

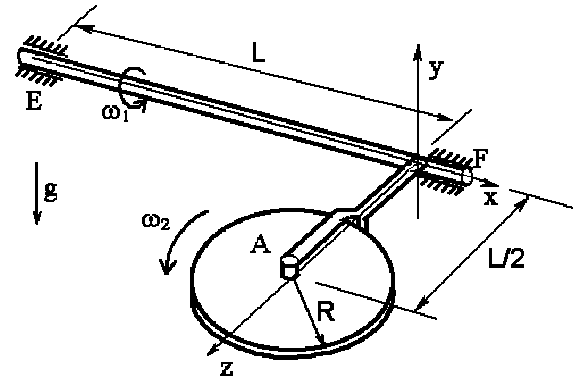


PME 2200 – MECÂNICA B – Segunda Prova – 18 de maio de 2004

Duração da Prova: 100 minutos (não é permitido uso de calculadoras)

1ª Questão (4,0 pontos)

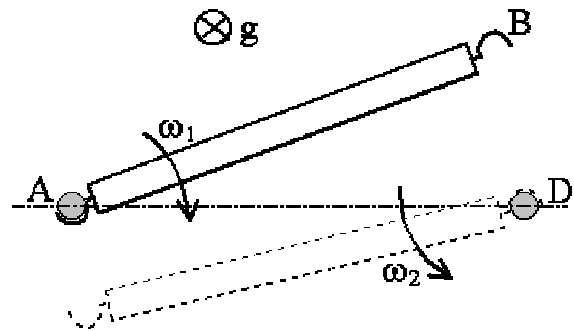
Um disco de massa m e raio R gira com velocidade angular ω_2 , constante, em torno do ponto A, como indicado na figura. Neste mesmo instante, a barra AF gira com velocidade angular ω_1 , constante, em torno do eixo EF. Pede-se, na posição mostrada na figura (disco no plano xz):



- O vetor de rotação absoluto $\vec{\Omega}$ do disco.
- O momento que o disco aplica sobre a barra AF
- As reações nos mancais E e F, desprezando-se a massa das barras AF e EF.

2ª Questão (4,0 pontos)

Uma barra delgada homogênea, de massa m e comprimento L , é equipada com ganchos em ambas as extremidades, como ilustrado na figura. A barra está apoiada em uma mesa horizontal sem atrito e, inicialmente, está enganchada no ponto A, ao redor do qual gira com velocidade angular constante ω_1 . Subitamente, a extremidade B da barra bate e se engancha no pino D, liberando a extremidade A. Pede-se:



- O módulo da velocidade angular ω_2 no instante imediatamente após o choque.
- O impulso em D, durante o choque.

3ª Questão (2,0 pontos)

Resolvendo o sistema dinâmico proposto no exercício programa nº 1 (EP-1), obtém-se a seguinte equação de movimento para o rotor na **posição horizontal** ($\alpha = 0$):

$$J_z \ddot{\theta} = P \cos(\alpha) (x_G \cos(\theta) - y_G \sin(\theta)) + T(\dot{\theta}) - Q(\dot{\theta})$$

Os resultados temporais da velocidade angular do rotor (tempo em segundos e velocidade angular em rad/s) e da reação vertical do mancal (em *Newtons*), estão apresentados nas figuras abaixo.

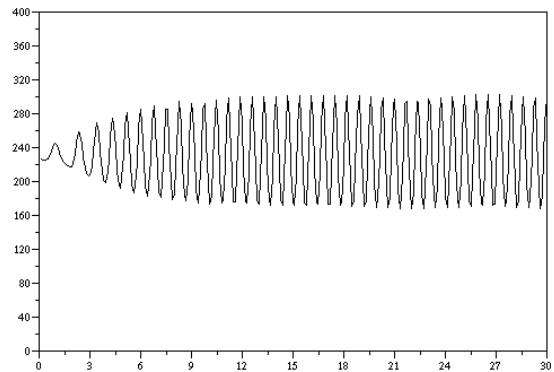
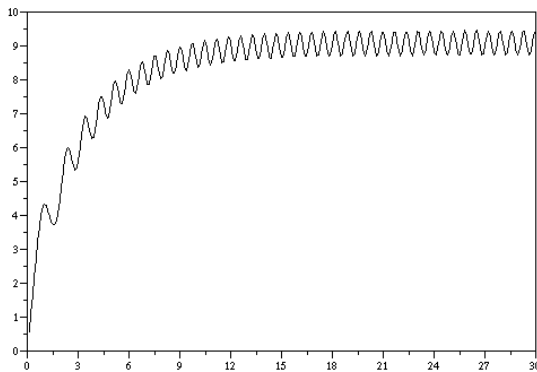


ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5355 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

- Desenhe o diagrama de blocos que você implementou no programa *SCICOS* apenas para a equação de movimento do rotor e saída gráfica da velocidade angular. No caso de utilização do bloco *Scifunc*, especifique a equação de movimento que ele representa.
- Considerando os resultados que você obteve durante a simulação do movimento para o rotor na **posição vertical**, esboce dois gráficos em função do tempo sendo um para a velocidade angular do rotor e outro da reação horizontal no mancal.
- Considerando o rotor na **posição horizontal**, descreva o movimento do rotor quando o torque inicial do motor foi de $T_0 = 3.0$ Nm.

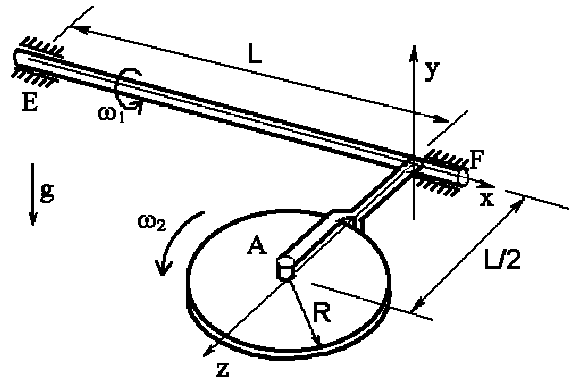




PME 2200 – MECÂNICA B – Segunda Prova – Resolução - 18/05/2004

Resolução da 1ª Questão (4,0 pontos)

Um disco de massa m e raio R gira com velocidade angular ω_2 , constante, em torno do ponto A, como indicado na figura. Neste mesmo instante, a barra AF gira com velocidade angular ω_1 , constante, em torno do eixo EF. Pede-se, na posição mostrada na figura (disco no plano xz):



- (a) O vetor de rotação absoluto $\vec{\Omega}$ do disco.
- (b) O momento que o disco aplica sobre a barra AF
- (c) As reações nos mancais E e F, desprezando-se a massa das barras AF e EF.

$\vec{\Omega} = \omega_1 \vec{i} + \omega_2 \vec{j}$ (0,5)

TMA no disco, pólo em A: $\dot{\vec{H}}_A = \vec{M}_A$

$\vec{H}_A = J\omega_1 \vec{i} + 2J\omega_2 \vec{j} \Rightarrow \dot{\vec{H}}_A = 2J\omega_1 \omega_2 \vec{k}$

$\Rightarrow \vec{M}_A = 2J\omega_1 \omega_2 \vec{k}$ (1,0)

Logo o momento que o disco aplica sobre a barra

AF é $\vec{M}_{A,barra} = -2J\omega_1 \omega_2 \vec{k}$

TMA no sistema, pólo em A: $\dot{\vec{H}}_A = \vec{M}_A$

$\dot{\vec{H}}_A = 2J\omega_1 \omega_2 \vec{k} \quad ; \quad \vec{M}_A = \left(Y_E \frac{L}{2} + Y_F \frac{L}{2} + T \right) \vec{i} + \left(Z_E L - X_F \frac{L}{2} \right) \vec{j} - Y_E L \vec{k}$ (1,0)

TMB no sistema:

$-m\omega_1^2 \frac{L}{2} \vec{k} = X_F \vec{i} + (Y_E + Y_F - mg) \vec{j} + (Z_E + Z_F) \vec{k}$ (1,0)

Resolvendo:

$Y_E = -\frac{2J\omega_1 \omega_2}{L}$

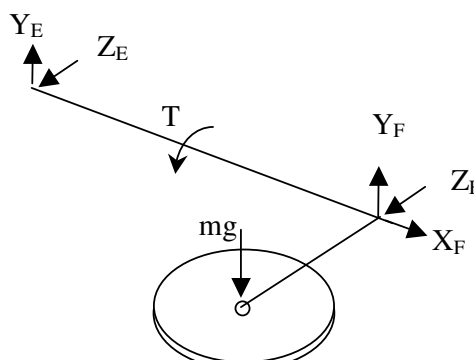
$X_F = 0$

$Z_E = 0$

$Y_F = mg + \frac{2J\omega_1 \omega_2}{L}$

$Z_F = -m\omega_1^2 \frac{L}{2}$

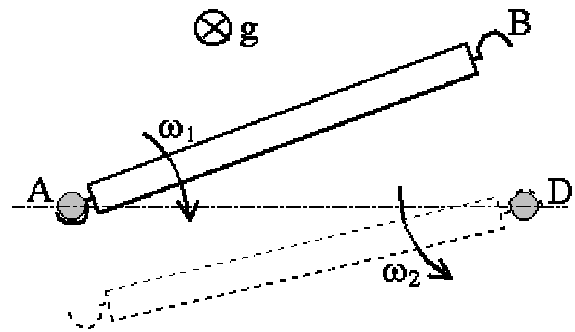
(0,5)



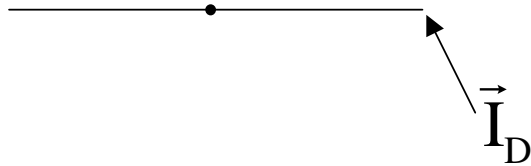


Resolução da 2ª Questão (4,0 pontos)

Uma barra delgada homogênea, de massa m e comprimento L , é equipada com ganchos em ambas as extremidades, como ilustrado na figura. A barra está apoiada em uma mesa horizontal sem atrito e, inicialmente, está enganchada no ponto A, ao redor do qual gira com velocidade angular constante ω_1 . Subitamente, a extremidade B da barra bate e se engancha no pino D, liberando a extremidade A. Pede-se:



- (a) O módulo da velocidade angular ω_2 no instante imediatamente após o choque.
- (b) O impulso em D, durante o choque.



Teorema do Impulso (ou da variação da quantidade de movimento):

$$\vec{I} = \Delta \vec{Q} \Rightarrow \vec{I}_D = m\vec{v}'_G - m\vec{v}_G \Rightarrow \vec{I}_D = -\frac{\omega_2 L}{2} \vec{j} - \left(-\frac{\omega_1 L}{2}\right) \vec{j} \Rightarrow \vec{I}_D = \frac{mL}{2} (\omega_1 - \omega_2) \vec{j} \quad (1,5)$$

TMI - Teorema dos Momentos dos Impulsos (TMA na forma integrada): pólo no baricentro da barra:

$$\Delta \vec{H}_G = \int \vec{M}_G dt = (\vec{D} - \vec{G}) \wedge \vec{I}_D \Rightarrow J_{zG} (\omega_2 - (-\omega_1)) \vec{k} = \frac{L}{2} \vec{i} \wedge \frac{mL}{2} (\omega_1 - \omega_2) \vec{j} \quad (1,5)$$

$$\frac{mL^2}{12} (\omega_2 + \omega_1) = \frac{mL^2}{4} (\omega_1 - \omega_2)$$

Resolvendo:

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{2} \quad (0,5)$$

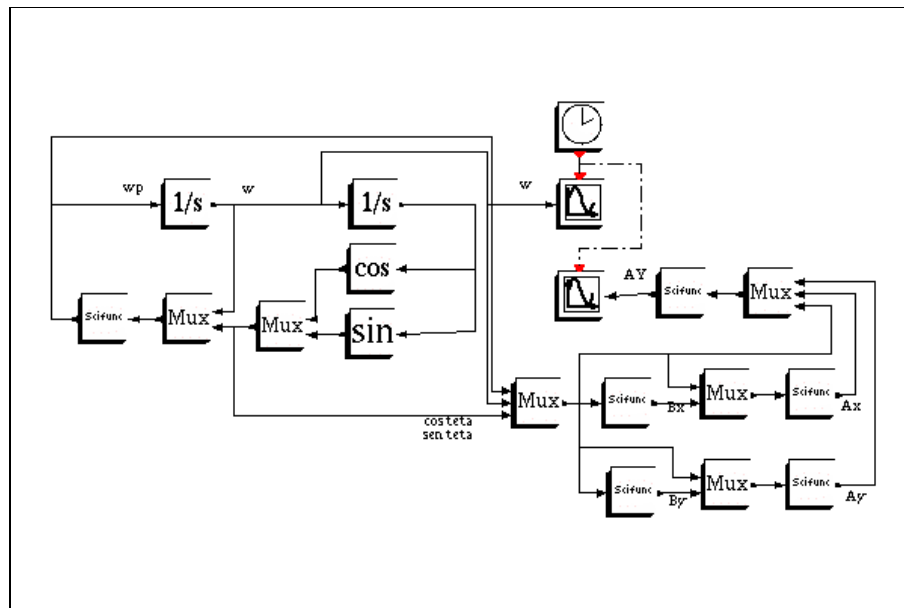
$$\vec{I}_D = \frac{mL\omega_1}{4} \vec{j} \quad (0,5)$$



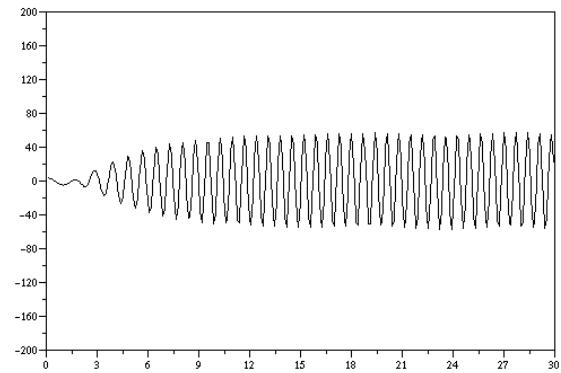
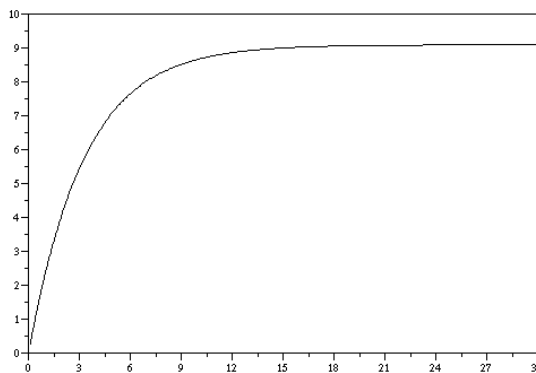
Resolução da 3ª Questão (2,0 pontos)

- a) **Diagrama de bloco** do programa *SCICOS* para o modelo do rotor (EP-1 de 2004). (0,5)
Equação de movimento do rotor utilizada no bloco *Scifunc*:

$$\ddot{\theta} = (P \cos(\alpha)(x_G \cos(\theta) - y_G \sin(\theta)) + T(\dot{\theta}) - Q(\dot{\theta})) / J_z$$



- b) Gráfico temporal da **velocidade angular do rotor** (tempo em segundos e velocidade angular de regime 9,09 rad/s) e gráfico temporal da **reação na direção YA no mancal A** para o rotor na **posição vertical** (valor médio nulo - força em *Newtons*) (0,5)



- c) Para um pequeno torque inicial do motor de $T_o = 3,0$ Nm, o rotor inicia o movimento mas **não chega a completar uma volta** devido ao desbalanceamento, oscilando como um pêndulo por alguns segundos e parando com θ maior que π . (1,0)