



Fundo Patrimonial FEAUSP

FEAUSP

NIVELAMENTO DE MATEMÁTICA

Aula 2 - Frações, Números decimais e Porcentagem



Nesta aula vamos revisar algumas propriedades operacionais das frações e dos números decimais.

Como importante aplicação destes números, recordaremos a ideia de porcentagem e apresentaremos algumas situações em que ela é muito utilizada.

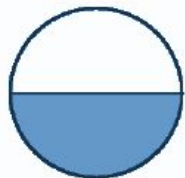
FRAÇÕES

Vimos que os números racionais são as frações da forma razão de dois inteiros, com denominador não nulo. De forma geral, trataremos aqui das propriedades das razões

$$\left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{R} \text{ e } b \neq 0 \right\}$$

Igualdade de frações $\left\{ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c \right.$

Frações equivalentes e irredutíveis



$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{3}{6}$$

Frações equivalentes:
representam
a mesma
parte do todo

Observe que:

$$\frac{2}{4} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2}$$

Fração
irredutível

Redução de frações a um mesmo denominador

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{12}{15}$$

Aplicação:

Soma e subtração de frações com denominadores diferentes

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} =$$

$$= \frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{22}{15}$$

Propriedades operacionais das frações

$$\text{a) } \frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm b \cdot c}{b \cdot d}$$

soma e subtração de frações

$$\text{b) } \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

multiplicação de frações

$$\text{c) } \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

divisão de frações

Exemplos.

$$\text{a) } \frac{5}{2} + \frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{50}{20} + \frac{15}{20} - \frac{8}{20} = \frac{57}{20}$$

$$\text{b) } \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{14}$$

$$\text{c) } \frac{4}{5} \cdot \frac{10}{3} \cdot \frac{7}{12} = \frac{14}{9}$$

$$\text{d) } \frac{8}{3} \div \frac{6}{5} = \frac{8}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{20}{9}$$

NÚMEROS DECIMAIS

Já vimos que, dada uma fração a/b , dividindo a por b obtemos um número decimal que representa a fração. Por exemplo: $1/2 = 0,5$

Dado um número decimal, como obter uma fração que o representa?

Transformação de numeral decimal em fração decimal

Para transformar um numeral decimal em fração decimal escreve-se uma fração cujo numerador é o numeral decimal sem a vírgula e cujo denominador é o algarismo 1 seguido de tantos zeros quantas forem as casas decimais do numeral dado.

$$1) \quad 47, \underset{\substack{\downarrow \\ 2 \text{ casas} \\ \text{decimais}}}{23} = \frac{4723}{100} \rightarrow 2 \text{ zeros}$$

$$2) \quad 0, \underset{\substack{\downarrow \\ 5 \text{ casas} \\ \text{decimais}}}{00431} = \frac{431}{100000} \rightarrow 5 \text{ zeros}$$

Transformação de numeral decimal em fração decimal

$$0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$1,28 = \frac{128}{100} = \frac{32}{25}$$

$$0,01 = \frac{1}{100}$$

$$0,000349 = \frac{349}{1000000}$$

Transformação de fração decimal em numeral decimal

Para transformar uma fração decimal em número decimal escreve-se o numerador da fração com tantas ordens decimais quantos forem os zeros do denominador.

$$1) \frac{324}{10} = 32, \underline{4}$$

1 zero 1 casa decimal

$$2) \frac{34}{10000} = 0, \underline{0034}$$

4 zeros 4 casas decimais

Comparação de decimais

Exemplo: Comparar os numerais

$$0,345 \text{ e } 0,2431$$

1º) Reescrevemos os dois decimais com igual número de casas

$$0,3450 \text{ e } 0,2431$$

2º) Eliminamos a vírgula (multiplicar por 10000) e comparamos os números restantes.

$$3450 > 2431$$

então $0,345 > 0,2431$.

Propriedades dos decimais

Adição

$$3,6 + 0,38 + 31,424$$

$$\begin{array}{r} 3,600 \\ 0,380 \\ \underline{31,424} + \\ 35,404 \end{array}$$

Subtração

$$29,34 - 14,321$$

$$\begin{array}{r} 29,340 \\ \underline{14,321} - \\ 15,019 \end{array}$$

Propriedades dos decimais

Multiplicação

$$3,6 \times 18,36$$

$$\begin{array}{r} 3,6 \\ 18,36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ 288 \\ 36 \\ \hline 66,096 \end{array}$$

Divisão

Calcular o quociente $3,24 : 1,8$

$$3,24 : 1,8 = \frac{324}{100} : \frac{18}{10} = \frac{324}{100} \cdot \frac{10}{18} = \frac{324}{180}$$

Logo, dividir 3,24 por 1,8 é o mesmo que dividir 324 por 180.

$$\begin{array}{r} 324 \quad | \quad 180 \\ 1440 \quad 1,8 \\ \hline 0 \end{array}$$

PORCENTAGEM

O símbolo ‘%’ permeia toda a nossa vida cotidiana e profissional.

Porcentagem significa expressar em termos de “cem partes”.

Assim, % é uma abreviatura para a fração $\frac{1}{100}$ ou ainda 0,01.

Exemplo. 13% é uma abreviatura para $\frac{13}{100} = 0,13$

Há duas perguntas básicas

Se algo variou em $x\%$, queremos saber:

- a) **Qual foi a variação?**

- b) **Qual o novo valor da grandeza?**

Exemplo.

Uma impressora custava R\$ 400,00 e teve um aumento de 8%.

a) De quanto foi o aumento?

$$\text{Como } 8\% = \frac{8}{100} = 0,08 \text{ podemos fazer:}$$

$$0,08 \cdot 400 = 32. \text{ Este é o valor do aumento.}$$

b) Qual o novo valor da impressora?

$$400 + 32 = 432$$

A ideia é geral

Se x teve um aumento de 8%, então:

a) O valor do aumento é de 0,08.

b) O novo valor é $x + x \cdot 0,08 = x(1 + 0,08) = x \cdot 1,08$.

Exemplo.

Uma calça custava R\$ 350,00 e teve um desconto de 10%.

a) De quanto foi o desconto?

$$350 \cdot 0,1 = 35 \text{ reais}$$

b) Qual o novo valor da calça?

$$350 - 35 = 315 \text{ reais}$$

Generalizando

Se x teve um desconto de 10%, então:

- a) O valor do aumento é de 0,1.

- b) O novo valor é $x - x \cdot 0,1 = x(1 - 0,1) = x \cdot 0,9$.

$$0,9 \cdot 350 = 315$$

O que acontece se algo aumentar de 10% e em seguida sofrer uma redução de 10%?

$$x \cdot 1,1 \cdot 0,9 = x \cdot 0,99$$

Há uma redução de 0,01 ou seja de 1%.

Portanto o valor final é de 99% de x .

Exemplo de terminologia:

Numa eleição um candidato está com 40% das intenções de voto. Sabe-se que na pesquisa que será divulgada amanhã ele cresceu 2%. Qual seu novo percentual?

Ele cresceu 2% de 40% =

$$= 0,02 \cdot 40\% = 0,8\%$$

Agora ele tem 40,8% das intenções de voto.

Atenção!

Se a informação fosse “*Ele cresceu **dois pontos percentuais**”*,
então significa que ele cresceu dois pontos em porcentagem.

Isto é:

$$2\% + 40\% = 42\%$$

E, portanto, ele estaria com 42% das intenções de votos.



Fundo Patrimonial FEAUSP



FEAUSP