ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5355 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

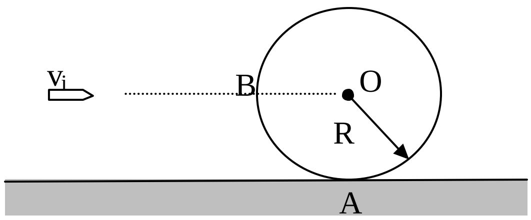
PME 2200 – MECÂNICA B – Prova de Recuperação – 29 de julho de 2004

Duração da Prova: 100 minutos (não é permitido uso de calculadoras)

1ª Questão (3,5 pontos)

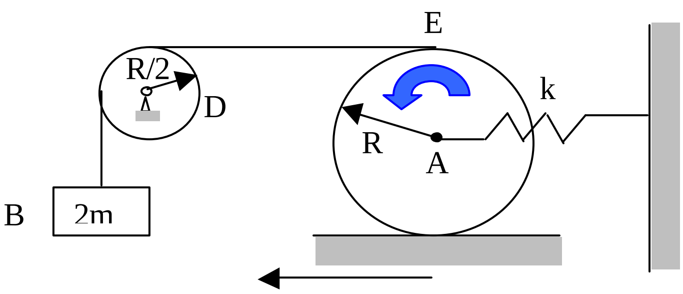
A esfera de massa M é atinjida em B por um projétil de massa m<<M cuja velocidade antes do impacto é v_1. O choque é inelástico. Pede-se calcular a velocidade v_O do centro da esfera e sua rotação, logo após o impacto, nas seguintes situações:

(a) supondo que não haja atrito entre a esfera e o solo.
(b) supondo atrito entre a esfera e o solo, suficiente para que haja rolamento sem escorregamento.



2ª Questão (3,5 pontos)

Na figura, a massa 2m está suspensa por um fio ideal, que passa, sem escorregar, por uma polia de massa m e raio R/2 e está enrolado num carretel A, de massa m e raio R. Ao centro A do carretel está conectada uma mola de constante k, conforme a figura. O carretel pode rolar ***sem escorregar*** sobre a superfície horizontal. Ao carretel é aplicado um torque M(t), conforme figura, a partir de t=0. Utilize a formulação *Lagrangeana*. Adote como coordenada generalizada a posição x(t) do ponto A (medida a partir da posição de equilíbrio do sistema, quando da ausência do torque). A aceleração da gravidade é g. Pede-se



(a) A função de energia cinética do sistema.
(b) A função de energia potencial do sistema.
(c) A força generalizada F(t), correspodente ao torque M(t).
(d) Deduza a equação de movimento do sistema.

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5355 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

3ª Questão (3,0 pontos)

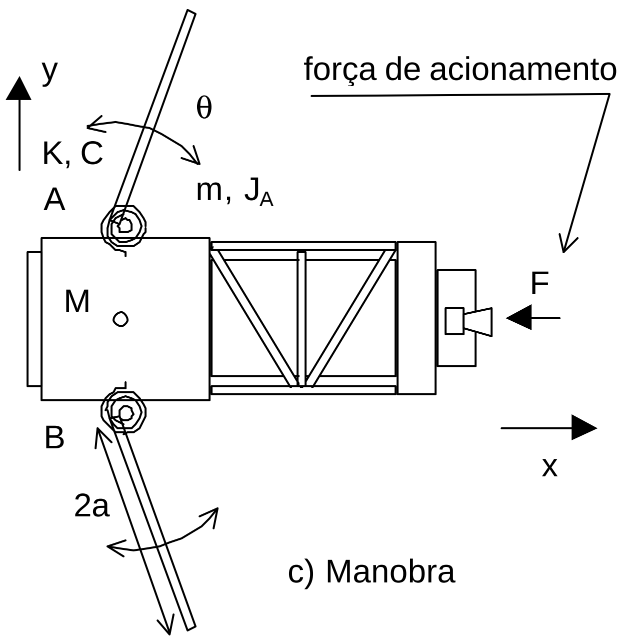
No EP-2 foi apresentado para modelagem um satélite com corpo de massa ***M*** possuindo dois painéis solares de comprimento ***a*** e massa ***m*** cada, acoplados ao corpo com articulações em ***A*** e ***B***. conforme mostrado na figura. Cada articulação contém uma mola espiral de rigidez angular ***K***, ligando o painel ao corpo, cuja posição angular de força nula corresponde a $q = \pi/2$. Na etapa II foi considerando que os painéis do satélite estavam totalmente abertos ($q = \pi/2$) e que uma força de acionamento $\vec{F}(t) = F\,\vec{i}$ = -1500 N constante, foi produzida para realizar uma manobra no satélite (considerando uma redução desprezível da massa total). Baseado nos resultados que você obteve durante a simulação desta manobra, pede-se:

a) Esboce um gráfico temporal da **posição angular** do painel;

b) Esboce um gráfico temporal da **velocidade angular** do painel;

c) Descreva como obteve as **equações** para determinação das solicitações na articulação A;

d) Esboce um gráfico temporal do **módulo da força dinâmica** ($|F|$ e suas componentes F_x e F_y) na articulação A do painel.



c) Manobra

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

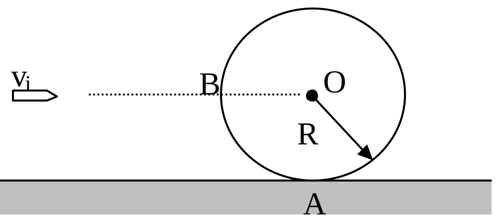
Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5355 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2200 – MECÂNICA B – Prova de Recuperação – 29 de julho de 2004
Duração da Prova: 100 minutos (não é permitido uso de calculadoras)

Resolução da 1ª Questão (3,5 pontos)

A esfera de massa M é atinjida em B por um projétil de massa m<<M cuja velocidade antes do impacto é v_1. O choque é inelástico. Pede-se calcular a velocidade v_O do centro da esfera e sua rotação, logo após o impacto, nas seguintes situações:



a) supondo que não haja atrito entre a esfera e o solo.
b) supondo atrito entre a esfera e o solo, suficiente para que haja rolamento sem escorregamento.

a) Conservação da quantidade de movimento

$$\Delta Q = 0 \quad ; \quad (M+m)v_d - mv_i = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_d = \frac{mv_i}{M+m}}$$

b) Velocidade em rolamento

$$v_d = w_d R$$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta \dot{Q}_G = \dot{I} \quad \Rightarrow \quad (M+m)v_d - mv_i = -I \\ \Delta \vec{\dot{H}}_G = \vec{M}_G \quad ; \quad -J_O w_d = -IR \end{array}\right\} \quad \boxed{w_d = \frac{mv_i R}{J_O + (M+m)R^2}} \quad \boxed{v_d = \frac{mv_i R^2}{J_O + (M+m)R^2}}$$

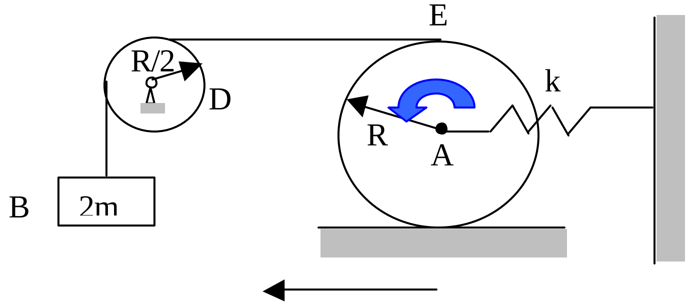
Onde: $J_O = \frac{2}{5}MR^2 + mR^2$

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5355 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

Resolução da 2ª Questão (3,5 pontos)



Na figura, a massa 2m está suspensa por um fio ideal, que passa, sem escorregar, por uma polia de massa m e raio R/2 e está enrolado num carretel A, de massa m e raio R. Ao centro A do carretel está conectada uma mola de constante k, conforme a figura. O carretel pode rolar ***sem escorregar*** sobre a superfície horizontal. Ao carretel é aplicado um torque M(t), conforme figura, a partir de t=0. Utilize a formulação *Lagrangeana*. Adote como coordenada generalizada a posição x(t) do ponto A (medida a partir da posição de equilíbrio do sistema, quando da ausência do torque). A aceleração da gravidade é g. Pede-se:

a) A função de energia cinética do sistema.
b) A função de energia potencial do sistema.
c) A força generalizada F(t), correspodente ao torque M(t).
d) Deduza a equação de movimento do sistema.

$$T = \frac{1}{2}2m\dot{y}^2 + \frac{1}{2}I_D\dot{q}^2 + \frac{1}{2}I_C\dot{f}^2$$

Onde: $y = 2x$; $x = fR$ ➔ $\dot{f} = \dfrac{\dot{x}}{R}$ $\qquad \dot{y} = 2\dot{x} = 2\dot{f}R = \dot{q}\dfrac{R}{2}$ ➔ $\dot{q} = \dfrac{4\dot{x}}{R}$

$$I_D = \frac{1}{2}m\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}mR^2 \quad ; \quad I_C = \frac{1}{2}mR^2 + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2 \qquad \boxed{T = \frac{23}{4}m\dot{x}^2}$$

b) $V_{Bloco} = -2mgy = -4mgx$; $V_{Mola} = \dfrac{1}{2}kx^2$ $\qquad V = \dfrac{1}{2}kx^2 - 4mgx$

c) $Q = M/R$

d) $L = T - V = \dfrac{23}{4}m\dot{x}^2 - \dfrac{1}{2}kx^2 + 4mgx$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = -kx + 4mg \quad ; \quad \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \frac{23}{2}m\dot{x} \quad ; \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) = \frac{23}{2}m\ddot{x}$$

$$\therefore \quad \boxed{\frac{23}{2}m\ddot{x} + kx - 4mg = \frac{M}{R}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\ddot{x} + \frac{2k}{23m}x = \frac{8g}{23} + \frac{2M}{23mR}}$$

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5355 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

Resolução da 3ª Questão (3,0 pontos)

Conhecidas as acelerações $\ddot{x}$ e $\ddot{q}$, as expressões para determinação das solicitações na articulação A, podem ser obtidas pela aplicação do **TMB** no corpo do satélite na direção ***x*** e no painel na direção ***y***.

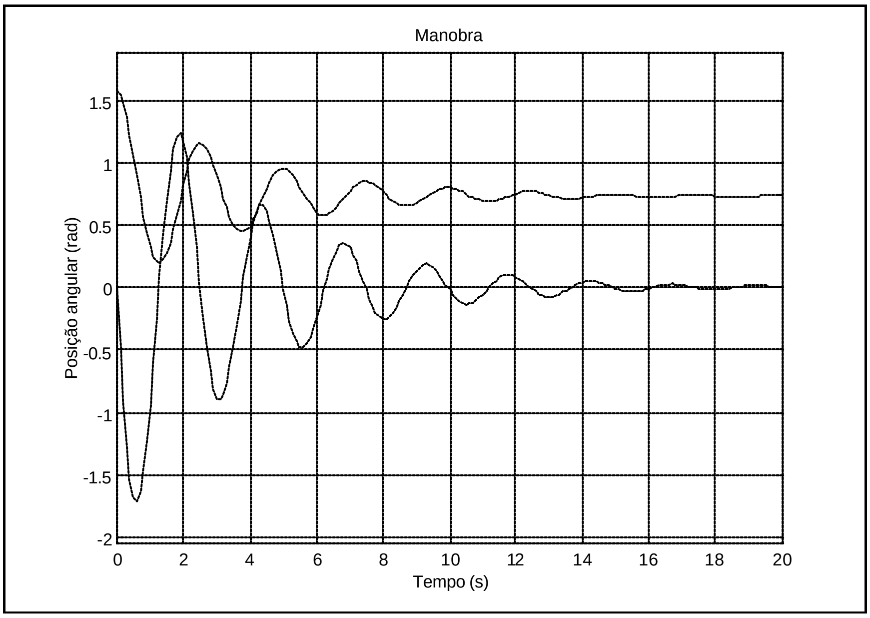


Figura 1 – Posição e velocidade angular do painel durante a manobra

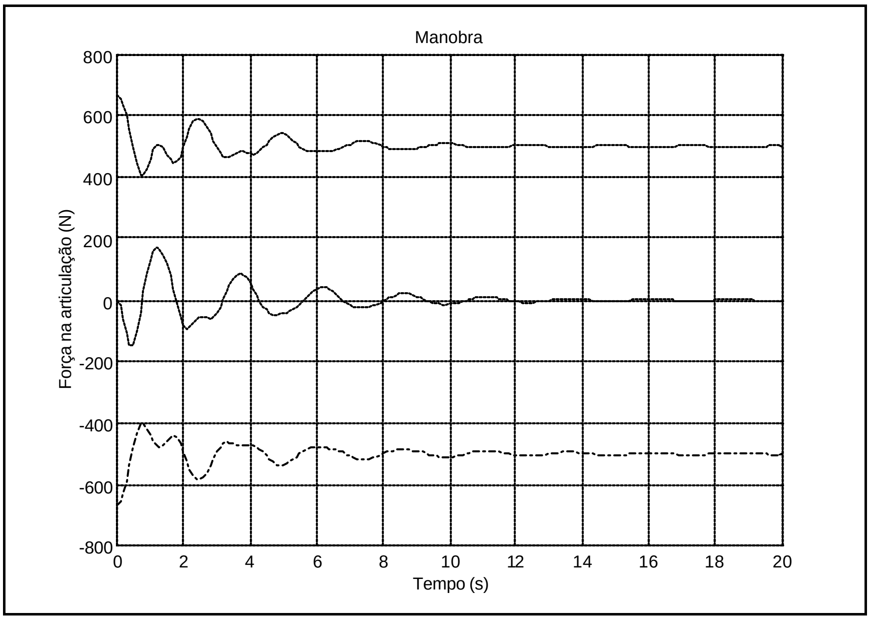


Figura 2 – Força na articulação A (módulo, Fy e Fx) durante a manobra