Assuma que $\sqrt{3}+\sqrt{5} = p/q$ com $p, q \in \mathbb{Z}$. Então

$$3+2\sqrt{3}\sqrt{5}+5 = \frac{p^2}{q^2} \Rightarrow \sqrt{3}\sqrt{5} = \frac{p^2}{2q^2} - 4 \Rightarrow 3\cdot 5 = \left(\frac{p^2}{2q^2}-4\right)^2 = \frac{p^4}{4q^4} - \frac{4p^2}{q^2} + 16$$

$$\Rightarrow -1 = \frac{p^4q^2 - 16p^2q^4}{4q^6} \Rightarrow \frac{p^4 - 16p^2q^2}{4q^4} = -1 \Rightarrow p^4 = 16p^2q^2 - 4q^4 = 2(8p^2q^2 - 2q^4)$$

Por indução, podemos mostrar que potência de impar é impar, logo, existe um r tal que $p = 2r$. Substituindo na expressão

$$16r^2 = 16(2r)^2q^2 - 4q^4 \Rightarrow 4r^2 = 16r^2q^2 - q^4 \Rightarrow q^4 = 16r^2q^2 - 4r^2 = 2(8r^2q^2 - 2$$

Portanto, se escolhermos p e q primos entre si, temos um absurdo