capítulo 10

Números-índices

Objetivos do estudo

Ao final deste capítulo, você deverá ser capaz de:

- Representar um conjunto de dados sob a forma de um número-índice.
- Compreender o papel de números-índices na síntese ou apresentação de dados.
- Reconhecer a relação entre índices de preço, quantidade e gasto.
- Transformar uma série medida em preços correntes numa série em preços constantes (ou em termos de volume).
- Emendar séries de números-índices.
- Medir desigualdade usando números-índices.

"O índice de preços no varejo em junho de 2004 atingiu 197,5, 3,1% acima de seu valor um ano depois."

O índice de preços no varejo (IPV) mencionado acima é um exemplo de **número-índice**, que resume um grande volume de dados sobre preços de bens e serviços diversos. Os números-índices também podem resumir informações a respeito de quantidades, além de preços. Um número-índice tem finalidade semelhante à de outras estatísticas sintéticas, como a média, e partilha de suas vantagens e desvantagens: oferece uma visão geral útil dos dados, mas não apresenta os detalhes mais específicos.

Já utilizamos números-índices anteriormente neste livro (por exemplo, no capítulo sobre regressão), sem explicar completamente a sua construção ou utilização. Essa lacuna será eliminada no presente capítulo.

Os números-índices são mais comumente empregados para acompanhar tendências de dados no tempo, como o IPV, que mede o nível de preços, ou o índice de produção industrial (IPI), que mensura a produção do setor secundário. O IPV também permite o cálculo da taxa de inflação, pois ela é simplesmente a variação do índice de preços; por sua vez, a partir do IPI é fácil medir a taxa de crescimento do produto. Os números-índices também são utilizados com dados em *cross section*, como no caso de um índice de preços regionais de residências, que sintetiza informação a respeito dos níveis de preços de imóveis em regiões distintas do país num dado momento. Há muitos outros exemplos de números-índices em uso, sendo alguns dos mais comuns o índice de preços de ações do *Financial Times*, o índice de taxas de câmbio ponderadas pela participação no comércio e o índice do valor das vendas no varejo.

Este capítulo explicará como os números-índices são construídos a partir de dados originais, além dos problemas que surgem ao se fazer esse trabalho. Há também uma discussão sucinta do IPV visando ilustrar a natureza de alguns desses problemas e como eles são resolvidos na prática. Finalmente, será examinado um conjunto diferente de números-índices, utilizados para medir desigualdade na distribuição de renda, ou nas participações de mercado de várias empresas concorrentes.

Número-índice simples

Começamos com o caso mais simples, no qual desejamos montar a série de um índice para um único bem. Nesse caso, construiremos a série de um número-índice representando o preço do carvão pago por consumidores industriais, cobrindo o período de 1999 a 2003. Os dados brutos são apresentados na tabela 10.1 (adaptada do *Digest of UK Energy Statistics,* 2003, disponível na internet). O índice mostrará como o preço do carvão variou no período. Estamos supondo que o produto não tenha se modificado de um ano para outro, e desse modo o índice é uma representação adequada dos custos. Isso significa, por exemplo, que a qualidade do carvão não se modificou durante o período.

Para construir um índice de preços a partir desses dados, escolhemos um ano como **ano de referência** (1999, nesse caso) e igualamos o índice de preço nesse ano a 100. Os preços nos outros anos são então medidos *em relação ao* valor de 100 do ano de referência. O índice e a sua construção são apresentados na tabela 10.2.

O índice de preços contido na tabela 10.2 mostra a mesma informação apresentada na tabela 10.1, mas num formato ligeiramente diferente. Talvez tenhamos obtido alguma clareza adicional, mas perdemos a informação original representada pelo nível efetivo de preços. Como geralmente estamos interessados nos preços *relativos*, essa perda de informação a respeito do nível efetivo de preços não é muito grave, e a informação correspondente aos preços relativos mantém-se pelo índice de preços. Por exemplo, usando o índice ou os preços efetivos, podemos ver que o preço do carvão foi 0,8% inferior em 2003 ao que havia sido em 1999.

A escolha do ano de referência é arbitrária, e podemos alterá-la facilmente para outro ano. Adotando 2001 como referência, dizemos que o preço desse ano é igual a 100, e medimos novamente todos os preços em relação a ele. Isso é mostrado na tabela 10.3, que pode ser obtida a partir da tabela 10.2 ou diretamente dos preços originais. Você deve escolher o ano de referência que seja mais conveniente para suas finalidades. Qualquer que seja o ano escolhido, o conteúdo informacional será exatamente o mesmo.

TABELA 10.1 **Preço do carvão, 1999-2003**

Preço (£/tonelada)	1999	2000	2001	2002	2003
	34,77	35,12	38,07	34,56	34,50

TABELA 10.2 **Índice de preço do carvão, 1999 = 100**

Ano	Preço	Índice	
1999	34,77	100,0	(= 34,77/34,77 × 100)
2000	35,12	101,0	(= 35,12/34,77 × 100)
2001	38,07	109,5	(= 38,07/34,77 × 100)
2002	34,56	99,4	etc.
2003	34,50	99,2	

TABELA 10.3 **Índice de preço do carvão, 2001 = 100**

Ano	Preço	Índice	
1999	34,77	91,3	(= 34,77/38,07 × 100)
2000	35,12	92,3	(= 35,12/38,07 × 100)
2001	38,07	100,0	(= 38,07/38,07 × 100)
2002	34,56	90,8	etc.
2003	34,50	90,6	

Exercício 10.1

a) Os preços médios de residências no Reino Unido nos últimos cinco anos foram os seguintes:

Ano	2000	2001	2002	2003	2004
Preço (£)	86.095	96.337	121.137	140.687	161.940

Converta essa série num índice tendo o ano de 2000 como ano de referência.

b) Recalcule esse índice usando 2003 como ano de referência.

c) Verifique se o quociente entre os preços de 2004 e 2000 é o mesmo com os dois índices.

Índice de preços com mais de um bem

Na prática, é claro, a indústria usa outras fontes de energia além do carvão, como gás, petróleo e eletricidade. Suponhamos que se queira construir um índice do custo de todos os combustíveis utilizados pela indústria, e não apenas do carvão (no final dos anos 1980, por exemplo, os industriais reclamavam do alto custo da *energia* no Reino Unido). Na realidade, essa é uma necessidade mais comum do que a série simples calculada antes. Se o preço de cada tipo de combustível estivesse subindo a, digamos, 5% ao ano, então seria simples dizer que o preço da energia para a indústria também estava subindo 5% ao ano. Suponhamos, porém, como é provável, que os preços estejam se elevando a taxas diferentes, como indica a tabela 10.4. É possível dizer agora a que taxa está subindo o preço da energia? Vários preços distintos precisam ser combinados para construir um número-índice, o que envolve um processo mais complexo do que o número-índice simples calculado antes.

A partir dos dados apresentados na tabela 10.4, podemos calcular que o preço do carvão caiu 0,8% no período de quatro anos, enquanto o preço do petróleo se elevou 33%, a eletricidade passou a custar 22% menos, e o custo do gás cresceu 48%. Em vista de todos esses números, é difícil decidir se o preço geral da energia subiu ou caiu.

Usando pesos do ano-base: o índice Laspeyres

Enfrentamos esse problema calculando uma **média ponderada** das variações de preços dos combustíveis individuais, sendo os pesos resultantes das quantidades de cada combustível consumidas pela indústria. Portanto, se a indústria utilizar mais carvão do que petróleo, maior peso será dado ao aumento do preço do carvão no cálculo.

Colocamos em prática esse princípio construindo uma "cesta de consumo" hipotética dos combustíveis utilizados pela indústria, e medimos como o custo dessa cesta evoluiu no tempo. A tabela 10.5 fornece a quantidade de cada combustível consumida pela in-

TABELA 10.4 Preços de combustíveis para a indústria, 1999-2003

Ano	Carvão (£/tonelada)	Petróleo (£/tonelada)	Eletricidade (£/MWh)	Gás (£/therm[1])
1999	34,77	104,93	36,23	0,546
2000	35,12	137,90	34,69	0,606
2001	38,07	148,10	31,35	0,816
2002	34,56	150,16	29,83	0,780
2003	34,50	140,00	28,44	0,807

TABELA 10.5 Quantidades de combustíveis consumidas pela indústria, 1999

Carvão (milhões de toneladas)	2,04
Petróleo (milhões de toneladas)	5,33
Eletricidade (milhões de MWh)	110,98
Gás (milhões de therms)	6.039

1. Unidade de medida de calor, equivalente a 100.000 unidades térmicas britânicas (ou seja, 1 therm = 100.000 BTUs). (N. do t.)

TABELA 10.6 Custo da cesta de energia, 1999

	Preço	Quantidade	Preço × quantidade
Carvão (£/tonelada)	34,77	2,04	70,931
Petróleo (£/tonelada)	104,93	5,33	559,277
Eletricidade (£/MWh)	36,23	110,98	4.020,805
Gás (£/milhões em therm)	0,546	6.039	3.297,294
Total			7.948,307

dústria em 1999 (novamente, provenientes do *Digest of UK Energy Statistics*, 2003), e são esses dados que formam a cesta de consumo. O ano de 1999 é o **ano-base**, pois as quantidades consumidas nesse ano são utilizadas para formar a cesta de consumo.

O custo da cesta de preços de 1999, portanto, é determinado como vemos na tabela 10.6 (usando informações das tabelas 10.4 e 10.5). A última coluna da tabela mostra os gastos com cada um dos quatro tipos de energia, e o custo total da cesta é igual a 7.948,3 (isso é medido em milhões de libras, o que significa que foram gastos aproximadamente £7,95 bilhões com energia na indústria). Essa soma pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\sum_i p_{0i}q_{0i} = 7.948,307$$

A soma é calculada com todos os quatro tipos de combustíveis. Nesse caso, p refere-se a preços; q, a quantidades. O primeiro subscrito (0) indica o ano, o segundo (i) aponta cada um dos tipos de energia. Para simplificar a notação, o ano 0 é o ano de 1999, 2000 é o ano 1, etc. Assim, por exemplo, p_{01} é o preço do carvão em 1999, enquanto q_{12} é a quantidade consumida de petróleo pela indústria em 2000.

Precisamos descobrir agora quanto custaria a cesta de energia de 1999 em cada um dos anos seguintes, usando os preços desses anos. Por exemplo, para 2000 avaliamos a cesta de 1999 usando os preços de 2000. Isso é mostrado na tabela 10.7.

As empresas teriam gasto um adicional de £368 milhões (8.316 – 7.948) em 2000 para adquirir a mesma quantidade de energia consumida em 1999. O valor obtido de £8.316 milhões poderia ser representado por $\Sigma p_{1i}q_{0i}$, pois é obtido multiplicando-se os preços do ano 1 (2000) pelas quantidades do ano 0 (1999).

TABELA 10.7 Custo da cesta de energia de 1999 em preços de 2000

	Preço de 2000	Quantidade de 1999	Preço × quantidade
Carvão (£/tonelada)	35,12	2,04	71,645
Petróleo (£/tonelada)	137,90	5,33	735,007
Eletricidade (£/MWh)	34,69	110,98	3.849,896
Gás (£/therm)	0,606	6.039	3.659,634
Total			8.316,182

TABELA 10.8 Custo da cesta de energia, 1999-2003

Ano	Fórmula	Custo
1999	$\Sigma p_0 q_0$	7.948,31
2000	$\Sigma p_1 q_0$	8.316,18
2001	$\Sigma p_2 q_0$	9.274,08
2002	$\Sigma p_3 q_0$	8.891,81
2003	$\Sigma p_4 q_0$	8.846,32

Nota: Para simplificar, omitimos o subscrito i na fórmula.

Cálculos semelhantes para os anos seguintes produzem os custos da cesta apresentados na tabela 10.8.

Pode-se perceber que *se* as empresas tivessem adquirido as mesmas quantidades de energia nos anos seguintes, teriam sido obrigadas a pagar mais a cada ano até 2001, mas a partir daí teria havido uma queda do custo.

Para obter o índice de preço de energia a partir desses números, medimos o custo da cesta em cada ano em relação ao seu custo em 1999, ou seja, dividimos o custo da cesta de cada ano sucessivo por $\Sigma p_{0i} q_{0i}$ e multiplicamos por 100.

Esse índice, apresentado na tabela 10.9, recebe o nome de **índice Laspeyres de preço**, em homenagem a seu inventor. Dizemos que ele utiliza os **pesos do ano-base**, ou seja, as quantidades do ano-base, 1999, servem de base para os pesos da cesta.

Fixamos o valor do índice em 100 no ano de 1999, isto é, o ano de referência e o ano-base coincidem, embora isso não seja obrigatório.

TABELA 10.9 Índice Laspeyres de preço

Ano	Fórmula	Índice	
1999	$\frac{\sum p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$	100	(= 7.948,31/7.948,31 × 100)
2000	$\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$	104,63	(= 8.316,18/7.948,31 × 100)
2001	$\frac{\sum p_2 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$	116,68	etc.
2002	$\frac{\sum p_3 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$	111,87	
2003	$\frac{\sum p_4 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$	111,30	

O índice Laspeyres para o ano n sendo 0 o ano-base é dado pela seguinte fórmula:

$$(10.1)\quad P_L^n = \frac{\sum p_{ni}q_{0i}}{\sum p_{0i}q_{0i}} \times 100$$

(A partir desse momento, omitiremos o subscrito i em preços e quantidades nas fórmulas dos números-índices, para reduzir a notação.) O índice mostra que os preços de energia se elevaram 11,3% no período – obviamente, o aumento dos preços do petróleo e do gás superou a queda do preço da eletricidade. Isso corresponde a um aumento médio de 2,7% ao ano do custo de energia. No mesmo período, a elevação geral dos preços foi de 9,7%, indicando que a energia, em termos relativos, ficou ligeiramente mais cara.

A escolha de 1999 como ano-base para o índice é totalmente arbitrária; qualquer ano poderia ser escolhido. Se escolhermos 2000 como ano-base, então o custo da cesta de 2000 será avaliado a cada ano (incluindo 1999), e isso resultará num índice Laspeyres um pouco diferente. Os cálculos daí decorrentes estão na tabela 10.10. As duas últimas colunas da tabela comparam o índice Laspeyres construído com as cestas de 2000 e 1999, respectivamente (com a primeira ajustada a 1999 = 100). Pode-se notar uma pequena diferença, causada pela ocorrência de padrões um pouco diferentes de consumo (eletricidade e gás foram mais importantes na cesta de 2000). Porém, a diferença é numericamente muito pequena, correspondendo a aproximadamente 0,1% do valor do índice.

O índice Laspeyres de preço mostra o aumento do preço da energia para a empresa "média", ou seja, uma empresa que consome energia nas mesmas proporções da cesta geral de 1999. É pouco provável que haja alguma empresa assim: a maioria talvez use apenas uma ou duas fontes de energia. Portanto, as empresas individuais podem sofrer aumentos de preços bem diferentes daqueles aqui indicados. Por exemplo, uma empresa que dependesse apenas de eletricidade teria passado por um declínio de preço de 22% nesses quatro anos, o que diverge significativamente da elevação de 11% evidenciada pelo índice Laspeyres.

TABELA 10.10 Índice Laspeyres de preço usando a cesta de 2000

Ano	Custo da cesta	Índice Laspeyres 2000 = 100	Índice Laspeyres 1999 = 100	Índice Laspeyres usando a cesta de 1999
1999	8.159,14	95,52	100	100
2000	8.541,56	100	104,69	104,63
2001	9.534,51	111,62	116,86	116,68
2002	9.144,37	107,06	112,08	111,87
2003	9.098,78	106,52	111,52	111,30

Exercício 10.2

a) Os preços de combustíveis utilizados pela indústria no período 1995-1999 foram:

Ano	Carvão (£/tonelada)	Petróleo (£/tonelada)	Eletricidade (£/MWh)	Gás (£/therm)
1995	37,27	92,93	40,07	0,677
1996	35,41	98,33	39,16	0,464
1997	34,42	90,86	36,87	0,509
1998	35,16	87,23	36,67	0,560
1999	34,77	104,93	36,23	0,546

e as quantidades consumidas foram:

Ano	Carvão (milhões de toneladas)	Petróleo (milhões de toneladas)	Eletricidade (milhões de MWh)	Gás (milhões de therms)
1995	2,91	6,37	102,88	4.938

Calcule o índice Laspeyres de preço de energia com base nesses dados. Use 1995 como ano de referência.

b) Recalcule o índice usando 1997 como ano de referência.

c) As quantidades consumidas em 1996 foram:

Ano	Carvão (milhões de toneladas)	Petróleo (milhões de toneladas)	Eletricidade (milhões de MWh)	Gás (milhões de therms)
1996	2,22	6,21	105,45	5.406

Calcule o índice Laspeyres usando essa cesta e compare o resultado à resposta fornecida para o item (a).

Usando pesos do ano corrente: o índice Paasche

Evidentemente, as empresas não consomem a mesma cesta de energia a cada ano. Seria esperado que elas reagissem a variações dos preços relativos dos combustíveis e outros fatores. Além disso, o progresso tecnológico faz com que se modifique a eficiência com a qual os combustíveis podem ser consumidos, causando flutuações de demanda. A tabela 10.11 mostra as quantidades consumidas depois de 1999 e indica que as empresas de fato modificaram seus padrões de consumo.

Cada um dos padrões anuais de consumo poderia ser utilizado como "cesta de consumo" para fins de construção do índice Laspeyres, e cada uma delas geraria um índice de preços ligeiramente diferente, como vimos ao usar as cestas de 1999 e 2000. Não se pode afirmar que uma delas é mais correta do que as outras. Outro problema está ligado ao fato de que, qualquer que seja a cesta escolhida, ela permanece fixa no tempo e, eventualmente, deixa de ser representativa do padrão corrente de consumo.

TABELA 10.11 Quantidades de energia consumida, 2000-2003

Ano	Carvão (milhões de toneladas)	Petróleo (milhões de toneladas)	Eletricidade (milhões de MWh)	Gás (milhões de therms)
2000	0,72	5,52	114,11	6.265
2001	1,69	6,60	111,34	6.142
2002	1,10	5,81	112,37	5.650
2003	0,69	6,69	113,93	5.880

O **índice Paasche** (representado por P_P^n para distingui-lo do índice Laspeyres) supera esses problemas usando **pesos do ano corrente** para montar o índice; em outras palavras, leva em conta que a cesta de consumo está continuamente se modificando. Suponhamos que o ano de referência seja 1999, de modo que $P_P^0 = 100$. Para construir o índice Paasche de 2000, utilizamos os pesos (ou seja, a cesta) de 2000, para o valor do índice em 2001 usamos os pesos de 2001, e assim por diante. Um exemplo ajudará a esclarecer a questão.

O índice Paasche de 2000 será dado pelo custo da cesta de 2000 em preços de 2000, em comparação com seu custo em preços de 1999, isto é,

$$P_P^1 = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times 100$$

Isso dá:

$$P_P^1 = \frac{8.541,56}{8.159,14} \times 100 = 104,69$$

A fórmula geral do índice Paasche para o ano n é dada na equação 10.2.

$$(10.2) \quad P_P^n = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n} \times 100$$

A tabela 10.12 mostra o cálculo desse índice nos outros anos.

A fórmula de Paasche apresenta um resultado ligeiramente diferente do que é fornecido pela fórmula de Laspeyres, como acontece na maioria das vezes. O índice Paasche, em geral, deve fornecer uma taxa menor de crescimento do que o índice Laspeyres. Isso ocorre porque se esperaria que as empresas, ao procurar maximizar seus lucros, reagissem a variações de preços relativos mudando seus padrões de consumo na direção dos insumos que estão ficando relativamente mais baratos. O índice Paasche, ao supor os pesos correntes, captura essa alteração, mas o índice Laspeyres, pressupondo pesos fixos, não consegue fazer o mesmo. Isso pode ocorrer lentamente, pois é necessário algum tempo para que as empresas troquem de combustível, mesmo que seja tecnicamente possível. É por esse motivo que o índice Paasche pode crescer de maneira mais rápida do que o índice Laspeyres em alguns anos (por exemplo, 2001), embora a longo prazo ele deva crescer mais lentamente.

TABELA 10.12 Índice Paasche de preço

Ano	Custo da cesta em preços correntes	Custo em preços de 1999	Índice
1999	7.948,31	7.948,31	100
2000	8.541,56	8.159,14	104,69
2001	9.544,18	8.138,68	117,27
2002	8.669,44	7.803,96	111,09
2003	8.945,73	8.064,14	110,93

Pode-se dizer que um dos índices é mais "correto" do que o outro? Nenhum dos índices é claramente correto. Podemos mostrar que o valor "verdadeiro", fica em algum ponto entre os dois, mas é difícil determinar exatamente onde. Se todos os itens que compõem o índice tivessem seus preços elevados à mesma taxa, então os índices Laspeyres e Paasche forneceriam a mesma resposta. Portanto, a variação dos preços *relativos* e a modificação resultante dos padrões de consumo estariam causando problemas.

Unidades de medida

É importante que as unidades de medida nas tabelas de preço e quantidade sejam coerentes. Note que, no exemplo, o preço do carvão era medido em libras/tonelada, e o consumo, calculado em milhões de toneladas. Os outros combustíveis foram tratados de maneira similar (no caso da eletricidade, um MWh equivale a um milhão de watts-horas). Mas suponhamos que o consumo de eletricidade tivesse sido medido em kWh, em vez de MWh (1 MWh = 1.000 kWh), porém continuássemos a medir seu preço em libras por MWh. Nesse caso, ainda teríamos o preço de 1999 a 36,23, mas a quantidade seria igual a 110.980. É como se o consumo de eletricidade tivesse crescido mil vezes, e isso distorceria seriamente os resultados. O índice Laspeyres de preço de energia seria (com um cálculo semelhante ao feito anteriormente):

1999	2000	2001	2002	2003
100	95,8	86,6	82,4	78,6

Índice de desenvolvimento humano

Um dos índices mais interessantes surgidos recentemente é o índice de desenvolvimento humano (IDH), produzido pelo Programa de Desenvolvimento das Nações Unidas (UNDP). O IDH pretende ser uma medida socioeconômica mais abrangente do progresso de um país que o seu PIB (produto interno bruto). A produção é um indicador de bem-estar material, mas não inclui dados de qualidade de vida e outros fatores.

O IDH combina uma medida de bem-estar (PIB *per capita*) com dados de longevidade (expectativa de vida) e conhecimento (em função do grau de alfabetização e do número de anos de escolaridade). Em conseqüência, cada país recebe um escore, de 0 (mau) a 1 (bom). Alguns valores selecionados são fornecidos na tabela.

País	IDH 1970	IDH 1980	IDH 2003	Posição (IDH 92)	Posição (PIB)
Canadá	0,887	0,911	0,932	1	11
Reino Unido	0,873	0,892	0,919	10	19
Hong Kong	0,737	0,830	0,875	24	22
Gabão	0,378	0,468	0,525	114	42
Senegal	0,176	0,233	0,322	143	114

Pode-se observar que há uma associação entre o IDH e o PIB, embora ela não seja perfeita. O Canadá possui o 11º PIB *per capita* mais alto do mundo, mas fica em primeiro lugar em termos de IDH. Em contraste, o Gabão, relativamente bem posicionado em termos de PIB, fica em posição muito inferior ao se considerar o seu IDH.

A partir dos dados iniciais, como é calculado o IDH? Como podemos combinar os dados de expectativa de vida (que podem ir de 0 a 80 anos, ou mais) aos dados de alfabetização (a proporção da população capaz de ler e escrever)? A resposta envolve atribuir um escore a todas as variáveis numa escala de 0 a 100.

O IDH prevê uma faixa de expectativa de vida (média nacional) entre 25 e 85 anos. Um país com uma expectativa de vida de 52,9 (no caso do Gabão), portanto, recebe um escore de 0,465 (ou seja, 52,9 é igual a 46,5% da distância entre 25 e 85).

O índice de alfabetização pode variar entre 0% e 100% da população, e por isso não requer nenhum ajuste. O valor no Gabão é 0,625. A escala usada para o número de anos de escolaridade vai de 0 a 15, e por isso a média muito baixa no Gabão, de 2,6, gera um escore de 0,173. Os escores de alfabetização e escolaridade são combinados a seguir numa média ponderada (com peso de 2/3 para alfabetização), gerando um escore de conhecimento de $2/3 \times 0{,}625 + 1/3 \times 0{,}173 = 0{,}473$.

No caso da renda, a média de \$3.498 para o Gabão é comparada à média global de \$5.185, gerando um escore de 0,636. (As rendas superiores a \$5.185 são transformadas para evitar escores acima de 1.)

Uma média simples dos valores 0,465, 0,473 e 0,636 fornece assim o valor final de 0,525 para o Gabão. Pode-se notar que sua renda média é reduzida pelos escores mais baixos nas duas outras categorias, colocando o país numa posição mais baixa em termos de IDH.

A construção desse número-índice mostra como informações tão díspares podem ser combinadas num único número para fins comparativos. Um trabalho adicional realizado pelo Programa de Desenvolvimento das Nações Unidas revela que nenhum país trata suas mulheres tão bem quanto trata seus homens.

Adaptado de Human Development Report, 1994 e outros anos. Mais informações sobre o IDH podem ser encontradas em http://www.undp.org/.

Isso é incorreto, e indica um valor mais baixo que o índice Laspeyres correto (porque a eletricidade agora recebe um peso excessivo no cálculo, e os preços da eletricidade estavam caindo tanto em termos absolutos quanto relativos).

É possível manipular um pouco as unidades de medida (geralmente, para facilitar os cálculos), desde que todos os itens sejam tratados de forma igual. Por exemplo, se todos os preços fossem medidos em centavos, e não em libras (ou seja, se todos os preços na tabela 10.4 fossem multiplicados por 100), isso não exerceria nenhum efeito sobre o índice resultante, como é esperado. De maneira semelhante, se todas as quantidades fossem medidas em milhares de toneladas, milhares de therms e milhares de MWh, não haveria efeito sobre o índice, mesmo que os preços permanecessem em £/tonelada, etc. Mas, se a eletricidade fosse medida em centavos por MWh, enquanto todos os outros combustíveis fossem expressos em £/tonelada, uma resposta errada voltaria a ser obtida. As quantidades consumidas também devem ser medidas no mesmo período, ou seja, milhões de therms *por ano*. Não importa qual seja o período (dias, semanas, meses ou anos), desde que todos os itens sejam tratados de maneira semelhante.

Exercício 10.3

As quantidades de energia nos anos subseqüentes foram:

Ano	Carvão (milhões de toneladas)	Petróleo (milhões de toneladas)	Eletricidade (milhões de MWh)	Gás (milhões de therms)
1997	2,14	5,64	107,31	5.565
1998	1,81	5,37	107,97	5.639
1999	2,04	5,33	110,98	6.039

Calcule o índice Paasche para 1995-1999 usando 1995 como ano de referência. Compare esse resultado ao índice Laspeyres.

Uso de gastos como pesos

Em certas ocasiões, não são conhecidas as quantidades consumidas de cada bem, mas são conhecidos os gastos realizados, e mesmo assim ainda se pode construir um índice de preços a partir de fórmulas ligeiramente modificadas. Em geral, é mais fácil conhecer os gastos totais com um bem do que saber qual foi a quantidade efetivamente consumida (considere o caso de residências, por exemplo). Ilustraremos o método com um exemplo simplificado, usando os dados de preços e consumo de energia nos anos de 1999 e 2000 tão-somente. Os dados são repetidos na tabela 10.13.

Supomos que os dados de consumo não estão mais disponíveis, mas conhecemos apenas os gastos com cada fonte de energia como proporção dos gastos totais. Estes são iguais ao produto entre preço e quantidade consumida.

TABELA 10.13 Proporção de gastos, 1999

	Preço	Quantidade	Gasto	Proporção
Carvão (£/tonelada)	34,77	2,04	70,93	0,9%
Petróleo (£/tonelada)	104,93	5,33	559,28	7,0%
Eletricidade (£/MWh)	36,23	110,98	4.020,81	50,6%
Gás (£/milhões de therms)	0,546	6.039,00	3.297,29	41,5%
Total			7.948,31	100,0%

Nota: A proporção de 0,9% de gastos com carvão é igual a (70,93/7.948,31) × 100. As outras proporções são calculadas de maneira semelhante.

A fórmula do índice Laspeyres pode ser facilmente adaptada para que sejam usados os dados apresentados na tabela 10.13.

A fórmula do índice Laspeyres usando proporções de gastos é dada na equação 10.3:[2]

$$(10.3)\quad P_L^n = \sum \frac{p_n}{p_0} \times s_0 \times 100$$

A equação 10.3 é composta de duas partes. A primeira, p_n/p_0, é simplesmente o preço no ano n em relação ao preço do ano-base para cada fonte de energia. O segundo componente, $s_0 = p_0q_0/\Sigma p_0q_0$, é a participação ou proporção de cada fonte de energia nos gastos totais do ano-base, cujos valores podem ser vistos na tabela 10.13. Pode-se notar facilmente que a soma dos valores de s_0 é igual a 1, de modo que a equação 10.3 calcula uma média ponderada dos aumentos individuais de preços, sendo os pesos iguais às participações no gasto total.

O cálculo do índice Laspeyres de 2000, usando 1999 como ano-base, portanto, é:

$$P_1^n = \frac{35,12}{34,77} \times 0,009 + \frac{137,90}{104,93} \times 0,07 + \frac{34,69}{36,23} \times 0,506 + \frac{0,606}{0,546} \times 0,415 = 1,0463$$

o que gera o valor de 104,63 para o índice, ou seja, o mesmo valor obtido anteriormente pelos métodos mais comuns. Os valores do índice em anos subseqüentes são calculados com a aplicação apropriada da equação 10.3. Deixamos essa tarefa como exercício para o leitor, que poderá usar a tabela 10.9 para conferir as respostas.

O índice Paasche pode ser calculado de maneira análoga com os dados de preços e participações no gasto, desde que esses dados estejam disponíveis para cada ano que exige a determinação do índice. A fórmula apropriada para o índice Paasche é

$$(10.4)\quad P_P^n = \frac{1}{\sum \frac{p_0}{p_n} s_n} \times 100$$

Deixamos o cálculo do índice Paasche como exercício para o leitor.

2. Veja o desenvolvimento dessa fórmula no apêndice deste capítulo.

Comparação dos índices Laspeyres e Paasche

As vantagens do índice Laspeyres são a facilidade de cálculo e o significado intuitivo bastante claro, a saber, o custo de uma dada cesta de bens em cada ano. O índice Paasche envolve mais cálculos e sua interpretação é menos simples. Como exemplo deste último aspecto, consideremos um caso simples. Os valores do índice Laspeyres em 2001 e 2002 são 116,68 e 111,87. O quociente entre esses dois números é 0,959, indicando que os preços caíram 4,1% de um ano para o outro. O que esse número realmente representa? O índice Laspeyres de 2002 foi dividido pelo mesmo tipo de índice de 2001, isto é,

$$\frac{P_L^3}{P_L^2} = \frac{\sum p_3 q_0}{\sum p_0 q_0} \bigg/ \frac{\sum p_2 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_3 q_0}{\sum p_2 q_0}$$

que é o quociente entre o custo da cesta de 1999, em preços de 2002, e o seu custo em preços de 2001. Isso faz algum sentido em termos intuitivos. Note que isto não é a mesma coisa que o índice Laspeyres de 2002 usando 2001 como ano-base, o que exigiria o uso de q_2 no cálculo.

Se o mesmo fosse feito com os dados do índice Paasche, se obteria uma queda de 5,3% de 2001 para 2002. Mas o significado disso não é muito claro, pois teríamos

$$\frac{P_P^3}{P_P^2} = \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_0 q_3} \bigg/ \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_0 q_2}$$

que não é possível simplificar mais. Trata-se de uma mistura curiosa de quantidades de 2001 e 2002, com preços de 1999, 2001 e 2002!

A principal vantagem do índice Paasche é a de que os pesos são atualizados continuamente, fazendo com que a cesta de bens nunca fique desatualizada. No caso do índice Laspeyres, a cesta permanece inalterada durante um período, tornando-se cada vez menos representativa do que é adquirido pelos consumidores. Quando sua revisão é finalmente efetuada, pode haver uma grande variação do esquema de ponderação. A complexidade maior de cálculo do índice Paasche é menos restritiva nos dias de hoje, graças ao fato de que a maior parte do trabalho é realizada por computadores.

Exercício 10.4

a) Calcule a participação de cada um dos quatro tipos de combustível no gasto total, nos exercícios anteriores, e utilize esse resultado para recalcular os índices Laspeyres e Paasche empregando as equações 10.3 e 10.4.
b) Verifique se os resultados são idênticos aos calculados em exercícios anteriores.

Índices de quantidade e gasto

Assim como é possível calcular índices de preço, também é possível calcular **índices de quantidade** e **índices de valor**. Inicialmente, concentramos nossa atenção em índices de quantidade, que fornecem uma medida da quantidade total de energia consumida pela indústria em cada ano. Mais uma vez, o problema é a impossibilidade de agregarmos facilmente as diversas fontes de energia. Não faz sentido somar toneladas de carvão e petróleo, therms de gás e megawatts de eletricidade. Alguma maneira de colocar esses combustíveis distintos em bases comparáveis precisa ser encontrada. Para esse fim, devemos inverter agora os papéis de preços e quantidades: as quantidades serão ponderadas pelos seus preços (os preços representam, na margem, o valor de cada combustível diferente para uma empresa). Tal como no caso dos índices de preço, podemos construir índices Laspeyres e Paasche de quantidade.

Índice Laspeyres de quantidade

O índice Laspeyres de quantidade para o ano n é dado por

$$(10.5)\quad Q_L^n = \frac{\sum q_n p_0}{\sum q_0 p_0} \times 100$$

isto é, corresponde ao quociente entre o custo da cesta no ano n ao custo da cesta no ano 0, ambos calculados em preços do ano 0. Note que isso é idêntico à equação 10.1, mas com os preços e as quantidades em posições invertidas.

Usando 1999 como ano-base, o custo da cesta de 2000 em preços de 1999 é igual a:

$$\sum q_1 p_0 = 0,72 \times 34,77 + 5,52 \times 104,93 + 114,11 \times 36,23 + 6.265 \times 0,546 = 8.159,14$$

e o custo da cesta de 1999 em preços de 1999 é igual a 7.948,31 (calculado anteriormente). O valor do índice de quantidade em 2000 é, portanto,

$$Q_L^1 = \frac{8.159,14}{7.948,31} \times 100 = 102,65$$

Em outras palavras, se os preços tivessem permanecido constantes de 1999 a 2000, a indústria teria consumido mais 2,65% de energia (e também teria gasto mais 2,65%).

O valor do índice nos anos subseqüentes é apresentado na tabela 10.14, usando a fórmula fornecida na equação 10.5.

Índice Paasche de quantidade

Assim como há versões Laspeyres e Paasche do índice de preços, ocorre o mesmo com o índice de quantidade. O índice Paasche de quantidade é dado por

$$(10.6)\quad Q_P^n = \frac{\sum q_n p_n}{\sum q_0 p_n} \times 100$$

correspondendo à equação 10.2 com preços e quantidades invertidos. O cálculo desse índice é apresentado na tabela 10.15, que mostra uma tendência semelhante à da tabela 10.14 para o índice Laspeyres. Normalmente, se esperaria que o índice Paasche apresentasse um crescimento mais lento que o índice Laspeyres de quantidade: as empresas passariam a usar mais dos insumos cujos preços relativos tivessem caído. O índice Paas-

TABELA 10.14 Cálculo do índice Laspeyres de quantidade

Ano	$\Sigma p_0 q_n$	Índice	
1999	7.948,31	100	
2000	8.159,14	102,65	(= 8.159,14/7.948,31 × 100)
2001	8.138,68	102,40	(= 8.138,68/7.948,31 × 100)
2002	7.803,96	98,18	etc.
2003	8.064,14	101,46	

TABELA 10.15 Cálculo do índice Paasche de quantidade

Ano	$\Sigma p_n q_n$	$\Sigma p_n q_0$	Índice
1999	7.948,31	7.948,31	100
2000	8.541,56	8.316,18	102,71
2001	9.544,18	9.274,08	102,91
2002	8.669,44	8.891,81	97,50
2003	8.945,73	8.846,32	101,12

Nota: A última coluna é calculada pelo quociente entre as duas colunas anteriores.

che dá menos peso (preços correntes) a essas quantidades que o índice Laspeyres (preços do ano-base) e, por esse motivo, apresenta uma taxa menor de crescimento.

Índice de gasto

O **índice de gasto** ou **valor** é simplesmente um índice do custo da cesta do ano n em preços do ano n, e mede, assim, como os gastos variam no tempo. A fórmula do índice no ano n é

$$(10.7)\quad E^n = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

Há obviamente apenas um índice de valor, e não há distinção entre as definições Laspeyres e Paasche. O índice pode ser obtido com facilidade a partir da tabela 10.16. O índice de gasto mostra como os dispêndios da indústria com energia estão evoluindo no tempo. Assim, o gasto em 2003 foi 12,55% superior ao ocorrido em 1999. O que o índice de valor não mostra é como esse dispêndio adicional pode ser decomposto em variações de preço e quantidade. Essa decomposição é apresentada na próxima seção.

Relações entre índices de preço, quantidade e gasto

Assim como a multiplicação de um preço por uma quantidade nos dá o valor ou gasto total, o mesmo ocorre com os números-índices. O índice de valor pode ser decomposto no produto entre um índice de preço e um índice de quantidade. Em par-

TABELA 10.16 Índice de gasto

Ano	$\Sigma p_n q_n$	Índice
1999	7.948,31	100
2000	8.541,56	107,46
2001	9.544,18	120,08
2002	8.669,44	109,07
2003	8.945,73	112,55

Nota: O índice de gasto é um índice simples dos gastos contidos na coluna anterior.

ticular, ele é o produto de um índice Paasche de quantidade por um índice Laspeyres de preço, *ou* o produto entre um índice Paasche de preço e um índice Laspeyres de quantidade. Isso pode ser facilmente demonstrado usando a notação Σ:

$$(10.8)\quad E^n = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_n q_0} \times \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} = Q_P^n \times P_L^n$$

ou

$$(10.9)\quad E^n = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_n} \times \frac{\sum p_0 q_n}{\sum p_0 q_0} = P_P^n \times Q_L^n$$

Assim sendo, aumentos de valor ou gasto podem ser decompostos em efeitos de preço e quantidade. Duas decomposições são possíveis, e elas fornecem respostas ligeiramente diferentes.

Também é evidente que um índice de quantidade pode ser construído dividindo-se um índice de valor por um índice de preço, pois, por meio de manipulação simples das equações 10.8 e 10.9, obtemos

$$(10.10)\quad Q_P^n = E^n / P_L^n$$

e

$$(10.11)\quad Q_L^n = E^n / P_P^n$$

Note que, ao dividir o índice de gasto por um índice Laspeyres de preço, obtém-se um índice Paasche de quantidade, e dividindo-o por um índice Paasche de preço se obtém um índice Laspeyres de quantidade. Isso é o que se chama **deflacionamento** de uma série, técnica bastante útil e largamente utilizada. Reconsideremos nossos dados anteriores em vista desse fato. A tabela 10.17 apresenta os detalhes correspondentes. Na coluna 2 da tabela, vemos os gastos com combustível em **preços correntes**, ou seja, em **valores a vista**. A coluna 3 contém o índice Laspeyres de preço, mostrado na tabela 10.9. Deflacionando (dividindo) a coluna 2 pela coluna 3, e multiplicando o resultado por 100, chega-se à coluna 4, na qual vemos o gasto com combustível **em termos de quantidade** ou **volume**. A coluna final apresenta um índice de gastos com energia em termos de volume.

TABELA 10.17 Deflacionamento da série de gasto

Ano	Gasto em preços correntes	Índice Laspeyres de preço	Gasto em termos de volume	Índice
1999	7.948,31	100	7.948,31	100
2000	8.541,56	104,63	8.163,72	102,71
2001	9.544,18	116,68	8.179,79	102,91
2002	8.669,44	111,87	7.749,54	97,50
2003	8.945,73	111,30	8.037,63	101,12

Esse índice final equivale a um índice Paasche de quantidade, tal como foi ilustrado pela equação 10.7 e na tabela 10.15.

No exemplo anterior, utilizamos o índice de preço de energia para deflacionar a série de gastos. Entretanto, também é possível usar um índice *geral* de preços (como o índice de preços no varejo ou o deflator do PIB) para fazer o deflacionamento. Isso gera um resultado ligeiramente diferente, tanto em termos numéricos quanto de interpretação. O deflacionamento por um índice geral de preços gera uma série de gastos **em preços constantes** ou **em termos reais.** O deflacionamento por um índice específico de preços (por exemplo, preços de energia) resulta numa série de **quantidade** ou **volume**.

Um exemplo deve esclarecer esse ponto (veja os dados no problema 10.11). O governo gasta bilhões de libras por ano com o serviço de assistência de saúde. Se essa série de gastos correntes for deflacionada por um índice geral de preços (por exemplo, o deflator do PIB), então obteremos os gastos com serviços de saúde em preços constantes, ou seja, os gastos reais com serviços de saúde. Se o índice de pagamentos e preços do NHS (National Health Service) for utilizado como deflator, então o resultado será um índice da quantidade ou do volume de serviços de saúde prestados. Como o índice do NHS tende a se elevar mais rapidamente que o deflator do PIB, a série de volume cresce mais lentamente que a série de gastos em preços constantes. Isso pode levar a um debate político interessante, porém inócuo. O governo afirma que está gastando mais com serviços de saúde, em termos reais, enquanto a oposição alega que o serviço de saúde está recebendo menos recursos. Como foi visto, os dois lados podem ter razão.

Armadilha!

Um erro comum consiste em acreditar que, uma vez que uma série tenha sido transformada num índice, ela é inevitavelmente expressa em termos reais. Isso *não* é verdade. Pode-se ter um índice de uma série nominal (por exemplo, na tabela 10.16) *ou* de uma série real (a última coluna da tabela 10.17). Um número-índice representa apenas uma conversão das unidades de medida para algo mais útil para fins de apresentação; não é a mesma coisa que deflacionar a série.

A taxa real de juros

Um outro exemplo de "deflacionamento" é o cálculo da taxa real de juros. Esse cálculo ajusta a taxa nominal de juros por variações do valor da moeda, ou seja, pela inflação. Se você obtém uma taxa de juros de 7% em suas aplicações no prazo de um ano, mas o nível de preços se eleva 5% nesse mesmo período, você claramente não tem 7% a mais no final. A taxa real de juros, nesse caso, seria dada por

$$(10.12)\ \text{taxa real de juros} = \frac{1+0{,}07}{1+0{,}05} - 1 = 0{,}019 = 1{,}9\%$$

Em geral, sendo r a taxa nominal de juros e i a taxa de inflação, a taxa real de juros será dada por

$$(10.13)\ \text{taxa real de juros} = \frac{1+r}{1+i} - 1$$

Na prática, costuma-se usar um método mais simples, que fornece resultados virtualmente idênticos quando os valores de r e i são pequenos. Consiste em subtrair a taxa de inflação da taxa nominal de juros, o que dá 7% − 5% = 2% nesse caso.

Exercício 10.5

a) Use os dados de exercícios anteriores para calcular o índice Laspeyres de quantidade.
b) Calcule o índice Paasche de quantidade.
c) Calcule o índice de gasto.
d) Confirme que a divisão do índice de gasto pelo índice de preço produz o índice de quantidade (lembre-se de que há duas maneiras de fazer isso).

Índices encadeados

Sempre que se deseja obter a série de um número-índice num prazo longo, geralmente é necessário emendar vários índices mais curtos, resultando num **índice encadeado**. Quando não há acesso aos dados brutos originais, é impossível montar um índice Laspeyres ou Paasche apropriado, e o resultado pode ser uma mistura de tipos diferentes de números-índices, mas é o melhor que pode ser feito nessas circunstâncias.

Suponhamos que estejam disponíveis as duas séries de números-índices a seguir. Imagine que seja impossível o acesso aos dados originais.

Índice Laspeyres de preço de energia, 1999-2003 (da tabela 10.9)

1999	2000	2001	2002	2003
100	104,63	116,68	111,87	111,30

Índice Laspeyres de preço de energia, 1995-1999

1995	1996	1997	1998	1999
100	96,3	95,6	92,1	88,1

As duas séries têm anos de referência distintos e usam cestas diferentes de consumo. O primeiro índice mede o custo da cesta de 1999 em cada um dos anos subseqüentes. O segundo mede o preço da cesta de 1995 em anos posteriores. Há um ano de sobreposição, que é o de 1999. Como podemos combinar esses dados num único índice cobrindo o período completo?

O método óbvio é usar o quociente dos custos das duas cestas em 1999, 88,1/100 = 0,881, para alterar uma das séries. Para basearmos a série contínua em 1995 = 100, será necessário multiplicar os dados posteriores a 1999 por 0,881, como é demonstrado na tabela 10.18. A série contínua também poderia, com a mesma facilidade, basear-se em 1999 = 100 com um reajuste simples, que seria feito dividindo a série "antiga" por 0,881 e deixando a série "nova" inalterada.

A série contínua não é um índice Laspeyres correto, como pode ser visto ao se observar as fórmulas utilizadas. Examinemos o dado de 2003, 98,1, a título de exemplo. Esse valor é calculado da seguinte maneira: 98,1 = 111,30 × 88,1/100, ou, em termos de nossas fórmulas:

$$(10.14)\quad \frac{\sum p_{03}q_{99}}{\sum p_{99}q_{99}} \times \frac{\sum p_{99}q_{95}}{\sum p_{95}q_{95}} \Big/ 100$$

O índice Laspeyres apropriado para 2003, usando os pesos de 1995, é

$$(10.15)\quad \frac{\sum p_{03}q_{95}}{\sum p_{95}q_{95}} \times 100$$

TABELA 10.18 Índice encadeado de preços de energia, 1995-2003

Ano	Índice "antigo"	Índice "novo"	Índice encadeado
1995	100		100
1996	96,3		96,3
1997	95,6		95,6
1998	92,1		92,1
1999	88,1	100	88,1
2000		104,63	92,2
2001		116,68	102,8
2002		111,87	98,6
2003		111,30	98,1

Nota: Após 1999, os valores do índice encadeado são calculados multiplicando o índice "novo" por 0,881; por exemplo, 92,2 = 104,63 × 0,881, para 2000.

Não é possível obter esta última equação a partir da equação 10.14, provando que a primeira fórmula não é um índice Laspeyres correto. Embora não seja um índice correto, tem a vantagem de que os pesos são revistos e, portanto, é mais atualizado.

Problemas semelhantes surgem quando se constrói um índice encadeado a partir de duas séries de um índice Paasche. A análise dessa situação é deixada ao leitor; o método obedece ao que foi delineado antes para o caso do índice Laspeyres.

Índice de preços no varejo

O **índice de preços no varejo (IPV)** do Reino Unido é um dos números-índices mais sofisticados, envolvendo o registro de preços de 650 itens a cada mês, ponderando-os com base nos padrões de gastos de famílias, tal como revelados no Levantamento de Gastos e Alimentação (Expenditure and Food Survey, ou EFS), descrito mais detalhadamente no capítulo 9, sobre métodos de amostragem. Os princípios associados ao seu cálculo são semelhantes aos expostos antes, com pequenas diferenças atribuíveis por uma variedade de razões.

O IPV é uma espécie de conciliação entre um índice Laspeyres e um índice Paasche. É calculado mensalmente, e durante cada ano civil os pesos permanecem constantes, assumindo a forma de um índice Laspeyres. A cada mês de janeiro, entretanto, os pesos são atualizados a partir de evidências geradas pelo EFS, o que faz com que o índice seja, de fato, um conjunto de índices Laspeyres encadeados, com o encadeamento ocorrendo em janeiro de cada ano. Apesar de sua aparência formal como um índice Laspeyres, o IPV medido ao longo de vários anos tem as características de um índice Paasche, por causa da alteração anual dos pesos.

Um outro afastamento em relação aos princípios é o fato de que aproximadamente 14% das famílias são excluídas ao ser calculados os pesos em termos de gastos. São excluídos os aposentados (10%) e as famílias muito ricas (4%), porque tendem a adotar padrões de gasto significativamente diferentes do restante da população, e sua inclusão tornaria o índice pouco representativo. Um IPV separado é calculado para os aposentados, mas o mesmo não é feito para as famílias muito ricas.

Uma mudança da qualidade dos bens adquiridos também pode criar problemas, como foi mencionado anteriormente. Se um fabricante aumentar a qualidade de um produto e cobrar mais, é justo dizer que o preço se elevou? Às vezes, é possível medir a melhoria ocorrida (quando a potência de um aspirador de pó aumenta, por exemplo), mas em outros casos isso é mais difícil, como no da pontualidade de um serviço de transporte ferroviário. Qual teria sido o aumento da qualidade nesse caso? Em muitas circunstâncias, o estatístico precisa fazer algum julgamento para escolher o melhor procedimento a ser adotado.

Preços a longo prazo

A tabela 10.19 mostra como os preços variaram no prazo mais longo. A coluna "preço ajustado pela inflação" mostra o que o bem teria custado se seu preço tivesse subido na mesma proporção do índice de preços no varejo. Fica claro que alguns preços relativos se alteraram substancialmente, e você pode tentar imaginar os motivos.

TABELA 10.19 80 anos de preços: 1914-1994

Item	Preço em 1914	Preço ajustado pela inflação	Preço em 1994
Automóvel	£730	£36.971	£6.995
Passagem de trem de primeira classe, Londres-Manchester	£2,45	£124,08	£130
Copo de cerveja	1p	53p	£1,38
Leite (litro)	1,5p	74p	70p
Pão	2,5p	£1,21	51p
Manteiga	6p	£3,06	68p
Quarto para duas pessoas no Savoy Hotel, em Londres	£1,25	£63,31	£195

Exercício 10.6

O índice de preços de energia no período 1992-1995 foi:

1991	1992	1993	1994	1995
100	103,5	107,8	112,2	119,8

Utilize esses dados para calcular um índice encadeado de 1991 a 2003, fixando 1991 = 100.

Desconto e valores presentes

O processo de deflacionamento faz com que os gastos de anos distintos se tornem comparáveis ao corrigi-los pelo efeito da inflação. A quantia futura é deflacionada (reduzida) por causa da elevação do nível geral de preços. O procedimento de **desconto** é semelhante, permitindo comparar valores em anos distintos, mas corrigindo pelo efeito da **preferência temporal**. Por exemplo, suponhamos que ao investir £1.000 hoje uma empresa consiga receber £1.100 daqui a um ano. Para se decidir se o investimento é compensador, os dois valores precisam ser comparados.

Caso a taxa vigente de juros seja igual a 12%, então a empresa poderia simplesmente aplicar seus £1.000 no banco, recebendo £120 de juros, gerando £1.120 no final do ano. Portanto, a empresa não deveria investir nesse projeto; ela teria melhor resultado se mantivesse o dinheiro aplicado no banco. O investimento não é efetuado porque

$$£1.000 \times (1 + r) > £1.100$$

em que r é a taxa de juros, 12%. Alternativamente, pode-se escrever essa desigualdade da seguinte maneira:

$$£1.000 > £1.100/(1 + r)$$

A expressão no lado direito do sinal de desigualdade é o **valor presente** (VP) de £1.100 recebidos no prazo de um ano. Nesse caso, r é a taxa de desconto, sendo igual à taxa de juros do exemplo, pois essa é a taxa à qual a empresa pode transformar recebimentos presentes em recebimentos futuros, e vice-versa. No material apresentado a seguir, usamos os termos taxa de juros e taxa de desconto como sinônimos. O termo $1/(1 + r)$ é conhecido como **fator de desconto**. A multiplicação de um fluxo de caixa pelo fator de desconto resulta no valor presente desse fluxo de caixa.

Também podemos expressar a desigualdade do seguinte modo (subtraindo £1.000 de cada lado):

$$0 > - £1.000 + £1.100/(1 + r)$$

O lado direito dessa expressão é conhecido como **valor presente líquido** (VPL) do projeto. Representa a diferença entre o desembolso inicial e o valor presente dos recebimentos gerados pelo investimento. Como esse valor é negativo, o investimento não vale a pena (seria melhor aplicar o dinheiro num depósito bancário). A regra geral é: investir se o VPL for positivo.

De maneira análoga, o valor presente de £1.100 a serem recebidas daqui a dois anos é:

$$VP = £1.100/(1 + r)^2 = £1.100/(1 + 0,12)^2 = £876,91$$

quando r = 12%. Em geral, o VP de uma quantia S a ser recebida no prazo de t anos é:

$$VP = \frac{S}{(1 + r)^t}$$

O VP pode ser interpretado como a quantia que uma empresa deveria estar disposta a pagar hoje para receber uma quantia S no prazo de t anos. Portanto, uma empresa não deveria estar disposta a gastar mais de £876,91 para receber £1.100 daqui a dois anos. Ela ganharia mais se aplicasse seu dinheiro num depósito bancário e recebesse juros de 12% ao ano.

A maioria dos projetos de investimento envolve um desembolso inicial seguido por uma *série* de recebimentos nos anos seguintes, como ilustrado pelos dados da tabela 10.20. Para decidir se o investimento é compensador, o valor presente da série de recebimentos precisa ser comparado ao desembolso inicial. O VP da série de re-

TABELA 10.20 Fluxos de caixa de um projeto de investimento

Ano	Desembolso ou recebimento		Fator de desconto	Recebimento descontado
2001	Desembolso	−1.000		
2002	Recebimento	300	0,893	267,86
2003		400	0,797	318,88
2004		450	0,712	320,30
2005		200	0,636	127,10
Total				1.034,14

cebimentos é obtido somando-se o valor presente do recebimento de cada ano. Assim sendo, calculamos[3]

$$(10.16)\quad VP = \frac{S_1}{(1+r)} + \frac{S_2}{(1+r)^2} + \frac{S_3}{(1+r)^3} + \frac{S_4}{(1+r)^4}$$

ou, em termos mais concisos, usando a notação Σ:

$$(10.17)\quad VP = \sum \frac{S_t}{(1+r)^t}$$

As colunas 3 e 4 da tabela mostram o cálculo do valor presente. Os fatores de desconto, $1/(1 + r)^t$, são apresentados na coluna 3. Multiplicando-se a coluna 2 pela coluna 3, obtêm-se os elementos individuais do cálculo do VP (como na equação 10.16), e sua soma é 1.034,14, que é o valor presente dos recebimentos. Como o VP é superior ao desembolso inicial de 1.000, o investimento gera uma taxa de retorno de pelo menos 12% e, portanto, vale a pena ser realizado.

Critério alternativo de investimento: taxa interna de retorno

A regra de investimento pode ser expressa de maneira diferente, com o uso da **taxa interna de retorno** (TIR). Trata-se da taxa de desconto que iguala o VPL a 0, ou seja, faz com que o valor presente da série de recebimentos iguale o desembolso inicial. Uma TIR de 10% iguala os £1.100 recebidos no próximo ano a um desembolso de £1.000 hoje. Como a TIR é inferior à taxa de juros de mercado (12%), isso indica que o investimento não é compensador: gera somente uma taxa de retorno de 10%. A regra "investir se a TIR for superior à taxa de juros de mercado" equivale à regra "investir se o valor presente líquido for positivo, usando a taxa de juros para descontar os recebimentos futuros".

3. Esse exemplo de valor presente tem apenas quatro termos, mas em princípio pode haver qualquer número de termos gerando uma série futura.

Em geral, é matematicamente difícil encontrar a TIR de um projeto a partir de uma série de recebimentos futuros, a não ser por tentativa e erro. A TIR é o valor de r que iguala o VPL a 0, ou seja, é a solução de

$$(10.18)\quad VPL = -S_0 + \sum \frac{S_t}{(1+r)^t} = 0$$

em que S_0 é o desembolso inicial. Felizmente, a maioria dos programas de planilha de cálculo tem uma rotina interna para a realização desse cálculo. Isso é ilustrado na figura 10.1, que mostra o cálculo da TIR para os dados contidos na tabela 10.20.

A célula C13 contém a fórmula "=TIR(C6:C10)" – isso pode ser visto exatamente acima dos títulos das colunas –, ou seja, a função usada no Excel para calcular a taxa interna de retorno. Portanto, a TIR desse projeto é 13,7%, de fato superior à taxa de juros de mercado de 12%. As duas últimas colunas mostram que o VP da série de recebimentos, quando descontados à taxa interna de retorno, é igual ao desembolso inicial. Os fatores de desconto na penúltima coluna são calculados com r = 13,7%.

É fácil calcular a TIR se a série de recebimentos for constante. Caso o desembolso inicial seja igual a S_0 e uma quantia igual a S seja recebida a cada ano permanentemente (como num título de dívida perpétuo), então a TIR é dada simplesmente por

$$TIR = \frac{S}{S_0}$$

FIGURA 10.1

Cálculo da TIR

C13 =TIR(C6:C10)

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3						Fator de	
4				Fator de	Recebimento	desconto	Recebimento
5	Ano			desconto	descontado	usando a TIR	descontado
6	1990	Desembolso	-1.000				
7	1991	Recebimento	300	0,893	267,86	0,880	263,96
8	1992		400	0,797	318,88	0,774	309,66
9	1993		450	0,712	320,30	0,681	306,52
10	1994		200	0,636	127,10	0,599	119,86
11	Total				1.034,14		1.000
12							
13	Taxa interna de retorno		13,7%				
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							

Nota: Observe que o primeiro termo da série é o desembolso inicial (célula C6), sendo registrado com um número *negativo*. Caso seja registrado um número positivo, a função TIR não funcionará.

Por exemplo, se um desembolso de £1.000 gerar uma série permanente de recebimentos de £120 por ano, então a TIR será igual a 12%. Isto deve ser intuitivamente óbvio, pois aplicar £1.000 à taxa de juros de 12% lhe daria um recebimento anual de £120.

Taxas de juros nominal e real

Se uma série de recebimentos já tiver sido deflacionada (convertida em termos reais), então o valor presente deverá ser obtido descontando-se os recebimentos à **taxa real de juros**, e não à taxa nominal (taxa de mercado). A tabela 10.21 ilustra esse princípio. A coluna 1 repete os fluxos de recebimentos nominais contidos na tabela 10.20. Supondo uma taxa de inflação de i = 7% ao ano, obtemos o índice de preço apresentado na coluna 2, baseado em 2001 = 100. Esse índice é utilizado para deflacionar a série nominal, gerando a série em termos reais apresentada na coluna 3. Ou seja, esses valores são medidos em preços constantes (preços de 2001). Se conhecêssemos apenas a série de recebimentos reais e não pudéssemos obter os fluxos de caixa originais, seríamos obrigados a descontar a série de fluxos reais à taxa real de juros, r_r, definida por

$$(10.19)\quad 1 + r_r = \frac{1+r}{1+i}$$

Sendo a taxa nominal de juros igual a 12%, e a taxa de inflação igual a 7%, teríamos

$$(10.20)\quad 1 + r_r = \frac{1+0,12}{1+0,07} = 1,0467$$

ou seja, uma taxa real de juros de 4,67%, que nesse exemplo é idêntica para todos os anos. Os fatores de desconto utilizados para descontar os fluxos reais de recebimento são apresentados na coluna 4 da tabela, com base no uso da taxa real de juros; os fluxos descontados estão na coluna 5, e o valor presente da série é igual a £1.034,14. Esse valor é idêntico ao obtido antes, quando os fluxos de caixa foram descontados à taxa nominal de juros. Portanto, podemos descontar os fluxos nominais usando a taxa de desconto nominal, *ou* os fluxos reais à taxa real de juros. Preste atenção para não confundir taxas de juros nominal e real.

TABELA 10.21 Cálculo do valor presente de um fluxo de recebimentos reais

Ano			Índice de preço	Fluxo real	Fator de desconto em termos reais	Valores presentes
2001	Desembolso	−1.000	100			
2002	Recebimento	300	107,0	280,37	0,955	267,86
2003		400	114,5	349,38	0,913	318,88
2004		450	122,5	367,33	0,872	320,30
2005		200	131,1	152,58	0,833	127,10
Total						1.034,14

A taxa real de juros pode ser aproximada subtraindo-se a taxa de inflação da taxa nominal de juros, por exemplo, 12% – 7% = 5%. Isso gera uma aproximação razoavelmente precisa para valores baixos das taxas de juros e inflação (abaixo de 10% ao ano). Por causa da simplicidade de seu cálculo, este método é adotado com freqüência.

Exercício 10.7

a) Um investimento de £100.000 gera recebimentos de £25.000, £35.000, £30.000 e £15.000 em cada um dos quatro anos seguintes. Calcule o valor presente da série de recebimentos e compare o resultado ao desembolso inicial, usando a taxa de juros de 10% ao ano.
b) Calcule a taxa interna de retorno do investimento.

Exercício 10.8

a) Um investimento de £50.000 gera recebimentos de £20.000, £25.000, £30.000 e £10.000 em cada um dos anos seguintes. A taxa de inflação e a taxa de juros são constantes, sendo a primeira igual a 5%, e última, igual a 9%. Use a taxa de inflação para montar um índice de preço e descontar os fluxos de caixa em termos reais.
b) Calcule a taxa real de desconto.
c) Use a taxa real de desconto para calcular o valor presente dos fluxos reais de caixa.
d) Compare esse resultado ao obtido quando são utilizados fluxos de caixa nominais e a taxa nominal de juros.

Índices de desigualdade

Um conjunto separado de números-índices é usado especificamente na mensuração de desigualdade, como a desigualdade na distribuição de renda. Já vimos como é possível medir a dispersão de uma distribuição usando a variância e o desvio-padrão. Este cálculo baseia-se nas diferenças entre as observações e a média. Uma idéia alternativa é medir a diferença em *cada par* de observações, e essa idéia é a base de uma estatística chamada **coeficiente de Gini**. Essa medida provavelmente teria permanecido desconhecida, por causa da complexidade de cálculo, não fosse por Konrad Lorenz, que mostrou existir uma interpretação visual atraente do coeficiente, hoje conhecida como **curva de Lorenz**, além da possibilidade de fazer um cálculo relativamente simples do coeficiente de Gini com base nessa curva.

Começamos por construir a curva de Lorenz, usando dados da distribuição de renda do Reino Unido em 2003, e a seguir calculamos o coeficiente de Gini. Posteriormente, utilizamos essas medidas para analisar a evolução da desigualdade ao longo do tempo (no Reino Unido) e entre diversos países.

Em seguida, examinamos outra manifestação de desigualdade, considerando as participações de mercado de empresas. Para essa análise, levamos em conta o cálculo de **índices de concentração** e sua interpretação.

Curva de Lorenz

A tabela 10.22 apresenta os dados da distribuição de renda no Reino Unido com base em informações reunidas no Levantamento de Recursos de Famílias (Family Resources Survey 2002-2003), publicado pelo Departamento de Estatísticas Nacionais (ONS). Os dados informam os rendimentos semanais totais de cada família, o que significa que os rendimentos são registrados após o recebimento de quaisquer benefícios pagos pelo Estado (por exemplo, uma aposentadoria), mas antes do pagamento de quaisquer impostos.

A tabela indica a existência de um grau elevado de desigualdade. Por exemplo, os 22% mais pobres recebem £200 por semana, no máximo, enquanto os 10% mais ricos recebem pelo menos cinco vezes mais. Embora esses números dêem uma idéia do grau de desigualdade, eles dizem respeito somente a algumas poucas famílias nos extremos da distribuição. Uma **curva de Lorenz** é uma maneira de representar graficamente a distribuição inteira. Uma curva típica de Lorenz é apresentada na figura 10.2.

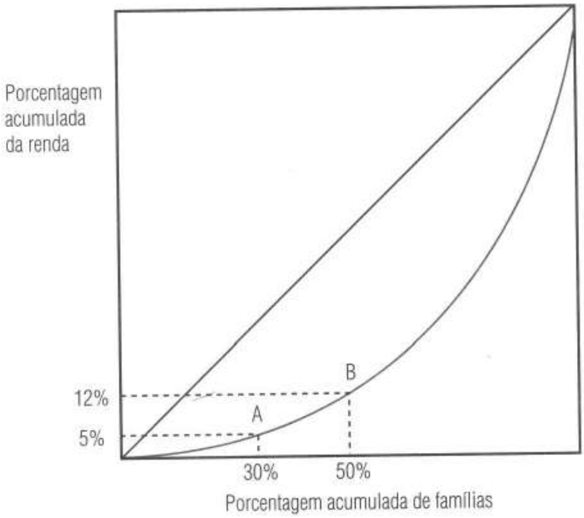
As famílias são ordenadas no eixo horizontal, das mais pobres às mais ricas, de modo que a família mediana, por exemplo, fique exatamente no meio do eixo. No eixo vertical, mede-se a proporção acumulada da renda, de 0% a 100%. O ponto A indica que os 30% mais pobres recebem 5% da renda total. O ponto B mostra que a metade mais

TABELA 10.22 Distribuição da renda bruta no Reino Unido, 2002-2003

Faixa de renda familiar semanal	Ponto médio do intervalo	Número de famílias
0-	50	1.000
100-	150	5.213
200-	250	5.037
300-	350	3.548
400-	450	2.850
500-	550	2.458
600-	650	1.996
700-	750	1.583
800-	850	1.198
900-	950	838
1.000-	1.250	2.989
Total		28.710

FIGURA 10.2

Curva típica de Lorenz



pobre da população recebe somente 12% da renda (e, portanto, a outra metade recebe 88%). A curva de Lorenz é obtida quando todos os pontos como esses são ligados.

A curva de Lorenz deixa algumas coisas imediatamente evidentes:

- Como 0% das famílias recebe 0% da renda, e 100% das famílias recebem 100% da renda, a curva deve ir da origem ao canto oposto do gráfico.
- Como as famílias são ordenadas das mais pobres às mais ricas, a curva de Lorenz deve ficar abaixo da linha de 45°, que é a linha que representa completa igualdade. Quanto mais distante se encontra a curva de Lorenz da linha de 45°, maior é a desigualdade.
- A curva de Lorenz deve ser côncava de cima para baixo: à medida que nos deslocamos para a direita, encontramos indivíduos cada vez mais ricos, o que faz com que a renda acumulada cresça mais rapidamente.

A tabela 10.23 mostra como se gera uma curva de Lorenz a partir de dados como os fornecidos na tabela 10.22. A tarefa consiste em calcular as coordenadas {x, y} da curva de Lorenz. Esses valores são fornecidos nas colunas 6 e 8 da tabela, respectivamente. A coluna 5 da tabela calcula a proporção de famílias em cada faixa de renda (isto é, calcula as freqüências relativas, como no capítulo 1), e essas proporções são a seguir acumuladas na coluna 6. Esses são os valores utilizados no eixo horizontal. A coluna 4 calcula a renda total em cada faixa de renda (multiplicando a freqüência da faixa pelo seu ponto médio). A proporção da renda total em cada faixa é calculada, a seguir, na coluna 7 (renda da faixa dividida pela renda total). A coluna 8 acumula os valores contidos na coluna 7.

TABELA 10.23 Cálculo das coordenadas da curva de Lorenz

Faixa de renda (1)	Ponto médio (2)	Famílias (3)	Renda total (4)	% de famílias (5)	% acumulada de famílias x (6)	% da renda (7)	% acumulada da renda y (8)
0-	50	1.000	50.000	3,5%	3,5%	0,4%	0,4%
100-	150	5.213	781.950	18,2%	21,6%	5,6%	5,9%
200-	250	5.037	1.259.250	17,5%	39,2%	9,0%	14,9%
300-	350	3.548	1.241.800	12,4%	51,5%	8,9%	23,8%
400-	450	2.850	1.282.500	9,9%	61,5%	9,2%	33,0%
500-	550	2.458	1.351.900	8,6%	70,0%	9,7%	42,6%
600-	650	1.996	1.297.400	7,0%	77,0%	9,3%	51,9%
700-	750	1.583	1.187.250	5,5%	82,5%	8,5%	60,4%
800-	850	1.198	1.018.300	4,2%	86,7%	7,3%	67,6%
900-	950	838	796.100	2,9%	89,6%	5,7%	73,3%
1.000-	1.250	2.989	3.736.250	10,4%	100,0%	26,7%	100,0%
Total		28.710	14.002.700	100,0%		100,0%	

Notas:
Coluna 4 = coluna 2 × coluna 3
Coluna 5 = coluna 3 ÷ 28.710
Coluna 6 = coluna 5 acumulada
Coluna 7 = coluna 4 ÷ 14.002.700
Coluna 8 = coluna 7 acumulada

Usando as colunas 6 e 8 da tabela podemos ver, por exemplo, que os 3,5% mais pobres da população detêm aproximadamente 0,4% da renda total; a metade mais pobre, aproximadamente 23% da renda; e os 10% superiores têm cerca de 26% da renda total.

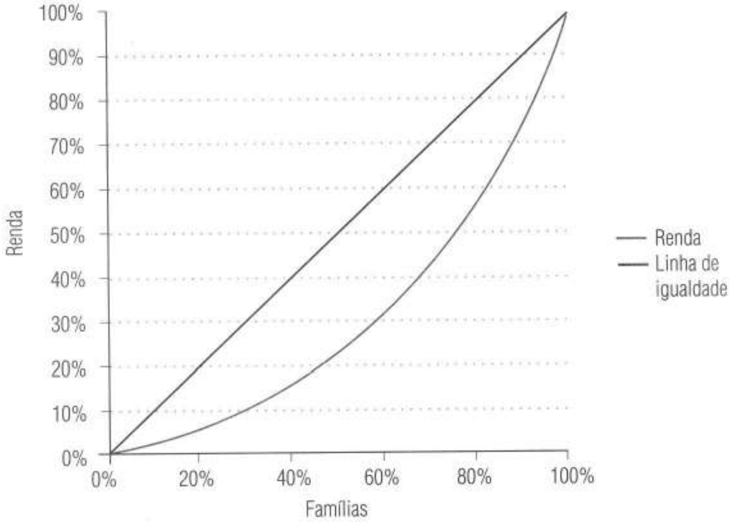
A figura 10.3 apresenta a curva de Lorenz construída de forma gráfica, usando os dados das colunas 6 e 8 da tabela acima. O gráfico mostra uma curva de Lorenz relativamente suave, talvez com um grau mais alto de desigualdade na parte inferior da distribuição que na parte superior.

Coeficiente de Gini

O coeficiente de Gini é uma expressão numérica do grau de desigualdade de uma distribuição, e pode ser obtido diretamente a partir da curva de Lorenz. A figura 10.4 apresenta de novo a curva de Lorenz, e o coeficiente de Gini é simplesmente o quociente entre as áreas A e B.

FIGURA 10.3

Curva de Lorenz para dados de renda

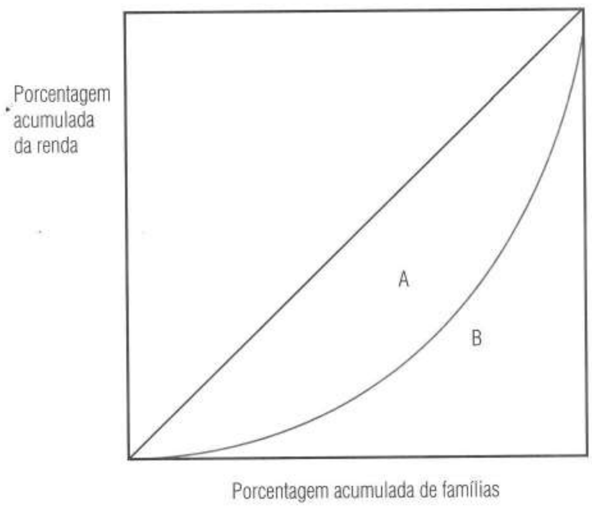


Representando o coeficiente de Gini por G, temos:

$$(10.21)\quad G = \frac{A}{A + B}$$

FIGURA 10.4

Cálculo do coeficiente de Gini a partir da curva de Lorenz



e deve ser evidente que G assume um valor entre 0 e 1. Quando há igualdade total, a curva de Lorenz coincide com a linha de 45º, a área A desaparece e G se torna igual a 0. Quando a desigualdade é completa (ou seja, uma família detém toda a renda), a área B desaparece e G = 1. Nenhum desses extremos ocorre na realidade; em lugar disso, ocorrem valores intermediários, mas, quanto menor o valor de G, menos desigualdade existe (embora devam ser consideradas as *ressalvas* mencionadas abaixo). Seria possível comparar dois países, por exemplo, simplesmente examinando os valores de seus coeficientes de Gini.

O coeficiente de Gini pode ser calculado a partir das seguintes fórmulas das áreas A e B:

$$(10.22)\quad \begin{aligned} B = \frac{1}{2}\{&(x_1 - x_0)\times(y_1 + y_0)\\ &+ (x_2 - x_1)\times(y_2 + y_1)\\ &\vdots\\ &+ (x_k - x_{k-1})\times(y_k + y_{k-1})\} \end{aligned}$$

em que $x_0 = y_0 = 0$ e $x_k = y_k = 100$ (ou seja, são as coordenadas dos dois pontos extremos da curva de Lorenz), e os outros valores de x e y são as coordenadas dos pontos intermediários. Por sua vez, k é o número de faixas de renda na tabela de freqüências. A área A é dada por:[4]

$$(10.23)\quad A = 5.000 - B$$

e o coeficiente de Gini, então, é assim calculado:

$$(10.24)\quad G = \frac{A}{A+B} \text{ ou } \frac{A}{5.000}$$

Portanto, para os dados da tabela 10.23, temos:

$$(10.25)\quad \begin{aligned} B = \frac{1}{2}\times\{&(3{,}5 - 0) \times (0{,}4 + 0)\\ &+ (21{,}6 - 3{,}5) \times (5{,}9 + 0{,}4)\\ &+ (39{,}2 - 21{,}6)\times(14{,}9 + 5{,}9)\\ &+ (51{,}5 - 39{,}2)\times(23{,}8 + 14{,}9)\\ &+ (61{,}5 - 51{,}5)\times(33{,}0 + 23{,}8)\\ &+ (70{,}0 - 61{,}5)\times(42{,}6 + 33{,}0)\\ &+ (77{,}0 - 70{,}0)\times(51{,}9 + 42{,}6)\\ &+ (82{,}5 - 77{,}0)\times(60{,}4 + 51{,}9)\\ &+ (86{,}7 - 82{,}5)\times(67{,}6 + 60{,}4)\\ &+ (89{,}6 - 86{,}7)\times(73{,}3 + 67{,}6)\\ &+ (100 - 89{,}6) \times (100 + 73{,}3)\}\\ = 3.098{,}43& \end{aligned}$$

4. O valor 5.000 é correto caso utilizem-se porcentagens, como é feito aqui (corresponde a 100 × 100 × 1/2, ou seja, a área do triângulo). Se utilizarmos números decimais, então A = 0,5 – B.

Assim sendo, A = 5.000 – 3.098,43 = 1.901,57, e obtemos

$$(10.26)\quad G = \frac{1.901,57}{5.000} = 0,3803$$

ou seja, aproximadamente 38%.

Esse método pressupõe implicitamente que a curva de Lorenz é composta de segmentos lineares ligando os pontos observados, o que de fato não é verdade – ela deve ser uma curva contínua. Como as linhas retas estarão situadas internamente à verdadeira curva de Lorenz, a área B será *super*estimada, e o coeficiente de Gini calculado será enviesado para baixo. O verdadeiro valor do coeficiente de Gini é ligeiramente superior a 38%, portanto. O viés será tanto maior quanto (a) menor for o número de observações e (b) mais côncava for a curva de Lorenz (ou seja, quanto maior for a desigualdade). É improvável que o viés seja substancial, porém, e é melhor não tentar corrigi-lo.

Um método alternativo de cálculo de G consiste em simplesmente traçar a curva de Lorenz em papel quadriculado e contar os quadrados. A vantagem desse procedimento é poder traçar uma curva contínua ligando as observações, evitando o viés mencionado antes. Esse método alternativo pode ser razoavelmente rápido e preciso, mas apresenta a desvantagem de que não se pode usar um computador para empregá-lo!

A desigualdade está aumentando?

O coeficiente de Gini só é útil como medida comparativa num exame de tendências de desigualdade no tempo ou numa comparação de países ou regiões diferentes. A tabela 10.24, extraída do *website* Statbase, mostra o valor do coeficiente de Gini para o Reino Unido nos últimos oito anos e indica como ele foi afetado pelo sistema de tributação. Os resultados baseiam-se na renda *equalizada*, ou seja, após uma correção pelo tamanho da família.[5] Por esse motivo, há uma pequena diferença em relação ao coeficiente de Gini calculado antes, o qual utiliza dados não-ajustados. O uso da renda equalizada parece não importar muito nesse caso (compare a coluna "renda bruta" ao cálculo anterior).

A tabela mostra duas coisas, essencialmente:

1. Parece haver algum aumento da desigualdade no final da década de 1990, que começa a se reverter no início da década de 2000. Isso ocorre independentemente da definição de renda utilizada.
2. A maior redução de desigualdade ocorre por causa dos benefícios em dinheiro pagos pelo Estado, e não devido a impostos. Na verdade, o sistema de tributação parece *elevar* a desigualdade, em lugar de diminuí-la, principalmente por meio dos efeitos dos impostos indiretos.

5. A idéia é que uma família maior exige uma renda mais alta para ter o mesmo padrão de vida de uma família menor.

TABELA 10.24 Coeficientes de Gini para o Reino Unido, 1995/1996-2002/2003				
Ano	**Renda original**	**Renda bruta**	**Renda disponível**	**Renda depois de impostos**
1995/96	52	36	33	37
1996/97	53	37	34	38
1997/98	53	37	34	38
1998/99	53	38	35	39
1999/00	53	38	35	40
2000/01	51	38	35	39
2001/02	53	39	36	40
2002/03	51	37	33	37

Nota: A renda bruta é igual à renda original mais alguns benefícios pagos pelo Estado, tais como aposentadorias. A dedução de impostos diretos produz o valor da renda disponível, e a subtração de outros impostos nos dá a renda depois dos impostos.

O aumento recente de desigualdade consiste numa reversão da tendência histórica. Os valores apresentados na tabela 10.25, obtidos por L. Soltow,[6] fornecem estimativas do coeficiente de Gini para épocas anteriores. Esses valores indicam que houve uma queda substancial do coeficiente de Gini nos últimos cem anos, talvez em decorrência do processo de desenvolvimento econômico. É difícil comparar os valores de Soltow diretamente aos valores modernos, por causa de fatores tais como qualidade dos dados e definições diferentes de renda.

Uma fórmula mais simples para o coeficiente de Gini

Kravis, Heston e Summers[7] fornecem estimativas de PIB "mundial" por decil, e esses dados, apresentados na tabela 10.26, nos permitem ilustrar um outro método de cálculo do coeficiente de Gini.

TABELA 10.25 Coeficientes de Gini em outras épocas	
Ano	**Gini**
1688	0,55
1801-03	0,56
1867	0,52
1913	0,43-0,63

6. "Long run changes in British income inequality", *Economic History Review*, v. 21, p. 17-29, 1968.
7. "Real GDP *per capita* for more than one hundred countries", *Economic Journal*, v. 88, p. 215-42, 1978.

TABELA 10.26 Distribuição de renda por decil no mundo

Decil	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
% do PIB	1,5	2,1	2,4	2,4	3,3	5,2	8,4	17,1	24,1	33,5
% acumulada	1,5	3,6	6,0	8,4	11,7	16,9	25,3	42,4	66,5	100,0

Esses dados mostram que a metade mais pobre da população mundial recebe somente 10% da renda mundial, aproximadamente, e que um terço da renda mundial fica com os 10% mais ricos da população. Isto representa um grau maior de desigualdade do que o observado para um único país, como o Reino Unido, como era esperado.

Quando as faixas de renda contêm números iguais de famílias (por exemplo, quando os dados fornecidos correspondem a decis da distribuição de renda, como acontece nesse caso), a fórmula 10.22 da área B pode ser simplificada:

$$(10.27)\quad B = \frac{100}{2k}(y_0 + 2y_1 + 2y_2 + \ldots + 2y_{k-1} + y_k) = \frac{100}{k}\left(\sum_{i=0}^{i=k} y_i - 50\right)$$

em que k é o número de faixas (a saber, 10 no caso de decis, 5 no de quintis). Portanto, simplesmente somamos os valores de y, subtraímos 50,[8] e dividimos pelo número de faixas, k. Os valores de y com os dados de Kravis et al. estão na última linha da tabela 10.26, e sua soma é 282,3. Assim sendo, obtemos

$$(10.28)\quad B = \frac{100}{10}(282{,}3 - 50) = 2.323$$

Portanto:

$$(10.29)\quad A = 5.000 - 2.323 = 2.677$$

e

$$(10.30)\quad G = \frac{2.677}{5.000} = 0{,}5354$$

ou seja, próximo de 53%. Esse resultado é surpreendentemente parecido com o obtido para a renda original no Reino Unido, mas, claro, diferenças de definição, medida, etc. podem fazer com que comparações diretas não sejam válidas. Embora o coeficiente de Gini possa fornecer alguma orientação para comparar níveis de desigualdade no tempo ou entre países, é preciso tomar alguns cuidados em sua interpretação.

8. Se forem usados números decimais, subtrai-se 0,5.

Exercício 10.9

a) Os mesmos dados apresentados no texto são fornecidos a seguir, mas com número menor de faixas de renda:

Faixa de renda	Ponto médio	Números de famílias
0-	100	6.213
200-	300	8.585
400-	500	5.308
600-	700	3.579
800-	900	2.036
1.000-	1.250	2.989
Total		28.710

Desenhe a curva de Lorenz com esses dados.

b) Calcule o coeficiente de Gini usando esses dados e compare o resultado ao obtido anteriormente.

Exercício 10.10

Sendo dadas as participações de 8%, 15%, 22%, 25% e 30% para cada quintil da população de um país, calcule o valor do coeficiente de Gini.

Índices de concentração

Um outro tipo de desigualdade envolve a distribuição de participações de mercado de empresas em uma dada atividade. Sabemos que a Microsoft domina atualmente o setor de *software* com uma elevada participação de mercado. Em contraposição, um setor como o de padarias tem muitas empresas diferentes e não há nenhuma tendência forte de domínio do mercado. O **índice de concentração** é uma medida comumente empregada para examinar a distribuição de participações de mercado de empresas que competem num segmento. Evidentemente, seria possível medir essa concentração usando a curva de Lorenz e o coeficiente de Gini, mas o índice de concentração tem a vantagem de ser calculado com base num volume menor de informação, além de tender a focalizar a atenção nas maiores empresas do setor. O índice de concentração é usado com freqüência como medida do grau de concorrência num setor específico, mas, como ocorre com todas as estatísticas, exige uma interpretação cuidadosa.

Diz-se que um mercado é concentrado quando a maior parte da demanda é atendida por um número pequeno de fornecedores. O caso limite é o do monopólio, no qual todo o mercado é atendido por uma única empresa. Medimos o grau de concentração pelo **índice de concentração de cinco empresas**, ou seja, a proporção do mer-

Desigualdade e desenvolvimento

A tabela 10.27 apresenta valores da distribuição de renda em alguns países. Os dados são apresentados em ordem aproximadamente crescente em termos de renda nacional. A tabela mostra que os países têm experiências muito distintas em termos de desigualdade, mesmo com níveis semelhantes de renda (compare Bangladesh e Quênia, por exemplo). A Hungria, o único país (ex) comunista na tabela, apresenta o maior nível de igualdade, embora seja discutível se a renda mede com precisão o acesso das pessoas a recursos num regime como esse. Nota-se que os países com taxas mais altas de crescimento (como a Coréia do Sul e Hong Kong) não apresentam um grau elevado de desigualdade. Os países desenvolvidos parecem uniformemente ter coeficientes de Gini baixos.

TABELA 10.27 Dados de distribuição de renda em alguns países

	Ano	Quintis					10% superiores	Gini
		1	2	3	4	5		
Bangladesh	1981-82	6,6	10,7	15,3	22,1	45,3	29,5	0,36
Quênia	1976	2,6	6,3	11,5	19,2	60,4	45,8	0,51
Costa do Marfim	1985-86	2,4	6,2	10,9	19,1	61,4	43,7	0,52
El Salvador	1976-77	5,5	10,0	14,8	22,4	47,3	29,5	0,38
Brasil	1972	2,0	5,0	9,4	17,0	66,6	50,6	0,56
Hungria	1982	6,9	13,6	19,2	24,5	35,8	20,5	0,27
Coréia do Sul	1976	5,7	11,2	15,4	22,4	45,3	27,5	0,36
Hong Kong	1980	5,4	10,8	15,2	21,6	47,0	31,3	0,38
Nova Zelândia	1981-82	5,1	10,8	16,2	23,2	44,7	28,7	0,37
Reino Unido	1979	7,0	11,5	17,0	24,8	39,7	23,4	0,31
Holanda	1981	8,3	14,1	18,2	23,2	36,2	21,5	0,26
Japão	1979	8,7	13,2	17,5	23,1	37,5	22,4	0,27

Fonte: *World Development Report*, 1999.

cado sob o controle das cinco maiores empresas, sendo representado por C_5. Quanto maior essa proporção, mais alto é o grau de concentração e potencialmente menos intensa é a concorrência no setor. A tabela 10.28 apresenta valores imaginários de produção das dez empresas de um setor específico.

Por questão de conveniência, as empresas já foram ordenadas em função de tamanho, de A (a maior) a J (a menor). A produção total das cinco maiores empresas é igual a 482, de um total de 569, o que significa que o índice de concentração de cinco empresas é C_5 = 84,7%, ou seja, 84,7% do mercado são atendidos pelas cinco maiores empresas.

TABELA 10.28 **Produção de empresas de um setor (milhões de unidades)**

Empresa	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Vendas	180	115	90	62	35	25	19	18	15	10

Sem evidências adicionais, é difícil interpretar esse número. Ele quer dizer que o mercado não é competitivo e que o consumidor está sendo explorado? Alguns setores, como o de produção de computadores, têm um índice de concentração bastante elevado e, no entanto, é difícil negar que seja bastante competitivo. Por outro lado, outros setores que não têm empresas grandes apresentam práticas restritivas, barreiras à entrada, etc., significando que não são muito competitivos (o setor de firmas de advocacia seria um exemplo). Um aspecto adicional a ser considerado é de que pode haver uma *ameaça* de concorrência de fora do setor, o que ajuda a forçar as poucas empresas existentes a agir de maneira competitiva.

Podem ser calculados índices de concentração para números diferentes de empresas maiores; por exemplo, índices de concentração de três ou quatro empresas. Um cálculo simples revela que eles são iguais a 67,7% e 78,6%, respectivamente, para os dados fornecidos na tabela 10.28. Não há qualquer razão especial, em geral, para se preferir uma medida às outras, e elas podem apresentar visões diferentes do grau de concentração de um setor.

O índice de concentração calculado antes está associado à quantidade produzida por empresa, mas é possível fazer o mesmo com receita de venda, emprego, investimento, ou qualquer outra variável para a qual existam dados. A interpretação dos resultados será distinta em cada caso. Por exemplo, as maiores empresas de um setor, embora produzam a maior parte do volume de bens, poderiam não ser responsáveis pela maior parte do emprego, caso utilizem métodos de produção capital-intensivos. Os índices de concentração, evidentemente, precisam ser tratados com cuidado, e talvez devam ser combinados a estudos de caso do setor específico antes que se possa chegar a conclusões quanto ao grau de concorrência existente.

Exercício 10.11

As vendas totais num setor são iguais a $400 milhões. As cinco maiores empresas apresentam vendas de $180, $70, $40, $25 e $15 milhões. Calcule os índices de concentração de três e cinco empresas.

Resumo

- Um número-índice sintetiza a variação de uma variável no tempo ou no espaço de uma maneira conveniente.

- Diversas variáveis podem ser combinadas num único índice, gerando-se assim uma medida média de seus movimentos individuais. O índice de preços no varejo é um exemplo disso.
- O índice Laspeyres de preço combina os preços de muitos bens individuais utilizando como pesos as quantidades do ano-base. O índice Paasche é semelhante, mas usa os pesos do ano corrente na sua construção.
- Também é possível construir índices Laspeyres e Paasche de quantidade combinando algum número de séries individuais de quantidades usando preços como pesos. Os preços do ano-base são utilizados no índice Laspeyres, e os preços correntes são empregados no índice Paasche.
- A multiplicação da série de um índice de preço pela série de um índice de quantidade resulta num índice de gasto. A reorganização desse índice mostra que o deflacionamento (ou seja, a divisão) de um índice de gasto por um índice de preço resulta num índice de volume (quantidade). Essa é a base do deflacionamento de uma série medida em termos nominais numa série mensurada em termos reais (ou seja, ajustada por variações de preço).
- Duas séries cobrindo períodos distintos podem ser emendadas (desde que haja um ano comum) para se obter um índice encadeado contínuo.
- O processo de desconto de valores futuros é semelhante ao processo de deflacionamento, mas serve para levar em conta a taxa de preferência temporal, em lugar da inflação. Uma série de recebimentos futuros pode assim ser descontada e sintetizada por seu valor presente.
- Um investimento pode ser avaliado comparando-se o valor presente da série de recebimentos futuros ao desembolso inicial. A taxa interna de retorno de um investimento é um método alternativo e semelhante de avaliação de um projeto de investimento.
- O coeficiente de Gini é um tipo de número-índice utilizado para medir desigualdade (por exemplo, de distribuição de renda). Pode ser representado visualmente com o uso do gráfico de uma curva de Lorenz.
- Para se medir a desigualdade na distribuição de participações de mercado num setor, costuma-se utilizar um índice de concentração.

Termos e conceitos fundamentais

- média ponderada
- ano-base
- índice encadeado
- valor presente
- coeficiente de Gini
- índice Laspeyres
- ano de referência
- índice de preços no varejo
- taxa interna de retorno
- índice de concentração
- índice Paasche
- deflacionamento de uma série de dados
- desconto
- curva de Lorenz

Problemas

Os problemas mais difíceis têm o **número** em cor.

Problema 10.1

Os dados fornecidos a seguir indicam as exportações e importações do Reino Unido de 1987 a 1992, em bilhões de libras e em preços correntes.

	1987	1988	1989	1990	1991	1992
Exportações	120,6	121,2	126,8	133,3	132,1	135,5
Importações	122,1	137,4	147,6	148,3	140,2	148,3

a) Monte séries de números-índices de exportações e importações, fixando cada índice em 100 no ano de 1987 em ambos os casos.

b) É possível, utilizando somente os dois índices, construir a série de um número-índice para a balança comercial? Em caso afirmativo, faça-o. Em caso negativo, por que não?

Problema 10.2

Os dados fornecidos a seguir indicam os lucros operacionais brutos das empresas no Reino Unido, em milhões de libras, para o período 1987-1992.

1987	1988	1989	1990	1991	1992
61.750	69.180	73.892	74.405	78.063	77.959

a) Converta os dados numa série de número-índice usando 1987 como ano de referência.

b) Converta a série para que o ano de referência seja 1990.

c) Qual foi o aumento dos lucros entre 1987 e 1992? E entre 1990 e 1992?

Problema 10.3

Os dados apresentados a seguir indicam preços e consumo de energia em 1984-1988 (os dados são análogos aos apresentados no capítulo para o período 1999-2003).

Preços	Carvão (£/tonelada)	Petróleo (£/tonelada)	Eletricidade (£/MWh)	Gás (£/therm)
1984	49,60	149,70	28,89	0,2634
1985	51,00	151,75	30,02	0,2841
1986	49,64	72,98	30,07	0,2378
1987	47,50	78,10	28,92	0,2196
1988	43,10	55,04	30,02	0,2175

Quantidades	Carvão (milhões de toneladas)	Petróleo (milhões de toneladas)	Eletricidade (milhões de MWh)	Gás (milhões de therms)
1984	12,72	10,26	78,64	6.044
1985	14,62	9,12	79,53	6.185
1986	14,58	9,67	80,09	5.647
1987	15,12	8,61	83,89	6.182
1988	15,77	9,61	88,13	5.636

a) Construa um índice Laspeyres de preço usando 1984 como ano-base.
b) Construa um índice Paasche de preço. Compare esse resultado ao índice Laspeyres. Diferem significativamente?
c) Construa índices Laspeyres e Paasche de quantidade. Verifique se satisfazem a condição $E^n = P_L \times Q_P$, etc.

Problema 10.4

Os preços de tipos de residências no sudeste da Inglaterra são fornecidos na tabela abaixo.

Ano	Geminadas	Semigeminadas	Isoladas	Chalés	Apartamentos
1991	59.844	77.791	142.630	89.100	47.676
1992	55.769	73.839	137.053	82.109	43.695
1993	55.571	71.208	129.414	82.734	42.746
1994	57.296	71.850	130.159	83.471	44.092

a) Sendo os números de cada tipo de residência em 1991 iguais a 1.898, 1.600, 1.601, 499 e 1.702, respectivamente, calcule o índice Laspeyres de preço para 1991-1994, com base em 1991 = 100.
b) Calcule o índice Paasche de preço, com base nos seguintes números de residências:

Ano	Geminadas	Semigeminadas	Isoladas	Chalés	Apartamentos
1992	1.903	1.615	1.615	505	1.710
1993	1.906	1.638	1.633	511	1.714
1994	1.911	1.655	1.640	525	1.717

c) Compare as séries de índices Laspeyres e Paasche.

Problema 10.5

a) Usando os dados do problema 10.3, calcule as proporções dos gastos com cada tipo de combustível em 1984 e monte a série individual do índice de preço de cada tipo de combustível, sendo 1984 = 100.

b) Utilize esses dados para construir a série do índice Laspeyres de preço usando o enfoque das participações no gasto. Confirme que isso fornece a mesma resposta obtida no item (a) do problema 10.3.

Problema 10.6

A tabela apresentada a seguir mostra os pesos no índice de preços no varejo e os valores do próprio índice de 1990 a 1994.

	Alimentos	Bebidas e fumo	Habitação	Combustível e luz	Material de limpeza doméstica	Vestuário	Bens de uso pessoal	Viagens	Lazer
Pesos									
1990	205	111	185	50	111	69	39	152	78
1994	187	111	158	45	123	58	37	162	119
Preços									
1990	121,0	120,7	163,7	115,9	116,9	115,0	122,7	121,2	117,1
1994	139,5	162,1	156,8	133,9	132,4	116,0	152,4	150,7	145,7

a) Calcule o índice Laspeyres de preço para 1994 usando 1990 = 100.

b) Faça um diagrama de barras dos pesos nos gastos em 1990 e 1994 para mostrar como os padrões de dispêndio se modificaram. Quais foram as principais modificações ocorridas? Os indivíduos parecem estar reagindo a modificações de preços relativos?

c) O índice de preços para aposentados é semelhante ao índice geral de preços calculado antes, exceto em relação à exclusão dos custos de habitação. Qual é o efeito disso sobre o índice? Qual seria o motivo dessa exclusão?

d) Se os consumidores gastaram, em média, £188 por semana em 1990 e £240 por semana em 1994, calcule a variação dos gastos com alimentos.

e) Os consumidores parecem estar agindo racionalmente, ou seja, reagindo como seria esperado a variações de preços relativos? Em caso contrário, por que isso não estaria acontecendo?

Problema 10.7

Construa um índice encadeado com as seguintes séries de dados:

	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Série 1	100	110	115	122	125		
Série 2			100	107	111	119	121

Que problemas surgem ao se construir um índice como esse, e como eles são resolvidos?

Problema 10.8

Construa um índice encadeado para o período 1995-2004 usando os dados a seguir, sendo 1998 = 100.

1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
87	95	100	105						
			98	93	100	104	110		
							100	106	112

Problema 10.9

A indústria está se queixando da elevação do preço da energia. Ela exige ser reembolsada por qualquer elevação acima de 2% dos preços da energia entre 1999 e 2000. Quanto custaria esse reembolso? Que índice de preços deve ser utilizado para calcular o reembolso, e que diferença isso poderia fazer?

Problema 10.10

Usando os dados do problema 10.6, calcule quanto o consumidor médio precisaria receber para ser reembolsado pela elevação de preços entre 1990 e 1994.

Problema 10.11

Os dados apresentados a seguir mostram os gastos do Serviço Nacional de Saúde, NHS (em termos correntes), o deflator do PIB, o índice de pagamentos e preços do NHS, a população total e a população em idade ativa:

Ano	Gastos do NHS (milhões de £) (1)	Deflator do PIB 1973 = 100 (2)	Índice de pagamentos e preços do NHS 1973 = 100 (3)	População (milhares) (4)	População em idade ativa (milhares) (5)
1987	21.495	442	573	56.930	34.987
1988	23.601	473	633	57.065	35.116
1989	25.906	504	678	57.236	35.222
1990	28.534	546	728	57.411	35.300
1991	32.321	585	792	57.801	35.467

(Em todas as respostas dos itens a seguir, baseie seu índice em 1987 = 100.)

a) Converta os gastos correntes num índice.
b) Calcule um índice de gastos "reais" do NHS usando o deflator do PIB. Como isso altera a série de gastos?

c) Calcule um índice de volume para os gastos do NHS usando o índice de pagamentos e preços do NHS. Como e por que isso difere da resposta obtida no item (b)?
d) Calcule índices de gasto real e volume *per capita*. Que diferença isso faz?
e) Suponha que o tratamento de indivíduos que não sejam de idade ativa custe o dobro, em média, em comparação com o de pessoas em idade ativa. Construa um índice da necessidade de serviços de saúde e examine como os gastos com serviços de saúde têm variado em relação à necessidade.
f) Você acha que o índice de necessidade calculado no item (e) poderia ser aperfeiçoado?

Problema 10.12

a) Sendo w a taxa de salário e p o nível de preços, o que é w/p?
b) Sendo Δw a variação anual dos salários e i a taxa de inflação, o que é $\Delta w - i$?
c) O que é representado por $\ln(w) - \ln(p)$, em que ln = logaritmo natural?

Problema 10.13

Uma empresa está investindo num projeto e deseja obter uma taxa de retorno de pelo menos 15%. A série projetada do lucro líquido é:

Ano	1	2	3	4
Lucro líquido	600	650	700	400

a) Qual é o valor presente dessa série de lucros?
b) Sendo o custo do investimento igual a £1.600, deve a empresa investir? Qual é o valor presente líquido do projeto?

Problema 10.14

Uma empresa utiliza uma taxa de desconto de 12% para todos os seus projetos de investimento. Havendo a possibilidade de examinar os projetos a seguir, qual deles oferece o maior VPL?

Projeto	Desembolso	Série de recebimentos					
		1	2	3	4	5	6
A	5.600	1.000	1.400	1.500	2.100	1.450	700
B	6.000	800	1.400	1.750	2.500	1.925	1.200

Problema 10.15

Calcule a taxa interna de retorno do projeto do problema 10.13. Use métodos de tentativa e erro ou um computador para determinar essa taxa.

Problema 10.16

Calcule as taxas internas de retorno dos projetos do problema 10.14.

Problema 10.17

a) Desenhe uma curva de Lorenz e calcule o coeficiente de Gini com os dados de riqueza fornecidos no capítulo 1 (tabela 1.3).
b) Por que o coeficiente de Gini é tipicamente maior em distribuições de riqueza do que em distribuições de renda?

Problema 10.18

a) Desenhe uma curva de Lorenz e calcule o coeficiente de Gini com os dados de riqueza de 1979, contidos no problema 1.5 (capítulo 1). Trace a curva de Lorenz no mesmo gráfico utilizado no problema 10.17.
b) Como se compara a resposta obtida à referente aos dados de 2001?

Problema 10.19

A tabela apresentada a seguir fornece a distribuição de renda do Reino Unido em 1991, por quintil, e considerando diversas definições de renda:

Quintil	Medida de renda			
	Original	Bruta	Disponível	Após imposto
1 (inferior)	2,0%	6,7%	7,2%	6,6%
2	7,0%	10,0%	11,0%	11,0%
3	16,0%	16,0%	16,0%	16,0%
4	26,0%	23,0%	23,0%	23,0%
5	50,0%	44,0%	42,0%	44,0%

a) Utilize a equação 10.27 para calcular o coeficiente de Gini em cada uma das quatro categorias de renda.
b) Para a categoria "original", trace uma curva de Lorenz contínua numa folha de papel quadriculado e calcule o coeficiente de Gini usando o método de contagem de quadrados. Compare sua resposta à obtida no item (a).

Problema 10.20

Com os dados de Kravis, Heston e Summers (tabela 10.26), combine os decis em quintis e calcule o coeficiente de Gini usando os dados de quintis. Compare sua resposta à obtida no texto, que é baseada em decis. O que você conclui a respeito do viés existente?

Problema 10.21

Calcule o índice de concentração de três empresas usando os dados de emprego do seguinte setor:

Empresa	A	B	C	D	E	F	G	H
Empregados	3.350	290	440	1.345	821	112	244	352

Problema 10.22

Compare os graus de concentração das duas indústrias a seguir. Você é capaz de dizer em qual delas há maior concorrência?

Empresa	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Vendas	337	384	696	321	769	265	358	521	880	334
Vendas	556	899	104	565	782	463	477	846	911	227

Problema 10.23 (Projeto)

O *World Development Report* contém dados da distribuição de renda de muitos países (em quintis). Utilize esses dados para comparar a distribuição de renda de países, com ênfase especial nas diferenças entre países pobres, de renda média e ricos. É possível perceber alguma diferença sistemática? Há países que não se encaixam nesse padrão? Escreva um relatório sucinto sintetizando suas constatações.