{x}^2 + m\dot{x}\dot{\Theta} L\cos\theta + \frac{1}{2} m\dot{\theta}^2 L^2$.

(0,5)

(b) Energia Potencial: $V = \frac{1}{2}kx^2 + mgL(1-\cos\theta)$.

(0,5)

(c)

Rayleighiana: $R = \frac{1}{2} C\dot{x}^2$. (0,5)

Forças generalizadas outras (exceto as conservativas ou dissipativas de natureza Rayleighiana): $Q_x = F(t)$; $Q_\Theta = 0$.

(0,5)

Da equação de Lagrange: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_j} = Q_j$, vem:

$$\left(\frac{3}{2}M + m\right)\ddot{x} + (mL\cos\theta)\ddot{\theta} - mL\dot{\theta}^2\sin\theta + C\dot{x} + kx = F$$

$$(mL\cos\theta)\ddot{x} + mL^2\ddot{\theta} + mgL\sin\theta = 0$$

.

(0,5)