ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

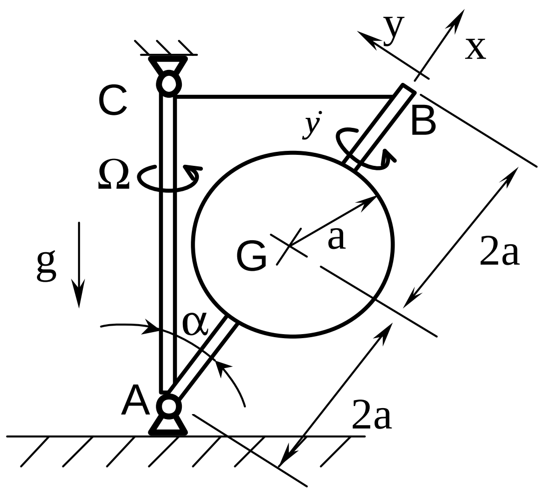
Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5355 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2200 – MECÂNICA B – Prova de Recuperação – 24 de julho de 2008

Duração da Prova: 100 minutos (não é permitido uso de calculadoras)

1ª Questão (5,0 pontos)



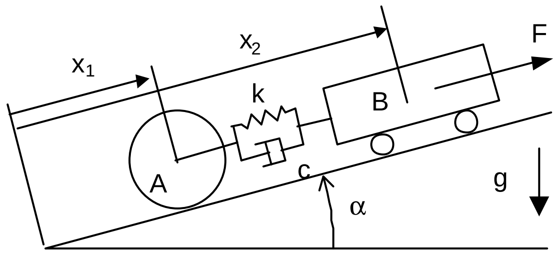
Uma esfera homogênea de raio ***a*** e massa ***m*** está presa a uma barra **AB** de comprimento **4*a*** e massa desprezível. A barra **AB** está presa à corda **BC**, forma um ângulo a (constante) com a vertical e gira em torno do eixo **AC** com velocidade angular constante $\Omega = \sqrt{g/a}$. A esfera gira em torno da barra **AB** com velocidade angular constante $\dot{y}$ **.** Utilizando a base $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, solidária à barra **AB**, determine:

(a) O vetor de rotação absoluto da esfera.

(b) Aplique o TMA e determine a tração ***F*** na corda **BC.**

Dado: Momento de inércia da esfera $J_{XG} = 2/5\, ma^2$

2ª Questão (5,0 pontos)



No sistema mostrado na figura, o disco de massa ***m*** e raio ***R*** rola sem escorregar sobre o plano inclinado e está acoplado a um bloco de massa ***m*** por meio de uma mola de rigidez ***k*** e um amortecedor viscoso linear de constante ***c***. Uma força ***F*** atua no bloco, que pode deslizar sem atrito sobre o plano inclinado. Usando x_1 e x_2 como coordenadas generalizadas, determine:

(a) A energia cinética do sistema.

(b) A energia potencial do sistema, considerando a mola sem carga na posição indicada.

(c) As equações de movimento para as coordenada x_1 e x_2, usando o método de *Lagrange*.

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

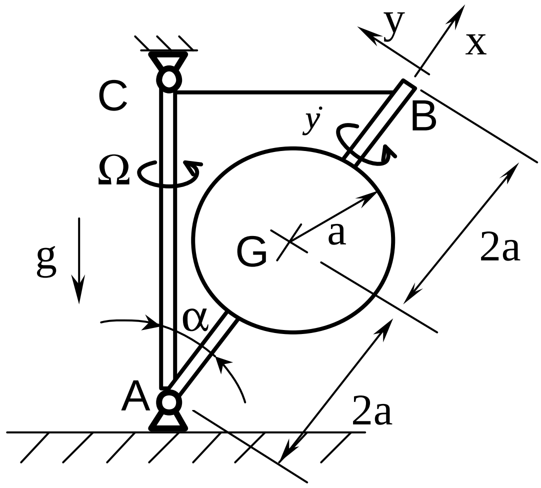
Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5355 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2200 – MECÂNICA B – Resolução da Prova de Recuperação – 24/07/2008

1ª Questão (5,0 pontos) Resolução

Uma esfera homogênea de raio ***a*** e massa ***m*** está presa a uma barra **AB** de comprimento **4a** e massa desprezível. A barra **AB** está presa à corda **BC**, forma um ângulo a (constante) com a vertical e gira em torno do eixo **AC** com velocidade angular constante $\Omega = \sqrt{g/a}$. A esfera gira em torno da barra **AB** com velocidade angular constante $\dot{y}$ **.** Utilizando a base $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, solidária à barra **AB**, determine:



(a) O vetor de rotação absoluto da esfera
(b) Aplique o TMA e determine a tração ***F*** na corda **BC**

Dado: Momento de inércia da esfera J_{XG} = 2/5 ma^2

$$\vec{W} = W(\cos a\ \vec{i} + \operatorname{sen} a\ \vec{j})$$

$$\vec{\dot{Y}} = \dot{Y}\ \vec{i}$$

$$\boxed{\vec{w} = (\dot{Y} + W\cos a)\vec{i} + W\operatorname{sen} a\ \vec{j}} \quad \text{(1,0)}$$

TMA pólo em A: $\dot{\vec{H}}_A = \vec{M}_A$ $\qquad \overrightarrow{M}_A = \{F(4a\cos a) - mg(2a\operatorname{sen} a)\}\vec{k}$ (1,0)

$$\vec{H}_A = J_{xA}(\dot{\Psi} + \Omega\cos a)\vec{i} + J_{yA}\Omega sen a\ \vec{j} \quad \text{(1,0)}$$

$$\dot{\vec{i}} = \Omega(\cos a\,\vec{i} + sen\,a\,\vec{j}) \wedge \vec{i} = -\Omega sen\,a\,\vec{k} \qquad \dot{\vec{j}} = \Omega(\cos a\,\vec{i} + sen\,a\,\vec{j}) \wedge \vec{j} = \Omega\cos a\,\vec{k} \quad \text{(0,5)}$$

$$J_{xA} = J_{xG} \quad ; \quad J_{yA} = J_{xG} + 4ma^2 \quad \text{(0,5)}$$

$$\dot{\vec{H}}_A = \{J_{xA}(-\dot{Y}W\operatorname{sen} a - W^2\operatorname{sen} a\cos a) + J_{yA}W^2\operatorname{sen} a\cos a\ \vec{k}$$

$$\dot{\vec{H}}_A = \left(4ma^2W^2\operatorname{sen} a\cos a - \frac{2ma^2}{5}\dot{Y}W\operatorname{sen} a\right)\vec{k} \quad \text{(0,5)}$$

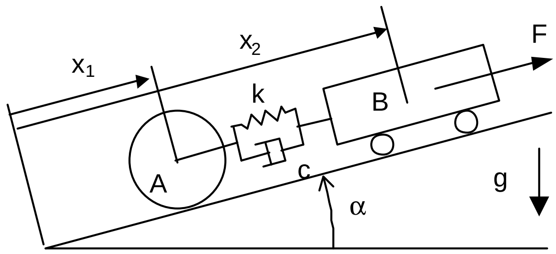
$$\boxed{F = \frac{1}{4a\cos a}\left(2mag.sen\,a + 4ma^2\Omega^2 sen\,a.\cos a - \frac{2ma^2}{5}\dot{\Psi}\Omega.sen\,a\right)} \quad \text{(0,5)}$$

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5355 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

2ª Questão (5,0 pontos) - Resolução



No sistema mostrado na figura, o disco de massa ***m*** e raio ***R*** rola sem escorregar sobre o plano inclinado e está acoplado a um bloco de massa ***m*** por meio de uma mola de rigidez ***k*** e um amortecedor viscoso linear de constante ***c***. Uma força ***F*** atua no bloco, que pode deslizar sem atrito sobre o plano inclinado. Usando x_1 e x_2 como coordenadas generalizadas, determine:

Resolução:

a) A energia cinética do sistema.

$$T = T_A + T_B;$$

$$T_A = \frac{1}{2}m\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}J_{A,z}\frac{\dot{x}_1^2}{R^2}; J_{A,z} = \frac{1}{2}mR^2 \Rightarrow T_A = \frac{3}{4}m\dot{x}_1^2;\ T_B = \frac{1}{2}m\dot{x}_2^2; \qquad (2,0)$$

$$T = \frac{1}{2}m(\frac{3}{2}\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2);$$

b) A energia potencial do sistema, considerando a mola sem carga na posição indicada.

$$V = V_{peso} + V_{mola};$$

$$V_{peso} = mg \operatorname{sen} a\,(x_1 + x_2);\ V_{mola} = \frac{k}{2}(x_2 - x_1)^2 \qquad (1,0)$$

c) As equações de movimento para as coordenada x_1 e x_2, usando o método de *Lagrange*.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} = Q_i;\ q_1 = x_1,\ q_2 = x_2; \qquad (0,5)$$

$$L = T - V;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} = \frac{3}{2}m\dot{x}_1 \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \frac{3}{2}m\ddot{x}_1;\ \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} = m\dot{x}_2 \xrightarrow{\frac{d}{dt}} m\ddot{x}_2;$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = -mg \operatorname{sen} a + \frac{k}{2}2(x_2 - x_1);\ \frac{\partial L}{\partial q_2} = -mg \operatorname{sen} a - \frac{k}{2}2(x_2 - x_1);$$

$$R = \frac{c}{2}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^2;\ \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_1} = -\frac{c}{2}2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1);\ \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_2} = \frac{c}{2}2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1); \qquad (0,5)$$

$$dW_F = F dx_2 \rightarrow Q_1 = 0,\ Q_2 = F; \qquad (0,5)$$

$$\frac{3}{2}m\ddot{x}_1 + mg \operatorname{sen} a - k(x_2 - x_1) - c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = 0;$$

$$m\ddot{x}_2 + mg \operatorname{sen} a + k(x_2 - x_1) + c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = F; \qquad (0,5)$$