ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2200 – MECÂNICA B – Primeira Prova – 13 de abril de 2004

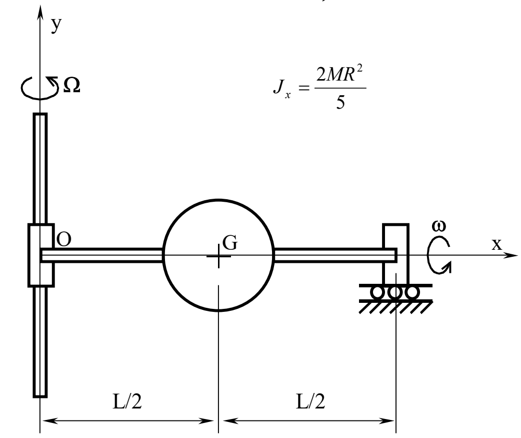
Duração da Prova: 100 minutos (não é permitido uso de calculadoras)

1ª Questão (4,0 pontos)

Uma esfera sólida e homogênea, de massa M e raio R, está rigidamente acoplada a uma haste, de massa m, que passa por seu centro de massa G. A haste gira em torno do eixo x com $\vec{\varpi} = \varpi\vec{i}$ e em torno do eixo vertical y com $\vec{\Omega} = \Omega\vec{i}$. Pede-se:

(a) Determinar a energia cinética do sistema (haste + esfera).

(b) Determinar o momento angular da esfera, em relação ao pólo O.

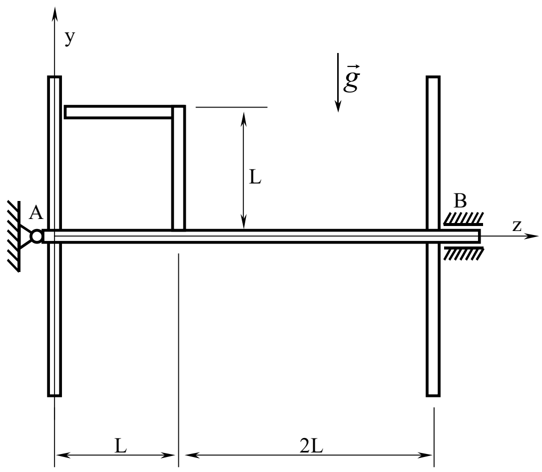


2ª Questão (4,0 pontos)

Duas barras de massa m e comprimento L estão ligadas a um eixo que gira com velocidade angular constante, como indicado na figura. Os volantes A e B, de massa M, raio R e espessura desprezível, estão fixados ao eixo. Considerando o sistema Axyz, solidário ao volante, pede-se:

(a) Determinar as reações (considerando o peso) nos mancais A e B.

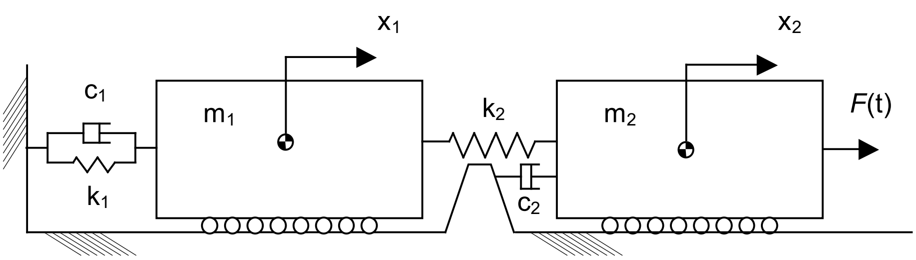
(b) Determinar a localização e os valores de duas massas m_1 e m_2, fixadas na parte externa do volantes A e B, suficientes para balancear o sistema



3ª Questão (2,0 pontos)

Considere o sistema composto de dois corpos de massas m_1 e m_2, ligados entre si por conecções elásticas lineares (molas) e dissipativas lineares (amortecedor viscoso) de constantes k_1, k_2, c_1 e c_2, respectivamente, conforme mostrado na figura. O segundo corpo é excitado por uma função externa senoidal F(t). Elaborar o diagrama de blocos para o programa SCICOS que represente este sistema baseado nas equações de movimento (utilize a função SCIFUNC se preferir) e crie um gráfico de saida temporal da velocidade do primeiro corpo.

$$\ddot{x}_1 = \frac{1}{m_1}[-c_1\dot{x}_1 - (k_1 + k_2)x_1 + k_2 x_2] \quad \text{e} \quad \ddot{x}_2 = \frac{1}{m_2}[-c_2\dot{x}_2 - k_2 x_2 + k_2 x_1 + F(t)]$$



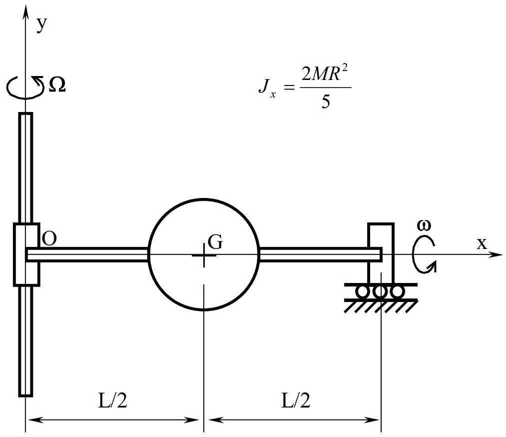
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2200 – MECÂNICA B – Primeira Prova – Resolução - 13/04/2004

1ª Questão (4,0 pontos)



Uma esfera sólida e homogênea, de massa M e raio R, está rigidamente acoplada a uma haste, de massa m, que passa por seu centro de massa G. A haste gira em torno do eixo x com $\vec{\varpi} = \varpi\vec{i}$ e em torno do eixo vertical y com $\vec{\Omega} = \Omega\vec{i}$. Pede-se:

(a) Determinar a energia cinética do sistema (haste + esfera).

(b) Determinar o momento angular da esfera, em relação ao pólo O.

$$T_{sistema} = T_{barra} + T_{esfera}$$

$$T_{barra} = \frac{mL^2}{6}\Omega^2$$

$$T_{esfera} = \frac{1}{2}M\left(\Omega\frac{L}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\begin{bmatrix}\omega & \Omega & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}J & 0 & 0\\ 0 & J & 0\\ 0 & 0 & J\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\omega\\ \Omega\\ 0\end{Bmatrix} = \frac{ML^2}{8}\Omega^2 + \frac{1}{2}J\left(\omega^2 + \Omega^2\right)$$

$$J_{esfera} = \frac{2MR^2}{5}$$

$$\boxed{T_{sistema} = \left[\frac{mL^2}{6} + M\left(\frac{L^2}{8} + \frac{R^2}{5}\right)\right]\Omega^2 + \frac{MR^2}{5}\omega^2}$$

Utilizando a fórmula de mudança de pólo:

$$\vec{H}_O = (G - O)\wedge M\vec{v}_G + \vec{H}_G = \frac{L}{2}\vec{i}\wedge\left(-M\frac{\Omega L}{2}\vec{k}\right) + J\omega\vec{i} + J\Omega\vec{j} = J\omega\vec{i} + \left(J + \frac{ML^2}{4}\right)\Omega\vec{j}$$

ou alternativamente considerando o pto. “O” extensão rígida imaginária da esfera:

$$\vec{H}_O = M(G - O)\wedge\vec{v}_O + [J]_{Oxyz}\{\omega\}$$

$$\vec{H}_O = \begin{bmatrix}J & 0 & 0\\ 0 & J + \frac{ML^2}{4} & 0\\ 0 & 0 & J + \frac{ML^2}{4}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\omega\\ \Omega\\ 0\end{Bmatrix} = J\omega\vec{i} + \left(J + \frac{ML^2}{4}\right)\Omega\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{H}_O = \frac{2MR^2}{5}\omega\vec{i} + \left(\frac{2MR^2}{5} + \frac{ML^2}{4}\right)\Omega\vec{j}}$$

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

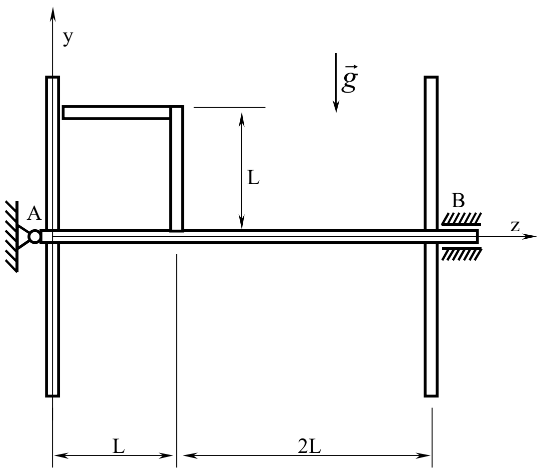
PME 2200 – MECÂNICA B – Primeira Prova – Resolução - 13/04/2004

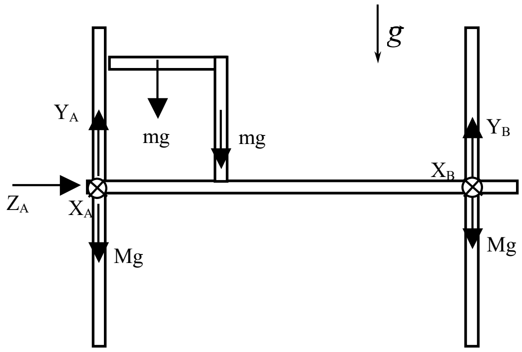
2ª Questão (4,0 pontos)

Duas barras de massa m e comprimento L estão ligadas a um eixo que gira com velocidade angular constante, como indicado na figura. Os volantes A e B, de massa M, raio R e espessura desprezível, estão fixados ao eixo. Considerando o sistema Axyz, solidário ao volante, pede-se:

(a) Determinar as reações (considerando o peso) nos mancais A e B.

(b) Determinar a localização e os valores de duas massas m_1 e m_2, fixadas na parte externa do volantes A e B, suficientes para balancear o sistema





$$y_G = \frac{mL + m\frac{L}{2}}{2m + 2M} = \frac{3mL}{4(m+M)} \qquad z_G = \frac{M3L + mL + m\frac{L}{2}}{2m + 2M} = \frac{(6M + 3m)L}{4(m+M)}$$

TMB:

$$-2(m+M)\omega^2 \frac{3mL}{4(m+M)}\vec{j} = (X_A + X_B)\vec{i} + (Y_A + Y_B - 2Mg - 2mg)\vec{j} + Z_A\vec{k}$$

$$\begin{cases} X_A = -X_B \\ Y_A + Y_B = 2(m+M)g - \dfrac{3mL\omega^2}{2} \\ Z_A = 0 \end{cases}$$

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

TMA:

$$\vec{H}_A = 2\left(\frac{MR^2}{2}\omega\vec{k}\right) - m\left(\frac{L}{2}\right)(L)\omega\vec{j} + m\frac{L^2}{3}\omega\vec{k} - m(L)\left(\frac{L}{2}\right)\omega\vec{j} + mL^2\omega\vec{k} = MR^2\omega\vec{k} - mL^2\omega\vec{j} + \frac{4mL^2}{3}\omega\vec{k}$$

$$\dot{\vec{H}}_A = mL^2\omega^2\vec{i}$$

$$\vec{M}_A = (Mg - Y_B)3L\vec{i} + X_B 3L\vec{j} + mgL\vec{i} + mg\frac{L}{2}\vec{i}$$

$$\begin{cases} mL\omega^2 = 3Mg - 3Y_B + \dfrac{3mg}{2} \\ X_B = 0 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{Y_B = \left(M + \frac{m}{2}\right)g - \frac{mL}{3}\omega^2}$$

$$\boxed{Y_A = \left(M + \frac{3m}{2}\right)g - \frac{7mL}{6}\omega^2} \qquad \boxed{X_A = X_B = Z_A = 0}$$

Para balancear:

m_1 em $(0,-R,0)$
m_2 em $(0,-R,3L)$

$$J_{xz} = 0 \quad \rightarrow J'_{xz} = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{OK}$$

$$J_{yz} = mL^2 \quad \rightarrow J'_{yz} = mL^2 + m_2(-R)(3L) = 0 \quad \Rightarrow \boxed{m_2 = \frac{mL}{3R} \quad \text{em} \quad (0,-R,3L)}$$

$$y_G = \frac{\dfrac{3mL}{2}}{2(m+M)} \quad \rightarrow y'_G = \frac{\dfrac{3mL}{2} + m_1(-R) + m_2(-R)}{2(m+M) + m_1 + m_2} = 0 \quad \Rightarrow \boxed{m_1 = \frac{7mL}{6R} \quad \text{em} \quad (0,-R,0)}$$

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2200 – MECÂNICA B – Primeira Prova – Resolução - 13/04/2004

3ª Questão (2 pontos)

$$\ddot{x}_1 = \frac{1}{m_1}[-c_1\dot{x}_1 - (k_1 + k_2)x_1 + k_2 x_2] \quad \text{e} \quad \ddot{x}_2 = \frac{1}{m_2}[-c_2\dot{x}_2 - k_2 x_2 + k_2 x_1 + F(t)]$$