ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

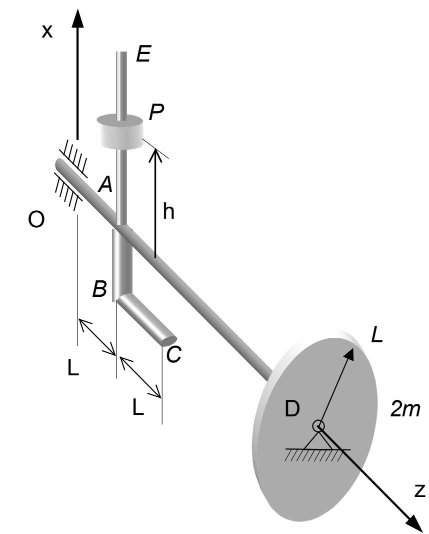
Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

MECÂNICA B – PME 2200 – Primeira Prova – 05 de abril de 2011

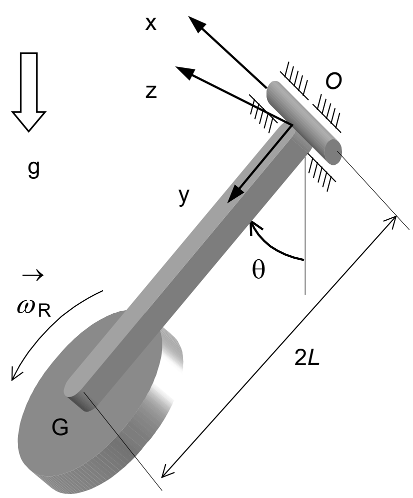
Duração da Prova: 110 minutos (não é permitido uso de calculadora)

1ª Questão (3,5 pontos)



O sistema mostrado na figura ao lado gira em torno do eixo *OD*. Este eixo tem comprimento 4*L* e massa desprezível. O volante fixado ao eixo em *D* tem massa 2*m* e raio *L*. A barra *ABC* está no plano *xz* e os trechos *AB* e *BC* têm cada um massa *m* e comprimento *L*. O corpo *P* possui massa concentrada *m* e pode deslizar sobre a haste *AE* de massa desprezível, também contida no plano *xz*. Na configuração indicada o corpo *P* dista *h* do eixo *OD*. Pede-se:

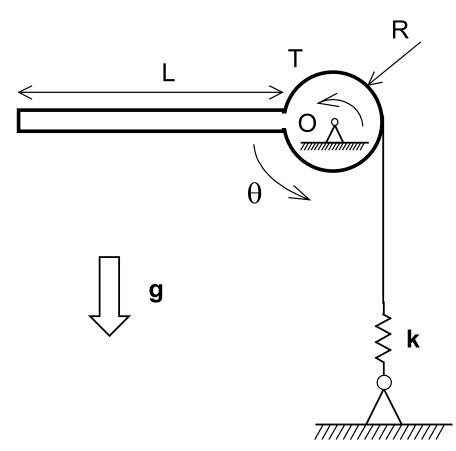
a) determinar a localização do baricentro do sistema em função de *h*;
b) calcular o momento angular do sistema em relação ao pólo O;
c) balancear o sistema colocando apenas uma massa *M* no diâmetro externo do volante e ajustando a distância *h* do corpo *P*. Informe os valores obtidos.



2ª Questão (3,5 pontos)

Um avião, que acaba de decolar, está em translação retilínea com velocidade constante. O trem de pouso do avião, mostrado na figura, é recolhido com a roda ainda em movimento com velocidade angular constante $\vec{\omega}_R = \omega_R \vec{k}$ relativamente à barra *OG*. A rotação da barra *OG*, de massa *M* e comprimento 2*L*, é mantida com velocidade angular constante $\vec{\omega}_B = \omega_B \vec{i} = \dot{\theta}\vec{i}$. Considere a roda como um disco de raio *R*, massa *m* e momentos de inércia $J_{Gx} = J_{Gy} = J$, $J_{Gz} = 2J$. Na configuração representada neste instante, pedem-se, em função dos parâmetros dados, expressos na base tri-ortogonal $O\vec{i}\,\vec{j}\,\vec{k}$, solidária à barra *OG*:

a) compor o vetor rotação da roda;
b) determinar o vetor momento angular $\vec{H}_G$ da roda com respeito ao pólo *G*;
c) calcular o momento aplicado pela roda à barra *OG;*
d) considerando também os pesos da roda e da barra *OG*, calcular o momento aplicado pela barra ao sistema de acionamento do trem de pouso.



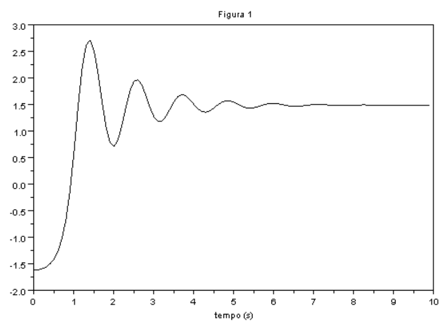
3ª Questão (3,0 pontos)

Considerando o primeiro exercício de modelagem e simulação computacional (EMSC #1), realize as seguintes atividades:

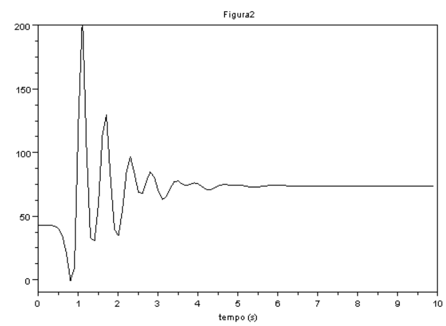
a) faça o diagrama de forças sobre o corpo livre e obtenha a equação de movimento no grau de liberdade θ*;*

b) escreva as equações das reações horizontal e vertical do mancal *O*;

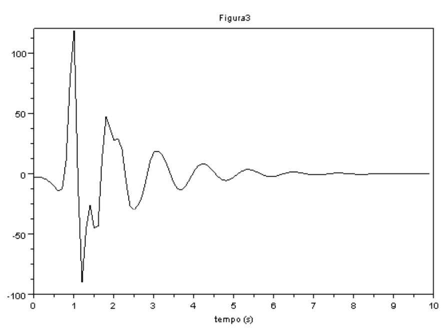
c) você obteve nas simulações os gráficos temporais apresentados abaixo para condições iniciais $\theta(0) = -\pi/2 - 0.04$ e $\dot{\theta}(0) = 0$. Faça uma tabela identificando as grandezas representadas em cada gráfico;



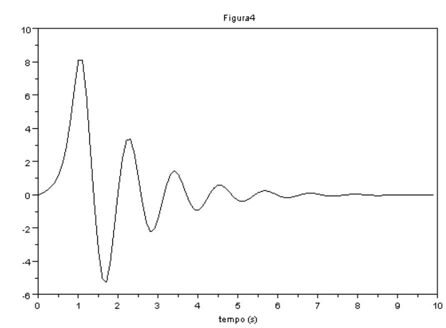
(1)



(2)

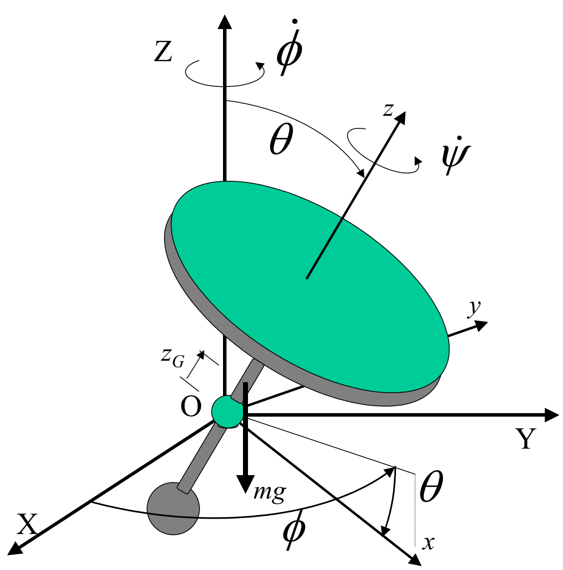


(3)



(4)

d) justifique porque, na condição de equilíbrio, a reação vertical do mancal *O* é maior que o peso próprio do conjunto. Dados: $\boldsymbol{m}$ = 1 kg; $\boldsymbol{M}$ = 5 kg; $\boldsymbol{k}$ = 120×10^3 N/m; $\boldsymbol{c}$ = 500 Nm/(rad/s); $\boldsymbol{R}$ = 0.10 m; 2$\boldsymbol{L}$ = 0.03 m; $\boldsymbol{g}$ = 9.81 m/s^2 ***;*** momento dissipativo no mancal: $\vec{T} = -c\,\dot{\theta}\,\vec{k}$,



4ª Questão (1,0 ponto)

Considerando a definição dos ângulos de *Euler* apresentada na figura ao lado, estabeleça as condições cinemáticas necessárias a uma possível precessão estacionária.

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

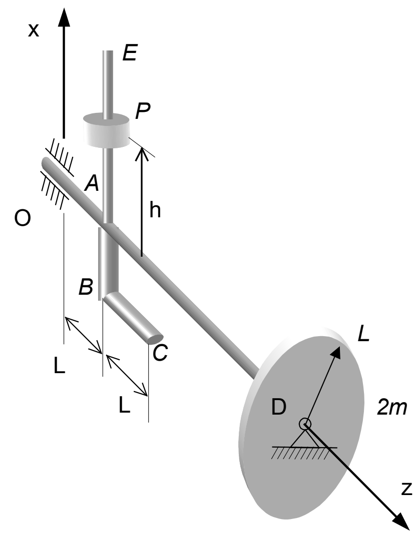
Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

MECÂNICA B – PME 2200 – Primeira Prova – 05 de abril de 2011

Resolução da 1ª Questão (3,5 pontos)

O sistema mostrado na figura ao lado gira em torno do eixo *OD*. Este eixo tem comprimento 4*L* e massa desprezível. O volante fixado ao eixo em *D* tem massa 2*m* e raio *L*. A barra *ABC* está no plano *xz* e os trechos *AB* e *BC* têm cada um massa *m* e comprimento *L*. O corpo *P* possui massa concentrada *m* e pode deslizar sobre a haste *AE* de massa desprezível, também contida no plano *xz*. Na configuração indicada o corpo *P* dista *h* do eixo *OD*. Pede-se:



a) determinar a localização do baricentro do sistema em função de *h*; (1,0 ponto)
b) calcular o momento angular do sistema em relação ao pólo O; (1,0 ponto)
c) balancear o sistema colocando apenas uma massa *M* no diâmetro externo do volante e ajustando a distância *h* do corpo *P*. Informe os valores obtidos. (1,5 pontos)

$$x_G = \frac{mh + m\left(-\frac{L}{2}\right) + m(-L)}{5m} \quad \Rightarrow \quad \boxed{x_G = \frac{2h-3L}{10}}$$

$$\boxed{y_G = 0}$$

$$z_G = \frac{mL + mL + m\left(\frac{3L}{2}\right) + 2m(4L)}{5m} \quad \Rightarrow \quad \boxed{z_G = \frac{23L}{10}}$$

$$\left[\vec{H}_O\right] = [J]_{Oxyz}\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{Bmatrix} = -J_{xz}\omega\hat{i} - J_{yz}\omega\hat{j} + J_z\omega\hat{k} \qquad \text{mas}$$

$$J_{yz} = 0$$

Assim: $\vec{H}_O = -J_{xz}\omega\hat{i} + J_z\omega\hat{k}$

$$J_{xz} = mhL + m\left(\frac{-L}{2}\right)L + m(-L)\left(\frac{3L}{2}\right) = mhL - 2mL^2$$

$$J_z = mh^2 + \frac{mL^2}{3} + mL^2 + 2m\left(\frac{L^2}{2}\right) = mh^2 + \frac{7mL^2}{3}$$

$$\boxed{\vec{H}_O = -\left(mhL - 2mL^2\right)\omega\hat{i} + \left(mh^2 + \frac{7mL^2}{3}\right)\omega\hat{k}}$$

Balanceamento:

$$x'_G = \frac{5m\left(\frac{2h-3L}{10}\right) + M(L)}{5m+M} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$mh = \frac{3mL}{2} - ML \qquad (1)$$

$$J'_{xz} = mhL - 2mL^2 + M(4L)L = 0 \quad \Rightarrow$$

$$mh - 2mL + 4ML = 0 \qquad (2)$$

Substituindo (1) em (2):

$$\frac{3mL}{2} - ML - 2mL + 4ML = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{M = \frac{m}{6}}$$

Substituindo em (1):

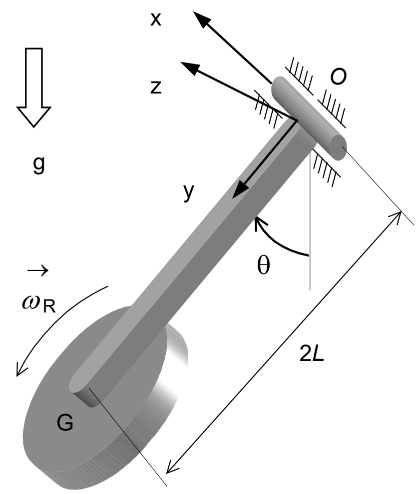
$$mh = \frac{3mL}{2} - \frac{mL}{6} \quad \Rightarrow \quad \boxed{h = \frac{4L}{3}}$$

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

Resolução da 2ª Questão (3,5 pontos)



Um avião, que acaba de decolar, está em translação retilínea com velocidade constante. O trem de pouso do avião, mostrado na figura, é recolhido com a roda ainda em movimento com velocidade angular constante $\vec{\omega}_R = \omega_R \vec{k}$ relativamente à barra *OG*. A rotação da barra *OG*, de massa *M* e comprimento 2*L*, é mantida com velocidade angular constante $\vec{\omega}_B = \omega_B \vec{i} = \dot{\theta}\vec{i}$. Considere a roda como um disco de raio *R*, massa *m* e momentos de inércia $J_{Gx} = J_{Gy} = J$, $J_{Gz} = 2J$. Na configuração representada neste instante, pedem-se, em função dos parâmetros dados, expressos na base tri-ortogonal $O\vec{i}\,\vec{j}\,\vec{k}$, solidária à barra *OG*:

a) compor o vetor rotação da roda; (1,0 ponto)

b) determinar o vetor momento angular $\vec{H}_G$ da roda com respeito ao pólo *G*; (1,0 ponto)

c) calcular o momento aplicado pela roda à barra *OG;* (1,0 ponto)

d) considerando também os pesos da roda e da barra *OG*, calcular o momento aplicado pela barra ao sistema de acionamento do trem de pouso. (0,5 pontos)

a) $\boxed{\vec{\omega} = \omega_B \hat{i} + \omega_R \vec{k}}$

b) $\left[\vec{H}_G\right] = [J]_{Gxyz} \begin{Bmatrix} \omega_B \\ 0 \\ \omega_R \end{Bmatrix}$

$\boxed{\vec{H}_G = J\omega_B \vec{i} + 2J\omega_R \vec{k}}$

c) TMA na roda: $\dot{\vec{H}}_G = \vec{M}_G$

$$\dot{\vec{H}}_G = 2J\omega_R \dot{\vec{k}} = 2J\omega_R\left(\omega_B \vec{i} \wedge \vec{k}\right) = -2J\omega_R\omega_B \vec{j}$$

Assim, o momento giroscópico aplicado pela roda na barra é igual a:

$\boxed{\vec{M}_{Gir} = 2J\omega_R\omega_B \vec{j}}$

d) TMA aplicado à barra OG, pólo O

$$\vec{M}_O^{ext} = M(G_B - O) \wedge \vec{a}_O + \frac{d}{dt}\left(\vec{H}_O\right),$$

$$\vec{M}_O^{ext} = \frac{d}{dt}\left(J_{Ox}\omega_B \vec{i}\right) = \vec{0}$$

pois $\vec{a}_O = \vec{0}$ e $J_{Ox}\omega_B \vec{i}$ é constante. Assim,

$$\vec{M}_O^{ext} = -mg2L\sin\theta\vec{i} - MgL\sin\theta\vec{i} + 2J\omega_R\omega_B \vec{j} + \vec{M}_{S->B}$$

com $\vec{M}_{S->B}$ = momento que o sistema de acionamento do trem de pouso aplica à barra *OG*, dado por:

$$\vec{M}_{S->B} = M_{motor}\vec{i} + M_y \vec{j} + M_z \vec{k} \Rightarrow$$

$$-mg2Lsin\theta\vec{i} - MgLsin\theta\vec{i} + 2J\omega_R\omega_B \vec{j} +$$

$$M_{motor}\vec{i} + M_y \vec{j} + M_z \vec{k} = \vec{M}_O^{ext} = \vec{0} \Rightarrow$$

$$\vec{i} : -(2m + M)gLsin\theta + M_{motor} = 0$$

$$\vec{j} : 2J\omega_R\omega_B + M_y = 0$$

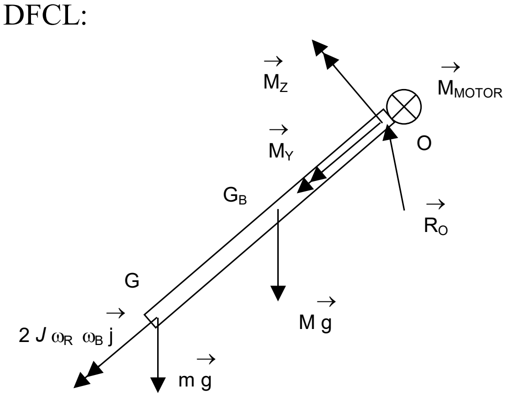
$$\vec{k} : M_z = 0$$

Portanto, os momentos que a barra aplica ao sistema são:

$$\vec{M}_{B->S} = -M_{motor}\vec{i} - M_y \vec{j} - M_z \vec{k}$$

$$\vec{M}_{B->S} = -(2m + M)gLsin\theta\vec{i} + 2J\omega_R\omega_B \vec{j}$$

DFCL:

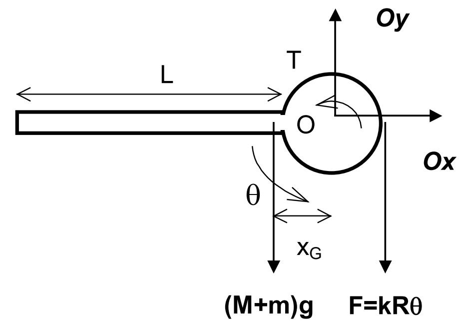


ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

Resolução da 3ª Questão (3,0 pontos)



Considerando o primeiro exercício de modelagem e simulação computacional (EMSC #1), realize as seguintes atividades:

a) Faça o diagrama de forças sobre o corpo livre e escreva novamente a equação de movimento para o grau de liberdade θ.

$$J_z = \frac{1}{2} mR^2 + \left(\frac{1}{12} ML^2 + M(R + L/2)^2 \right) \qquad \text{(I)}$$

$$J_z \ddot{\theta} = (R + L/2) Mg \cos\theta - kR^2\theta - c\dot{\theta} \text{ (II)} \qquad \text{(0,5 ponto)}$$

b) Escreva as equações das reações do mancal O expressando-as no sistema fixo.

$$x_G = -\frac{M(L/2 + R)}{(M + m)} \qquad \text{(III)}$$

$$\vec{a}_G = x_G \ddot{\omega} \vec{t} + x_G \dot{\omega}^2 \vec{n} \text{ (IV)} \qquad \text{(0,5 ponto)}$$

$$O_x = (M + m) x_G (\dot{\omega} \operatorname{sen}\theta + \omega^2 \cos\theta) \qquad \text{(V)}$$

$$O_y = (M + m) x_G (-\dot{\omega}\cos\theta + \omega^2 \operatorname{sen}\theta) + kR\theta + (M + m) g \text{ (VI)} \qquad \text{(0,5 ponto)}$$

c) Você obteve nas simulações os gráficos temporais apresentados nas figuras abaixo para condições iniciais $\theta(0) = -\pi/2 - 0.04$ e $\dot{\theta}(0) = 0$. Faça uma tabela identificando as variáveis correspondentes a cada gráfico. (1,0 ponto)

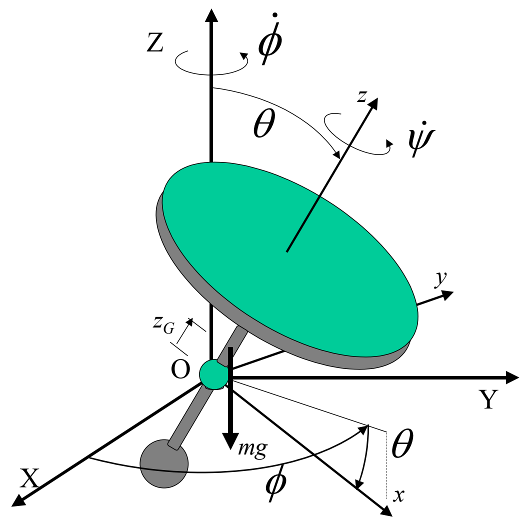
Figura 1	Posição angular θ
Figura 2	Reação vertical no mancal
Figura 3	Reação horizontal no mancal
Figura 4	Velocidade angular dθ/dt

d) justifique porque, na condição de equilíbrio, a reação vertical do mancal O é maior que o peso próprio do conjunto.

Resposta: A reação vertical é maior que o peso próprio do conjunto porque há ação externa da mola. Na posição de equilíbrio a mola estará tensionada e sua ação se soma ao peso próprio do conjunto, aumentando a reação vertical do mancal. (0,5 ponto)

Resolução da 4ª Questão (1,0 ponto)

Considerando a definição dos ângulos de *Euler* apresentada na figura ao lado, estabeleça as condições cinemáticas necessárias a uma possível precessão estacionária.



Resposta:

As condições cinemáticas que definem a precessão estacionária são:

- rotação própria constante $\dot{\psi} = cte$;

- velocidade angular de precessão constante $\dot{\phi} = cte$;

- ângulo de nutação constante $\theta = cte \;\rightarrow\; \dot{\theta} = 0$.