Seim (2006)

$$P_{g\ell}(d_{g\ell} = 1 \mid \xi, X, \varepsilon, \theta) =$$

$$P\left(E\left[\overline{\pi}_{g\ell}\right] + \varepsilon_{g\ell} > E\left[\overline{\pi}_{gk}\right] + \varepsilon_{gk},\ \forall k \neq \ell\right)$$

$\varepsilon \sim$ valor extremo Tipo I $\Rightarrow$ logit

$+$ forma funcional fechada

$-$ não há correlação espacial

$$P_{gl} = \frac{\exp\left[E\left[\bar{\pi}_{gl}\right]\right]}{\sum_{k=1}^{L} \exp\left[E\left[\bar{\pi}_{gk}\right]\right]}$$

→ Jogo é simétrico.

Número esperado de firmas na banda b:

$$E[N_{bl}] = \sum_{k} \bar{\Pi}_{kl}^{b} E(n_k] = \sum_{k} \Pi_{kl}^{b} (E-1) P_{gk} + \mathbb{1}_{b=0}$$

Vector condicional en ξ de probabilidades de entrada en equilibrio (equilibrium conjectures)?

$$p_l^* = \frac{\exp\left(X_l \beta + \gamma_0 + (\varepsilon - 1) \sum_b \gamma_b \sum_j \Pi_{jl}^b \, p_j^*\right)}{\sum_{k=1}^{\mathcal{L}} \exp\left(X_k \beta + \gamma_0 + (\varepsilon - 1) \sum_b \gamma_b \sum_j \Pi_{jk}^b \, p_j^*\right)}$$

$$\forall \; l = 1, \ldots, \mathcal{L} \qquad (*)$$

Figure 1:

$$E[\Pi_7] = \xi + X_7\beta + \gamma_0 + (\varepsilon - 1) \times \left(\gamma_0 P_7^* + \gamma_1 (P_4^* + P_5^* + P_8^*) + \gamma_2 (P_1^* + P_2^* + P_3^* + P_6^* + P_9^*)\right)$$

$\xi \rightarrow$ efeito geral sobre a lucratividade da cidade

Probabilidade de entrada (incondicional) é:

$$P_r(\text{entrada}) = \frac{\exp(\xi)\left[\sum_{l=1}^{\bar{L}} \exp\left(\bar{\pi}_l(X, P^*, \varepsilon, \theta)\right)\right]}{1 + \exp(\xi)\left[\sum_{l=1}^{\bar{L}} \exp\left(\bar{\pi}_l(X, P^*, \varepsilon, \theta)\right)\right]}$$

A probabilidade de entrada é idêntica p/ os competidores.

$E = F \; P_r(\text{entrada})$ **

↳ potenciais entrantes

↳ entraram de fato

F: (1) 50% de F entra em cada mercado,

(2) 50 firmas

$*$ e $**$ $\rightarrow$ definem o equilíbrio do jogo de entrada.

Estimação :

$$\varepsilon = \mathcal{F} \quad \frac{\exp(\xi) \sum_{\ell=1}^{\mathcal{L}} \exp(\bar{\pi}_\ell(X, P^*, \varepsilon, \theta))}{1 + \exp(\xi) \sum_{\ell=1}^{\mathcal{L}} \exp(\bar{\pi}_\ell(X, P^*, \varepsilon, \theta))}$$

$$\varepsilon = \exp(\xi)\left(\sum_{\ell=1}^{\mathcal{L}} \exp(\bar{\pi}_\ell(X, P^*, \varepsilon, \theta))\right) \mathcal{F} \quad \underbrace{\frac{1}{1 + \exp(\xi) \sum_{\ell=1}^{\mathcal{L}} \exp(\bar{\pi}_\ell)}}_{1 - P(\text{entrada})}$$

$(1 - Pr(\text{entrada}))\,F = F - \mathcal{E} \Rightarrow$ não entraram

$$\Rightarrow \ln(\mathcal{E}) = \xi + \ln\left(\sum_{l=1}^{L} \exp(\iota T_e)\right) + \ln(F - \mathcal{E})$$

$$\xi = \ln(\mathcal{E}) - \ln(F - \mathcal{E}) - \ln\left(\sum \exp(\iota T_e)\right)$$

$\hookrightarrow$ efeito não observável que iguala o nº de entrantes previsto e observado.

$\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$

$\hookrightarrow$ efeito aleatório

$\rightarrow$ cada mercado é um jogo independente.

Função verossemelhança:

$$L(\Theta_1, \Theta_2) = \prod_{m=1}^{M} \mathbb{P}_{\Theta_1}(d^m \mid \xi^m, X^m, \varepsilon^m) \cdot f_{\Theta_2}(\xi^m \mid X^m, \varepsilon^m, F^m)$$

onde

$d^m = (d_1^m, d_2^m, \dots d_Z^m) \rightarrow$ vector de acções dos Z jogadores no mercado m.

$\Pi_{\theta_1} \rightarrow$ Prob. logit, condic. com ξ

$g_{\theta_2} \rightarrow$ Prob. normal

Passos:

1- Dado (θ_1, θ_2), calcula as probabilidades de equilíbrio P^m para cada mercado. Calcular em ponto. $x = f(x)$

2- Usar $\mathbb{P}^m$, feito com $\mathcal{E}$ e o $\mathcal{F}$, para calcular ξ usando

$$\xi = \ln(\mathcal{E}) - \ln(\mathcal{F}-\mathcal{E}) - \ln\left(\sum_{e=1}^{E} \exp(\pi_e)\right)$$

Repetir p/ cada mercado.

3- Coloca $\mathbb{P}$ e ξ na função verossemelhança e a maximiza.

4 - Repete 1 a 3 até que

$$(\hat{\theta}_1^t, \hat{\theta}_2^t) = (\hat{\theta}_1^{t-1}, \hat{\theta}_2^{t-1}).$$

Nested fixed algorithm.

Dados

- locadoras
- localização espacial é a fonte de diferenciação
- pop.: 40000 – 150000
- 151 mercados isolados

- divide a cidade em tratos censitários

- coloca consumidores e firmas no centro geográfico do trato.

- usa var demográficas como proxy p/ demanda.