ZAB0461 - Cálculo IV

16ª Lista de Exercícios

Considere uma corda elástica de comprimento L = 10 cujas extremidades são mantidas fixas. A corda é colocada em um movimento sem velocidade inicial de uma posição $u(x,0) = f(x)$. Para cada um dos problemas a seguir encontre o deslocamento $u(x,t)$ para a posição inicial $f(x)$ dada. Considere a = 1.

1) $f(x) = \begin{cases} 4x/L, & 0 \leq x \leq L/4 \\ 1, & L/4 < x < 3L/4 \\ 4(L-x)/L, & 3L/4 \leq x \leq L \end{cases}$

2) $f(x) = 8x(L-x)^2/L^3$,

Considere uma corda elástica de comprimento L = 10 cujas extremidades são mantidas fixas. A corda é colocada em um movimento com velocidade inicial de uma posição $\frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = g(x)$. Para cada um dos problemas a seguir encontre o deslocamento $u(x,t)$ para a função $g(x)$ dada. Considere a = 1.

3) $f(x) = \begin{cases} 2x/L, & 0 \leq x < L/2 \\ 2(L-x)/L, & L/2 \leq x < L \end{cases}$

4) $f(x) = 8x(L-x)^2/L^3$,

5) Considere uma corda elástica de comprimento L. A extremidade $x = 0$ é mantida fixa, enquanto a extremidade $x = L$ está solta; assim as condições de contorno são $u(0,t) = 0$ e $\frac{\partial u(L,t)}{\partial x} = 0$. A corda é colocada em movimento sem velocidade inicial a partir da posição inicial $u(x,0) = f(x)$ dada. Calcule o deslocamento $u(x,t)$.

$$f(x) = \begin{cases} 1, & L/2 - 1 \leq x < L/2 + 1 \quad L > 2 \\ 0, & caso\ contrário \end{cases}$$

6) Um fio de aço com 5ft (~1,5m) é esticado por uma tensão de 50lb (~222 N). O fio tem densidade de massa de 0,026 lb/ft (~0,034kg/m). Encontre a velocidade de propagação das ondas transversas no fio. Quais as frequências naturais de vibração? Se for aumentada a tensão no fio, como vão variar as frequências naturais? Os modos normais também mudam?

7) Encontre a solução $u(x,y)$ da equação de Laplace no retângulo $0 < x < a$, $0 < y < b$ que satisfaz as condições de contorno.

$$u(0,y) = 0, \qquad u(a,y) = 0, \qquad 0 < y < b$$
$$u(x,0) = h(x), \qquad u(x,b) = 0, \qquad 0 \leq x \leq a$$

8) (a)Encontre a solução $u(r,\theta)$ da equação de Laplace na região semicircular $r < a$, $0 < \theta < \pi$ que satisfaz as condições de contorno.

$$u(r,0) = 0, \qquad u(r,\pi) = 0, \qquad 0 \leq r < a$$
$$u(a,\theta) = f(\theta), \qquad 0 \leq \theta \leq \pi$$

Suponha que u está bem definida e é limitada na região dada.

(b) Encontre a solução se $f(\theta) = \theta(\pi - \theta)$.