Fundo Patrimonial FEAUSP

FEAUSP

NIVELAMENTO DE MATEMÁTICA

Aula 1 - Conjuntos Numéricos

Nesta aula vamos:

- recordar propriedades básicas dos números naturais e inteiros,
- trabalhar com propriedades operatórias do conjunto dos números racionais, e
- recordar a representação dos números racionais e irracionais na reta numérica.

Conjunto dos números naturais

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \ldots\}$$

Axiomas de Peano

1. Existência do elemento 1.
2. Todo número natural tem sucessor.
3. Indução matemática

Conjunto dos números inteiros

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Para números inteiros quaisquer a, b, e c:

1. *comutatividade*: $a + b = b + a \ , \quad a \cdot b = b \cdot a$

2. *associatividade*: $(a + b) + c = a + (b + c) \ , \ (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

3. *distributividade*: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \ , \ (a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

4. *existência de elemento neutro*: $a + 0 = 0 + a = a$

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

Profª. Tatiana Paim

Propriedades operacionais para a soma e a multiplicação de inteiros

Sinais iguais: soma e conserva o sinal

$$6 + 43 = 49$$

$$-6 + (-43) = -49$$

Sinais diferentes: subtrai e conserva o sinal do maior número

$$-6 + 43 = 37$$

$$6 + (-43) = -37$$

Sinais iguais: produto positivo

$$5 \cdot 12 = 60$$

$$(-5) \cdot (-12) = 60$$

Sinais diferentes: produto negativo

$$(-5) \cdot 12 = -60$$

$$5 \cdot (-12) = -60$$

Múltiplos de um número inteiro

Os múltiplos de n são aqueles obtidos pelo produto de n por um número inteiro arbitrário. Denotamos M(n) o conjunto de todos os inteiros múltiplos de n.

$$M(2) = \{\ldots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, \ldots\}$$

$$M(3) = \{\ldots, -6, -3, 0, 3, 6, 9, 12, \ldots\}$$

m.m.c - mínimo múltiplo comum

Dados dois inteiros não nulos a e b, m.m.c(a,b) é o menor inteiro positivo não nulo que é múltiplo de ambos.

$$m.m.c(2,3) = \{6\}$$

Divisores de um número inteiro

Um número inteiro d, não nulo, é divisor do inteiro m se existir outro inteiro p tal que $m = p \cdot d$.

$$D(6) = \{1, 2, 3, 6\} \qquad D(13) = \{1, 13\}$$

Números primos

Um número p é primo se $D(p) = \{1, p\}$.

$$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \ldots\}$$

Conjunto dos números racionais

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \;\middle|\; p, q \in \mathbb{Z} \ \ e \ \ q \neq 0 \right\}$$

São números racionais: $5,\ 0,\ -2,\ \frac{1}{3},\ \frac{12}{3} = 4,\ \frac{15}{10} = \frac{2}{3},\ \ldots$

Conjunto dos números irracionais - 𝕀

São todos os números reais que não podem ser escritos na forma $\frac{p}{q}$ com p e q inteiros e $q \neq 0$.

São números irracionais:

$$\pi,\ e(\approx 2,718281\ldots),\ \sqrt{2},\ \sqrt{3},\ \ldots$$

Nessa apresentação assumimos como conhecidos os números reais, que é o conjunto básico de toda Matemática do Ensino Fundamental.

Vale

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I} \quad \text{e} \quad \mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \varnothing$$

Vamos analisar os conjuntos acima com a notação decimal.

$$\frac{4}{5} = 0,8 \qquad \frac{5}{8} = 0,625 \qquad \frac{6}{9} = \frac{2}{3} = 0,666\ldots$$

Números racionais geram dízimas finitas ou periódicas.

$$\begin{array}{r|l} 22 & 7 \\ \hline 10 & 3,14 \\ 30 & \\ 20 & \end{array}$$

$$\frac{22}{7} = 3,14285714285\ldots$$

Os números irracionais são as **dízimas infinitas e não periódicas.**

São irracionais:

$$0,101101110111110\ldots$$

$$23,61866186661\ldots$$

Como achar a fração geratriz de uma dízima?

Vamos procurar a fração geratriz da dízima 2,31414...

$$x = 2,31414\ldots$$

$$10x = 23,1414\ldots$$

$$1000x = 2314,1414\ldots$$

$$990x = 2291$$

$$x = \frac{2291}{990}$$

Outras igualdades interessantes:

$$0,3333\ldots = \frac{1}{3}$$

$$0,999\ldots = 1$$

$$15,2499999\ldots = 15,25$$

Calculadoras e computadores trabalham sempre com números racionais com dízimas finitas.

$$\sqrt{2} = 1,4142135624\ldots$$

Num computador ou calculadora este número é truncado.

Todo número real, racional ou irracional, pode ser aproximado por uma sequência de números racionais.

A sequência

$$3; \quad 3,1; \quad 3,14; \quad 3,141; \quad 3,1415; \quad 3,14159; \quad \ldots$$

é formada por números racionais e se aproxima de π .

Fundo Patrimonial FEAUSP

FEAUSP