ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

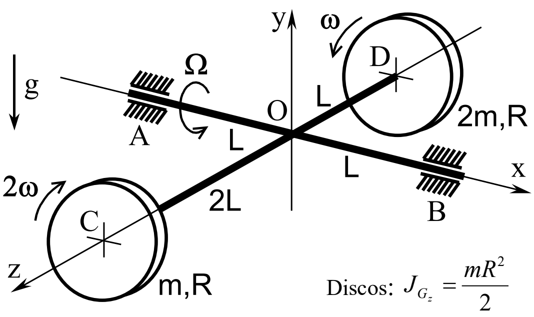
PME 2200 – MECÂNICA B – Segunda Prova – 17 de maio de 2005

Duração da Prova: 110 minutos (não é permitido uso de calculadoras)

1ª Questão (3,5 pontos)

A cruzeta ABCD, de massa desprezível e dimensões dadas na figura, gira em torno de AB com velocidade angular constante $\vec{\Omega} = \Omega\vec{i}$. Neste mesmo instante, o disco com centro no ponto C, de massa *m* e raio *R*, gira com velocidade angular constante $\vec{\omega}_C = -2\omega\vec{k}$ e o disco com centro no ponto D, de massa *2m* e raio *R*, gira com velocidade angular constante $\vec{\omega}_D = \omega\vec{k}$. Pede-se, na posição indicada na figura (braço CD na horizontal):

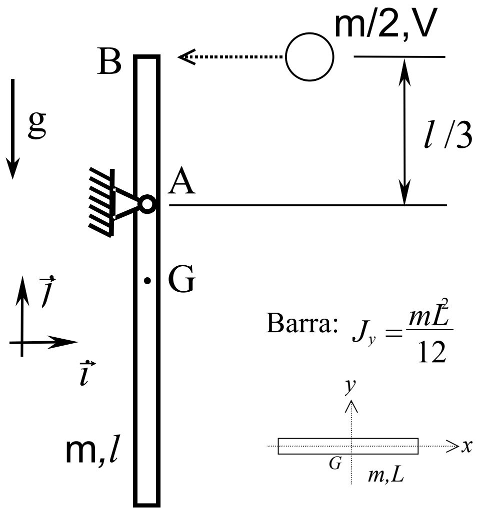
(a) O vetor de rotação absoluto dos discos
(b) As acelerações dos centros de massa dos discos
(c) Os momentos que os discos aplicam na cruzeta
(d) As reações nos mancais A e B.



2ª Questão (3,5 pontos)

No sistema mostrado na figura, a barra tem comprimento *l* e massa *m* e encontra-se inicialmente em repouso. Em um dado instante, uma esfera de massa *m*/2 atinge o ponto B com velocidade $\vec{V} = V\vec{i}$, de maneira perfeitamente anelástica.

(a) Calcule o vetor de rotação $\vec{\omega}'$ e a velocidade do baricentro $\vec{V}_G'$ da barra, imediatamente após o choque.
(b) Calcule o impulso na articulação A.
(c) Calcule a aceleração angular da barra $\dot{\vec{\omega}}'$, após o choque.



3ª Questão (3,0 pontos)

Ao se resolver o problema proposto no EP-1, obtém-se a seguinte equação de movimento para o rotor na **posição horizontal**:

$$J_z\ddot{\theta} = P(x_G\cos(\theta) - y_G sen(\theta)) + T(\dot{\theta}) - Q(\dot{\theta})$$

a) Desenhe o diagrama de blocos implementado no programa SCICOS apenas para a equação de movimento do rotor e saída gráfica da velocidade angular. (explicitar a função usada no Scifunc)
b) Considerando os resultados que você obteve durante a simulação do movimento para o rotor na **posição vertical**, esboce dois gráficos em função do tempo sendo um para a velocidade angular do rotor e outro da reação horizontal no mancal.
c) Esboce o gráfico da reação Ya(t) no mancal A, e descreva o movimento do rotor para o caso de torque inicial do motor de T_0 = 3 Nm (**posição horizontal**)

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

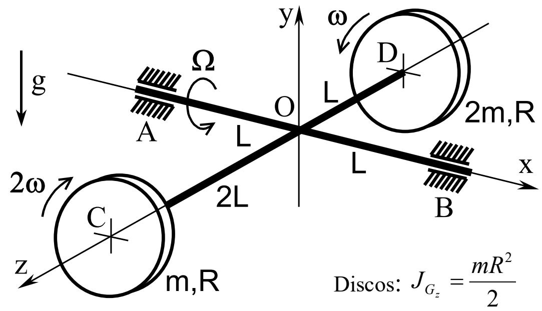
Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

Gabarito da 2ª Prova de PME2200 17/02/2005

1ª Questão (3,5 pontos)

A cruzeta ABCD, de massa desprezível e dimensões dadas na figura, gira em torno de AB com velocidade angular constante $\vec{\Omega} = \Omega\vec{i}$. Neste mesmo instante, o disco com centro no ponto C, de massa m e raio R, gira com velocidade angular constante $\vec{\omega}_C = -2\omega\vec{k}$ e o disco com centro no ponto D, de massa $2m$ e raio R, gira com velocidade angular constante $\vec{\omega}_D = \omega\vec{k}$. Pede-se, na posição indicada na figura (braço CD na horizontal):



(a) O vetor de rotação absoluto dos discos
(b) As acelerações dos centros de massa dos discos
(c) Os momentos que os discos aplicam na cruzeta
(d) As reações nos mancais A e B.

Solução

(a) $\vec{W}_C = \Omega\vec{i} - 2\omega\vec{k}$; $\vec{W}_D = \Omega\vec{i} + \omega\vec{k}$;(0,5)

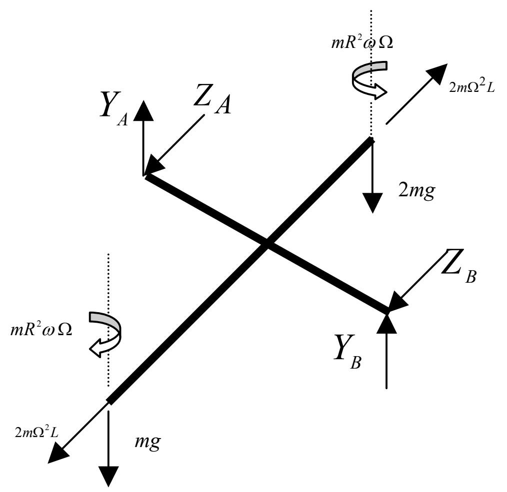
(b) $\vec{a}_C = -\Omega^2 2L\vec{k}$; $\vec{a}_D = \Omega^2 L\vec{k}$;(0,5)

(c) TMA$_C$: $$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix}_C \begin{Bmatrix} \Omega \\ 0 \\ -2\omega \end{Bmatrix} = \vec{M}_C \Rightarrow \vec{M}_C = mR^2\omega\Omega\vec{j}$$;(0,5)

TMA$_D$: $$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix}_D \begin{Bmatrix} \Omega \\ 0 \\ \omega \end{Bmatrix} = \vec{M}_D \Rightarrow \vec{M}_D = -mR^2\omega\Omega\vec{j}$$;(0,5)

Portanto, o disco de centro C aplica na cruzeta o momento $-mR^2\omega\Omega\vec{j}$ e o disco de centro D aplica na cruzeta o momento $mR^2\omega\Omega\vec{j}$. (0,5)

(d)Diagrama de corpo livre da cruzeta



TMB: $$\begin{cases} Y_A + Y_B = 3mg \\ Z_A + Z_B = 0 \end{cases}$$;(0,5)

TMA: $$\begin{cases} (Z_A - Z_B)L = 0 \\ (-Y_A + Y_B)L = 0 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} Y_A = Y_B = 3mg/2 \\ Z_A = Z_B = 0 \end{cases}$$;(0,5)

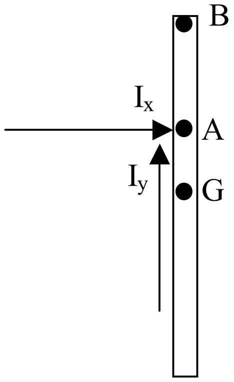
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

Questão 2 (3,5 pontos)

a) Diagrama de corpo livre (0,5)



TMI: $\vec{K}'_A - \vec{K}_A = \vec{M}^I_A;\ \vec{M}^I_A = \vec{0};$

$$\vec{K}_A = \underbrace{(B-A)}_{\left(\frac{l}{3}\vec{j}\right)} \wedge \frac{m}{2}\left(-v\vec{i}\right) \Rightarrow \vec{K}_A = \frac{mlv}{6}\vec{k};\ (0,5)$$

$$\vec{K}'_A = \underbrace{(G'-A)\wedge\frac{3m}{2}\vec{v}_A}_{=\vec{0}} + J_{z_A}\omega'\vec{k}$$

$$J_{z_A} = \frac{m}{2}\left(\frac{l}{3}\right)^2 + \frac{ml^2}{12} + m\left(\frac{l}{6}\right)^2 \Rightarrow J_{z_A} = \frac{6ml^2}{36};\ \therefore \vec{K}'_A = \frac{ml^2}{6}\omega';$$

(0,5)

Substituindo na expressão do TMI: $\frac{ml^2}{6}\omega' - \frac{mlv}{6} = 0 \Rightarrow \omega' = \frac{v}{l}$

Como $\vec{v}'_G = \vec{v}_A + \vec{\omega}' \wedge (G-A) \Rightarrow \vec{v}'_G = \frac{v}{6}\vec{i}$ (0,5)

b) TRI$_A$: $\left(\vec{v}'_B - v\left(-\vec{i}\right)\right)\frac{m}{2} + m\vec{v}'_G = I_X\vec{i};\ \vec{v}'_B = -\frac{\omega' l}{3}\vec{i};\ \vec{v}'_G = \frac{\omega' l}{6}\vec{i};$ (0,5) $\therefore\ I_X = \frac{mv}{2}$ (0,5)

c) TMA$_A$: $(G'-A)\wedge\frac{3m}{2}\vec{a}_A + J_{z_A}\dot{\omega}'\vec{k} = \vec{M}_A;$ Como $(G'-A) = \vec{0} \Rightarrow \vec{M}_A = \vec{0}$, pois a única força externa que causa momento é o peso do sólido composto pela barra e pela esfera. Portanto $\dot{\omega}' = 0$.(0,5)

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

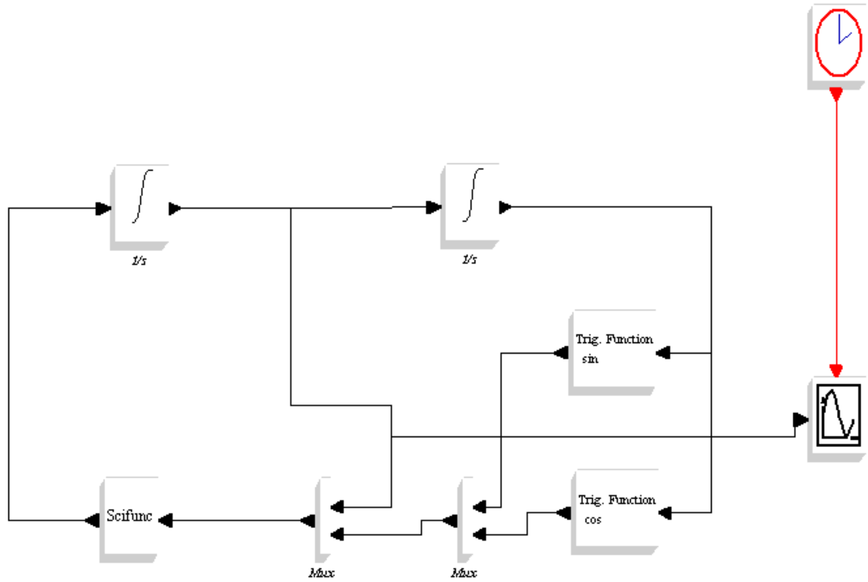
Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

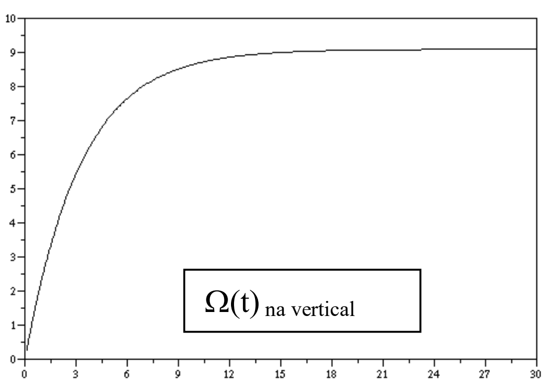
Resolução da 3ª Questão

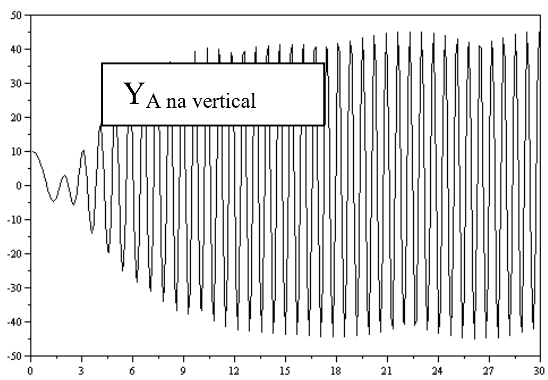
a) **Diagrama de bloco** do programa *SCICOS* para o modelo do rotor.
Equação de movimento do rotor utilizada no bloco *Scifunc*:

$$\ddot{\theta} = (P(x_G \cos(\theta) - y_G sen(\theta)) + T(\dot{\theta}) - Q(\dot{\theta})) / J_Z$$



b) Gráfico temporal da **velocidade angular do rotor** (tempo em segundos e velocidade angular em rad/s); gráfico temporal da **reação na direção Y_A no mancal A** para o rotor na **posição vertical** (valor médio nulo - força em *Newtons*) e gráfico da reação na **direção Y_A na posição horizontal**





ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

c) Para um torque inicial do motor de ***To*** = 3,0 Nm, o movimento do rotor irá depender das condições iniciais. Para velocidade inicial nula e:

$\theta o = 0$ o rotor inicia o movimento e fica girando;

$\theta o = -\pi/2$, $\pi/2$ e π, o rotor oscila sem completar uma volta e se estabiliza em ponto de equilíbrio próximo de π.