

## ZAB0461 - Cálculo IV

### 11ª Lista de Exercícios

Em cada um dos problemas a seguir, encontre a solução do problema de valor inicial e esboce o gráfico da solução.

- 1)  $y'' + 4y = \delta(t - \pi) - \delta(t - 2\pi)$        $y(0) = 0$ ,       $y'(0) = 0$   
2)  $y'' + y = -20\delta(t - 3)$        $y(0) = 1$ ,       $y'(0) = 0$   
3)  $y'' + 4y = 2\delta(t - \pi/4)$        $y(0) = 0$ ,       $y'(0) = 0$   
4)  $2y'' + y' + 4y = \delta(t - \pi/6)\text{sent}$        $y(0) = 0$ ,       $y'(0) = 0$   
5)  $y'' + 2y' + 2y = \cos t + \delta(t - \pi/2)$        $y(0) = 0$ ,       $y'(0) = 0$   
6)  $y^{(4)} - y = \delta(t - 1)$        $y(0) = 0$ ,       $y'(0) = 0$        $y''(0) = 0$ ,       $y'''(0) = 0$

7) Considere o problema de valor inicial:

$$y'' + \gamma y' + y = \delta(t - 1) \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

onde  $\gamma$  é o coeficiente de amortecimento (ou resistência)

- a) Seja  $\gamma = 1/2$ . Encontre a solução do problema de valor inicial e esboce seu gráfico.  
b) Encontre o instante  $t_l$  no qual a solução atinge seu valor máximo. Encontre também esse valor máximo  $y_l$  da solução.  
c) Seja  $\gamma = 1/4$  e repita os itens a e b.  
d) Determine como  $t_l$  e  $y_l$  variam quando  $\gamma$  diminui. Quais são os valores de  $t_l$  e  $y_l$  quando  $\gamma = 0$ ?

Os problemas 8 e 9 tratam do efeito de uma sequência de impulsos aplicados em um oscilador não amortecido. Suponha que:  $y'' + y = f(t)$        $y(0) = 0$ ,       $y'(0) = 0$

Para cada uma das escolhas de  $f(t)$ , encontre a solução e desenhe o gráfico. O que acontece após o final da sequência de impulsos?

8)  $f(t) = \sum_{k=1}^{20} \delta(t - k\pi/2)$       9)  $f(t) = \sum_{k=1}^{20} (-1)^{k+1} \delta(t - 11k/4)$

10) A posição de um determinado oscilador ligeiramente amortecido satisfaz o problema de valor inicial:  $y'' + 0.1y' + y = \sum_{k=1}^{20} (-1)^{k+1} \delta(t - k\pi)$        $y(0) = 0$ ,       $y'(0) = 0$

Encontre a solução e desenhe o gráfico. O que acontece após o final da sequência de impulsos?