ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAUL(

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5355 Fax: (0xx11) 3813 1886

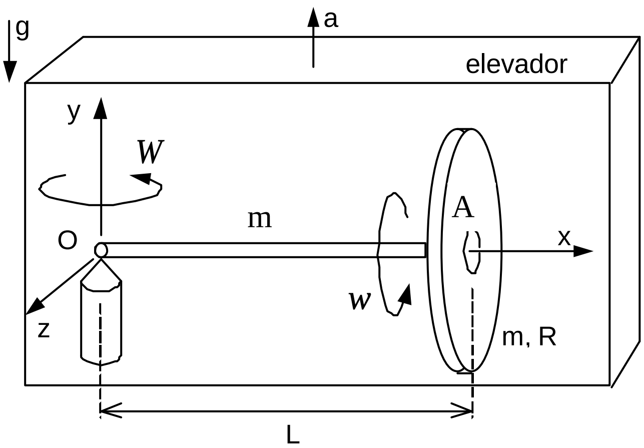
Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2200 – MECÂNICA B – Prova Substitutiva – 05 de julho de 2005

Duração da Prova: 110 minutos (não é permitido uso de calculadoras)

1ª Questão (4,0 pontos)

No sistema da figura, o disco homogêneo (massa ***m***, raio ***R***) gira ao redor da barra homogênea ***OA*** (massa ***m***, comprimento ***L***) com velocidade angular constante ω; a barra ***OA*** mantém sempre a direção horizontal e gira com velocidade angular constante W ao redor do eixo vertical que passa pela articulação ***O***. O conjunto está montado dentro de um elevador que sobe com aceleração constante $a\vec{j}$. Usando o sistema de coordenadas (O,*x*,*y*,*z*) solidário à barra, pede-se:



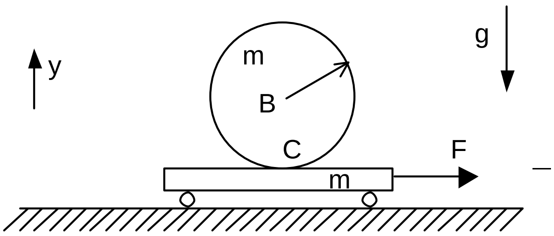
a) o vetor de rotação absoluto $\vec{\omega}_a$ do disco e a aceleração do seu baricentro;

b) supondo conhecido o valor de W**,** determine os esforços que o disco aplica na barra e as reações na articulação ***O***;

c) o valor de W para que o movimento descrito seja possível (precessão estacionária);

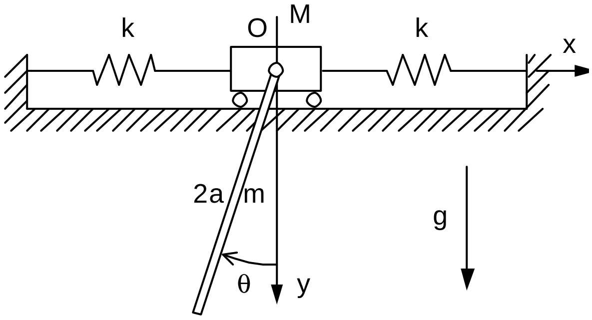
d) responda e justifique: o movimento descrito será possível se o elevador descer em queda livre?

2ª Questão (4,0 pontos) - O disco homogêneo de centro *B*, raio *R* e massa *m*, pode rolar sobre o carro da figura, que tem massa *m*. A massa e as dimensões das rodas do carro são desprezíveis. O coeficiente de atrito entre o disco e o carro é m. Usando a formulação *Lagrangiana* pede-se determinar a aceleração do carro, supondo que não haja escorregamento no contato C entre o disco e o carro.



3ª Questão (2,0 pontos)

Você obteve as seguintes equações de movimento para o sistema mecânico proposto no exercício programa (EP2):



$$(M+m)\ddot{x} - (ma\cos q)\ddot{q} + (ma\,\mathrm{sen}\,q)\dot{q}^2 + 2k\,x = 0$$
$$(-ma\cos q)\,\ddot{x} + (ma^2\,4/3)\ddot{q} + (mg\,a)\,\mathrm{sen}\,q = 0$$

a) Descreva em poucas palavras o comportamento do sistema quando a rigidez da mola utilizada na simulação foi de 400 ***k*** e a barra foi liberada na posição vertical para cima.

b) Esboce no mesmo gráfico temporal a posição do corpo ***x***(t) e a posição angular da barra θ(t) que você obteve durante a simulação para rigidez da mola 400 ***k*** e θ_o = (π - 0.1) e demais condições iniciais nulas.

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAUL(

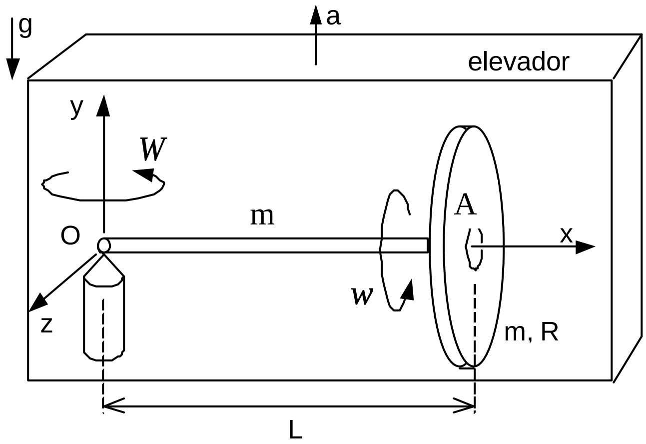
Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5355 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2200 – MECÂNICA B – Prova Substitutiva – 05 de julho de 2005
GABARITO

1ª Questão (4,0 pontos)

No sistema da figura, o disco homogêneo (massa ***m***, raio ***R***) gira ao redor da barra homogênea ***OA*** (massa ***m***, comprimento ***L***) com velocidade angular constante ω; a barra ***OA*** mantém sempre a direção horizontal e gira com velocidade angular constante W ao redor do eixo vertical que passa pela articulação ***O***. O conjunto está montado dentro de um elevador que sobe com aceleração constante $a\vec{j}$. Usando o sistema de coordenadas (O,*x*,*y*,*z*) solidário à barra, pede-se:



a) o vetor de rotação absoluto $\vec{\omega}_a$ do disco e a aceleração do seu baricentro;
b) supondo conhecido o valor de W, determine os esforços que o disco aplica na barra e as reações na articulação ***O***;
c) o valor de W para que o movimento descrito seja possível (precessão estacionária);
d) responda e justifique: o movimento descrito será possível se o elevador descer em queda livre?

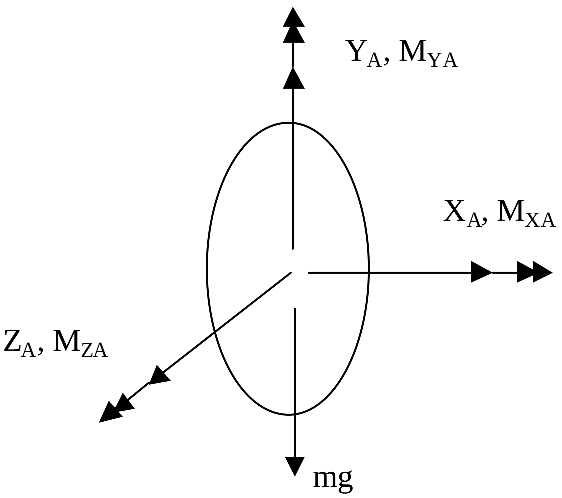
Resolução

a)

$\vec{w}_a = w\vec{i} + \Omega\vec{j}$;

$\vec{a}_A = a\,\vec{j} - \Omega^2 L\vec{i}$ (0,5)

b) DCL do disco



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5355 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

TMA, pólo A

$-J_{x,A}\Omega w\vec{k} = \vec{M}_A \rightarrow M_{ZA} = -J_{x,A}\Omega w\,,\ M_{XA} = M_{YA} = 0;$

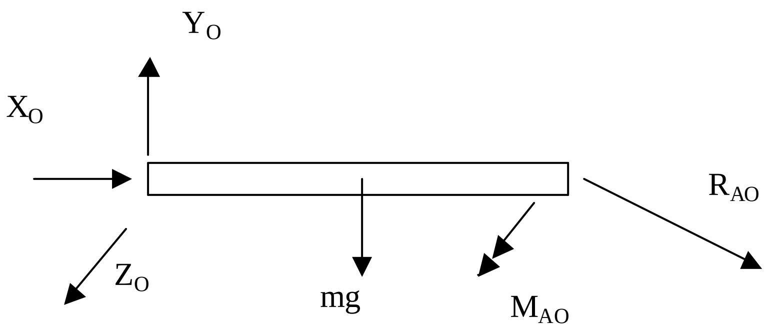
Portanto, o disco aplica na barra o momento $J_{x,A}\Omega w\vec{k} = \vec{M}_{AO}$ (0,5)

TMB disco

$-m\Omega^2 L = X_A; ma = Y_A - mg; Z_A = 0;$

Portanto, o disco aplica na barra a força $\vec{R}_{AO} = m\Omega^2 L\vec{i} - m(g+a)\vec{j}$ (0,5)

DCL barra (0,5)



TMB barra

$-m\Omega^2 L/2 = X_O + m\Omega^2 L;\ ma = Y_O - m(g+a) - mg;\ Z_O = 0;$

$\therefore\ X_O = -m\Omega^2\, 3L/2;\ Y_O = 2m(g+a);$ (0,5)

TMA, pólo no centro de massa da barra OA

$$\left(J_{x,A}\Omega w - Y_O\frac{L}{2} - m(a+g)\frac{L}{2}\right)\vec{k} = \vec{0};\ J_{x,A} = \frac{mR^2}{2} \Rightarrow \Omega = \frac{3L(a+g)}{wR^2}$$ (1,0)

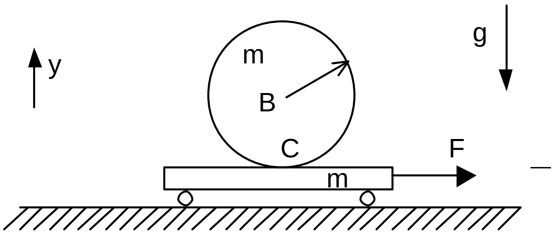
c) Se o elevador descer em queda livre, $\Omega = 0$ e o movimento descrito não será possível. (0,5)

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5355 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

2ª Questão (4,0 pontos) - O disco homogêneo de centro *B*, raio *R* e massa *m*, pode rolar sobre o carro da figura, que tem massa *m*. A massa e as dimensões das rodas do carro são desprezíveis. O coeficiente de atrito entre o disco e o carro é *m*. Usando a formulação *Lagrangiana* pede-se determinar a aceleração do carro, supondo que não haja escorregamento no contato C entre o disco e o carro.



Resolução:

Sendo *x* a posição do carro e *u* a posição de B, e como não há escorregamento, resulta

$$T=\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}m\dot{u}^2+\frac{1}{4}mR^2\dot{j}^2=L;\quad \dot{u}=\dot{x}+R\dot{j};$$

(1,0)

$$\therefore L=m\dot{x}^2+m\dot{x}R\dot{j}+\frac{3}{4}mR^2\dot{j}^2$$

Substituindo em

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right)-\frac{\partial L}{\partial q_i}=Q_i;\ q_1=x,\ q_2=j;$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right)=2m\ddot{x}+mR\ddot{j};\ \frac{\partial L}{\partial x}=0; dW=Fdx\to Q_x=F;\Rightarrow 2m\ddot{x}+mR\ddot{j}=F$$ (1,0)

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{j}}\right)=m\ddot{x}R+\frac{3}{2}mR^2\ddot{j}=0$$ (1,0)

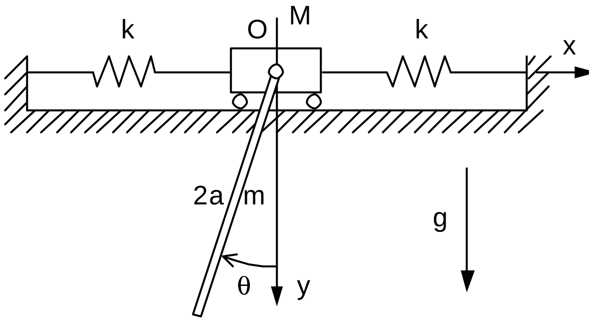
$$\therefore \ddot{x}=\frac{3F}{4m}$$ (1,0)

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5355 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

3ª Questão (2,0 pontos)

Você obteve as seguintes equações de movimento para o sistema mecânico proposto no exercício programa (EP2):



$$(M+m)\,\ddot{x} - (ma\cos q\,)\ddot{q} + (ma\,\mathrm{sen}\,q\,)\dot{q}^{\,2} + 2k\,x = 0$$
$$(-ma\cos q\,)\,\ddot{x} + (ma^2\,4/3)\ddot{q} + (mg\,a)\,\mathrm{sen}\,q = 0$$

a) Descreva em poucas palavras o comportamento do sistema quando a rigidez da mola utilizada na simulação foi de 400 ***k*** e a barra foi liberada na posição vertical para cima.

b) Esboce no mesmo gráfico temporal a posição do corpo ***x***(t) e a posição angular da barra θ(t) que você obteve durante a simulação para rigidez da mola 400 ***k*** e $\theta_o = (\pi - 0.1)$ e demais condições iniciais nulas.

Resolução:

a) Descreva o comportamento do sistema quando a rigidez da mola utilizada na simulação foi de 400 ***k*** e a barra foi liberada na posição vertical para cima.

A barra descreve um movimento pendular e quando passa por θ = 0 o corpo se desloca ligeiramente em torno da posição central. (1,0)

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAUL(

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5355 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

b) Esboce no mesmo gráfico temporal a posição do corpo ***x***(t) e a posição angular da barra θ(t) que você obteve durante a simulação para rigidez da mola 400 ***k*** e $\theta_o = (\pi - 0.1)$ e demais condições iniciais nulas. Conforme a figura a posição do corpo ***x***(t) está em linha contínua e posição angular da barra θ(t) em linha tracejada. (1,0)