

MAP 3122: Métodos Numéricos e Aplicações
Prova de recuperação 4 - 05/05/2021
(Interpolação polinomial & Integração numérica)

Prof. Antoine Laurain

A prova é individual. Utilize somente resultados dados em sala de aula. Calculadora e notas de aula são permitidos. **Justifique suas respostas e verifique seus cálculos.**

Exercício 1. (2.5 pontos)

1. Determine o polinômio $p(x)$ de grau menor ou igual a três que interpola a função $f(x) = 4^x$ nos pontos $\{-1, 0, \frac{1}{2}, 1\}$ usando um polinômio interpolador na forma de Newton.
2. Use o polinômio $p(x)$ para calcular uma aproximação de $\sqrt[3]{4}$.
3. Estime o erro cometido na aproximação de $\sqrt[3]{4}$ usando $p(x)$.

Exercício 2. (2.5 pontos) Sejam $q_0(x) = 1$ e $q_1(x) = x - 1$ dois polinômios ortogonais no intervalo $[0, 2]$. Determine o polinômio $q_2(x)$ na forma $q_2(x) = x^2 + \alpha x + \beta$ tal que q_2 seja ortogonal a q_0 e q_1 no intervalo $[0, 2]$. Usando este resultado, determine uma fórmula de integração da forma

$$\int_0^2 f(x)dx \approx w_1 f(\theta_1) + w_2 f(\theta_2)$$

que seja exata para polinômios de grau menor ou igual a 3. Os coeficientes $w_1, w_2, \theta_1, \theta_2$ devem ser calculados exatamente, sem fazer aproximações ou arredondamentos.