ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

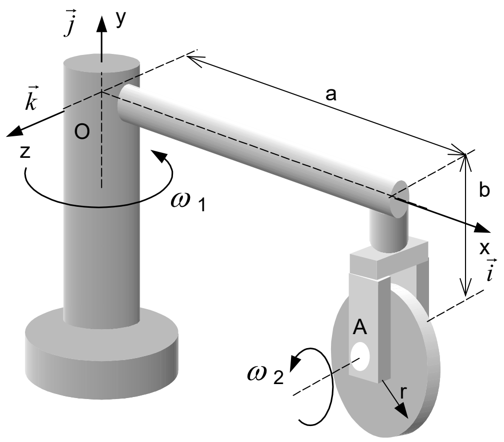
Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2200 – MECÂNICA B – Primeira Prova – 25 de março de 2003

Duração da Prova: 100 minutos (não é permitido uso de calculadoras)

1ª Questão (4,0 pontos)

Um disco de raio ***r*** e massa **m** gira com velocidade angular relativa constante ω_2 em torno do mancal ***A*** do garfo de massa desprezível e altura ***b***. O braço de sustentação do garfo, de comprimento ***a*** e massa ***M***, gira em torno do eixo ***y*** da torre de suporte, com velocidade angular constante ω_1. Pede-se:



a) determinar a energia cinética ***T*** do sistema (disco + braço);

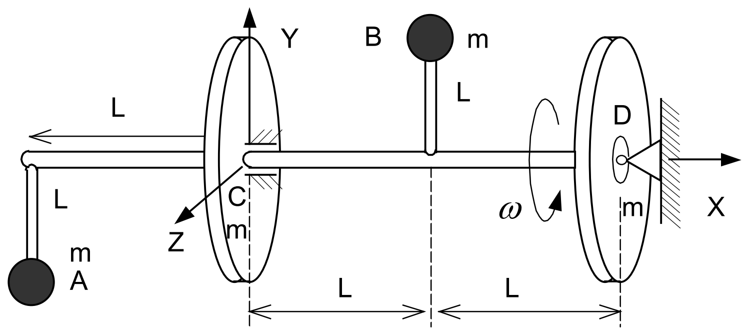
b) determinar o momento angular $\vec{H}_A$ do disco, em relação ao pólo **A**.

2ª Questão (4,0 pontos)

Duas massas ***m, A*** e ***B,*** estão ligadas com barras de comprimento ***L*** a um eixo que gira com velocidade angular constante ω. Os volantes ***C*** e ***D*** de massas ***m*** e raio ***L*** e espessura desprezível, estão fixados ao eixo que gira suportado pelos mancais de apoio (articulação em ***D*** e anel em ***C***), conforme mostrado na figura. Considerando o sistema ***CXYZ***, solidário ao volante, pede-se:

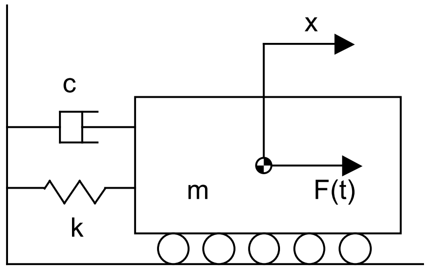
a) determinar as reações dinâmicas $\vec{F}_C$ e $\vec{F}_D$ dos mancais ***C*** e ***D***, sobre o eixo;

b) determinar a localização e os valores de duas massas compensadoras m_1 e m_2 fixadas na parte externa dos volantes ***C*** e ***D*** respectivamente, suficientes para balancear o sistema.



3ª Questão (2,0 pontos)

A dinâmica do sistema massa/mola/amortecedor da figura, é regida pela equação diferencial ordinária: $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)$. Baseado no tutorial sobre a utilização do programa *SCILAB/SCICOS*, fazer o diagrama de blocos do sistema para integração numérica (simulação computacional), indicando a saída para um gráfico de posição em função do tempo.



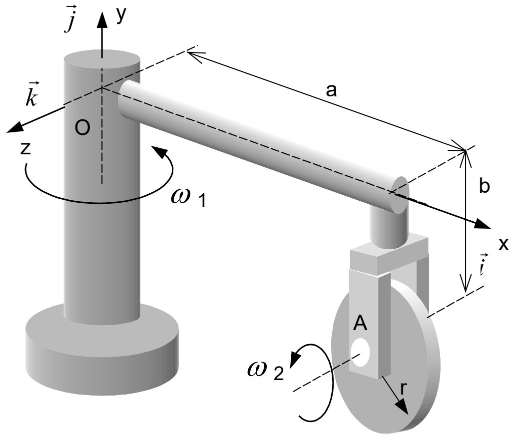
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2200 – MECÂNICA B – Primeira Prova – Resolução - 25/03/2003

1ª Questão (4,0 pontos)



Um disco de raio ***r*** e massa **m** gira com velocidade angular relativa constante $\boldsymbol{\omega_2}$ em torno do mancal ***A*** do garfo de massa desprezível e altura ***b***. O braço de sustentação do garfo, de comprimento ***a*** e massa ***M***, gira em torno do eixo ***y*** da torre de suporte, com velocidade angular constante $\boldsymbol{\omega_1}$. Pede-se:

a) determinar a energia cinética ***T*** do sistema (disco + braço);

b) determinar o momento angular $\vec{H}_A$ do disco, em relação ao pólo **A**.

$$\vec{v}_A = \omega_1 \vec{j} \wedge (A - O) = \omega_1 \vec{j} \wedge \left(a\vec{i} - b\vec{j}\right) = -\omega_1 a\vec{k} \quad ; \quad \vec{\omega}_{disco} = \omega_1 \vec{j} + \omega_2 \vec{k} \quad ; \quad \vec{\omega}_{braço} = \omega_1 \vec{j}$$

$$T_{disco} = \frac{1}{2} m v_A^2 + \frac{1}{2} \{\vec{\omega}_{disco}\}^T [J]_{Axyz} \{\vec{\omega}_{disco}\}$$

$$T_{disco} = \frac{ma^2\omega_1^2}{2} + \frac{1}{2}\{0 \quad \omega_1 \quad \omega_2\} \begin{bmatrix} \frac{mr^2}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{mr^2}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{mr^2}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \omega_1 \\ \omega_2 \end{Bmatrix} = \frac{m\left(4a^2 + r^2\right)}{8}\omega_1^2 + \frac{mr^2}{4}\omega_2^2$$

$$T_{braço} = \frac{1}{2}\{\vec{\omega}_{braço}\}^T [J]_{Oxyz} \{\vec{\omega}_{braço}\} = \frac{1}{2}\{0 \quad \omega_1 \quad 0\} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Ma^2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Ma^2}{3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \omega_1 \\ 0 \end{Bmatrix} = \frac{Ma^2}{6}\omega_1^2$$

$$\boxed{T_{sistema} = \left[\frac{m\left(4a^2 + r^2\right)}{8} + \frac{Ma^2}{6}\right]\omega_1^2 + \frac{mr^2}{4}\omega_2^2}$$

$$\vec{H}_A = [J]_{Axyz}\{\omega_{disco}\} = \begin{bmatrix} \frac{mr^2}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{mr^2}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{mr^2}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \omega_1 \\ \omega_2 \end{Bmatrix}$$

$$\boxed{\vec{H}_A = \frac{mr^2}{4}\left(\omega_1 \vec{j} + 2\omega_2 \vec{k}\right)}$$

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

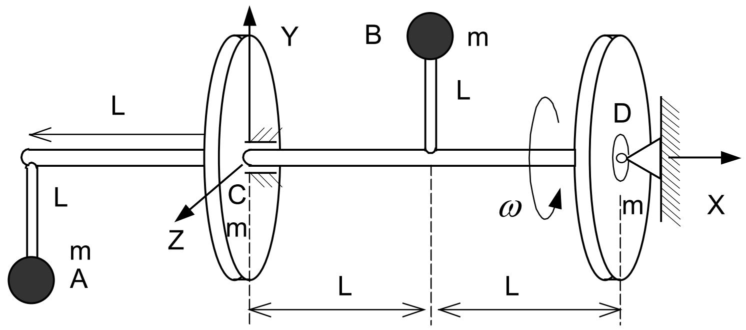
MECÂNICA B – PME 2200 - Primeira Prova – Resolução - 25/03/2003

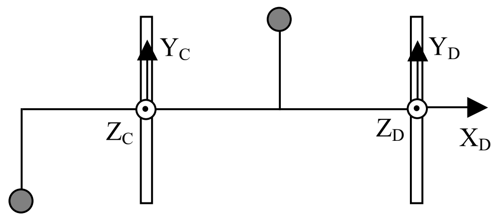
2ª Questão (4,0 pontos)

Duas massas ***m, A*** e ***B,*** estão ligadas com barras de comprimento ***L*** a um eixo que gira com velocidade angular constante ω. Os volantes ***C*** e ***D*** de massas ***m*** e raio ***L*** e espessura desprezível, estão fixados ao eixo que gira suportado pelos mancais de apoio (articulação em D e anel em C), conforme mostrado na figura. Considerando o sistema ***CXYZ***, solidário ao volante, pede-se:

a) determinar as reações dinâmica $\vec{F}_C$ e $\vec{F}_D$ dos mancais ***C*** e ***D***, sobre o eixo;

b) determinar a localização e os valores de duas massas compensadoras m_1 e m_2 fixadas na parte externa dos volantes ***C*** e ***D*** respectivamente, suficientes para balancear o sistema.





$y_G = z_G = 0$, isto é, o baricentro está sobre o eixo de rotação ➔ $\vec{a}_G = \vec{0}$

TMB: $\vec{0} = X_D\vec{i} + (Y_C + Y_D)\vec{j} + (Z_C + Z_D)\vec{k} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} X_D = 0 \\ Y_C = -Y_D \\ Z_C = -Z_D \end{cases}$

TMA pólo em C: $\dot{\vec{H}}_C = \vec{M}_C$

$$\vec{H}_C = \begin{bmatrix} J_x & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{yx} & J_y & -J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = 3mL^2\omega\,\vec{i} - 2mL^2\omega\,\vec{j}$$

$$J_x = mL^2 + \frac{mL^2}{2} + mL^2 + \frac{mL^2}{2} = 3mL^2$$

$$J_{xy} = m(-L)(-L) + m(L)(L) = 2mL^2$$

$$J_{xz} = 0$$

$$\dot{\vec{H}}_C = -2mL^2\omega^2\,\vec{k} \quad ; \quad \vec{M}_C = Y_D.2L\,\vec{k} - Z_D.2L\,\vec{j}$$

➔ $\boxed{Y_D = -Y_C = -mL\omega^2}$ $\boxed{Z_D = -Z_C = 0}$ $\boxed{\vec{F}_D = -mL\omega^2\,\vec{j}}$ $\boxed{\vec{F}_C = mL\omega^2\,\vec{j}}$

Para balancear é necessário apenas fazer $J_{xy}=0$ mantendo $y_G = z_G = 0$ e $J_{xz} = 0$.
Para tanto acrescenta-se $m_1 = m$ em (0,L,0) e $m_2 = m$ em (2L,-L,0).

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

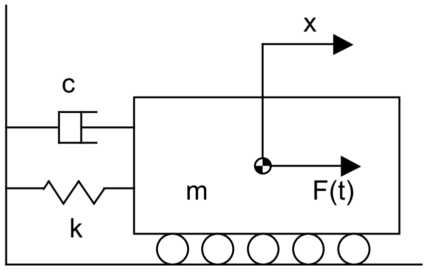
Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

MECÂNICA B – PME 2200 - Primeira Prova – Resolução - 25/03/2003

3ª Questão (2,0 pontos)

A dinâmica do sistema massa/mola/amortecedor da figura, é regida pela equação diferencial ordinária: $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)$. Baseado no tutorial sobre a utilização do programa *SCILAB/SCICOS*, fazer o diagrama de blocos do sistema para integração numérica (simulação computacional) indicando a saída para um gráfico de posição em função do tempo.



$$\ddot{x} = \frac{1}{m}[F(t) - c\dot{x} - kx]$$