



Fundo Patrimonial FEAUSP

FEAUSP

NIVELAMENTO DE MATEMÁTICA

Aula 4 - Produtos Notáveis e Fatoração



Nesta aula vamos recordar algumas fórmulas básicas de produtos notáveis e fatoração, técnicas úteis em diversas disciplinas, principalmente em Cálculo Diferencial e Integral.

Produtos Notáveis: fórmulas que desenvolvem expressões.

Fatorar: transformar em produto (“fatores”).

Exemplos:

- $2x^3 - 6x^2 = 2x^2(x - 3)$
é um exemplo de uma fatoração.

- $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$
é um desenvolvimento por um produto notável.

PRODUTOS NOTÁVEIS

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ **quadrado de uma soma**
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ **quadrado de uma diferença**

$$(-a + b)^2 = ((-a) + b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(-a - b)^2 = ((-a) + (-b))^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

PRODUTOS NOTÁVEIS

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad \text{cubo da soma}$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad \text{cubo da diferença}$$

$$(2x - y^2)^3 = 8x^3 - 12x^2y^2 + 6xy^4 - y^6$$

$$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a - b)^4 = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$$

$$(a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

TRIÂNGULO
DE
PASCAL

1						
1	1					
1	2	1				
1	3	3	1			
1	4	6	4	1		
1	5	10	10	5	1	
1	6	15	20	15	6	1

PRODUTOS NOTÁVEIS

$$(a + b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 \\ + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$

$$(a - b)^6 = a^6 - 6a^5b + 15a^4b^2 - 20a^3b^3 \\ + 15a^2b^4 - 6ab^5 + b^6$$

Este desenvolvimento é conhecido como

Binômio de Newton.

FATORAÇÃO

fator comum em evidência

$$ab + ac = a(b + c)$$

$$21x^2y - 3xy^4 = 3xy(7x - y^3)$$

agrupamento

$$ab + ac - b - c = a(b + c) - 1(b + c) = (b + c)(a - 1)$$

$$\begin{aligned} 6x^2 - 4ax - 9bx + 6ab &= 2x(3x - 2a) - 3b(3x - 2a) \\ &= (3x - 2a)(2x - 3b) \end{aligned}$$

FATORAÇÃO

diferença de quadrados

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$\begin{aligned}x^6 - 16y^4 &= (x^3)^2 - (4y)^2 \\ &= (x^3 - 4y^2)(x^3 + 4y^2)\end{aligned}$$

FATORAÇÃO

diferença de cubos

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$27x^3 - y^9 = (3x - y^3)(9x^2 + 3xy^3 + y^6)$$

$$a^4 - b^4 = (a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$$

Podemos generalizar para $x^n - y^n$.

FATORAÇÃO

Simplificar a expressão $\frac{32 - x^5}{4 - x^2}$.

$$\begin{aligned}\frac{32 - x^5}{4 - x^2} &= \frac{2^5 - x^5}{2^2 - x^2} = \frac{(2 - x)(16 + 8x + 4x^2 + 2x^3 + x^4)}{(2 - x)(2 + x)} \\ &= \frac{16 + 8x + 4x^2 + 2x^3 + x^4}{2 + x}\end{aligned}$$



Fundo Patrimonial FEAUSP



FEAUSP