

ZAB0461 - Cálculo IV

5ª Lista de Exercícios

Em cada um dos Problemas a seguir:

- Mostre que a equação diferencial possui um ponto singular em $x = 0$
- Determine a equação indicial, a relação de recorrência e as raízes da equação indicial.
- Encontre a solução em série ($x > 0$) correspondente a maior raiz.
- Se as raízes forem diferentes e não diferirem por um inteiro, encontre a solução em série correspondente a menor raiz.

1) $2xy'' + y' + xy = 0$

2) $xy'' + y = 0$

3) $3x^2y'' + 2xy' + x^2y = 0$

4) $x^2y'' + xy' + (x - 2)y = 0$

5) $xy'' + (1 - x)y' - y = 0$

6) $x^2y'' + (x^2 + \frac{1}{4})y = 0$

7) A equação de Chebyshev é $(1 - x^2)y'' - xy' + \alpha^2 y = 0$ onde α é uma constante,

- Mostre que $x = 1$ e $x = -1$ são pontos singulares regulares e encontre os expoentes em cada uma dessas singularidades
- Encontre duas soluções em torno de $x = 1$.

Em cada um dos problemas a seguir,

- Encontre todos os pontos singulares da equação.
- Determine a equação indicial, os expoentes na singularidade para cada ponto singular.

8) $x^2y'' - x(2 + x)y' + (2 + x^2)y = 0$

9) $y'' + 4xy' + 6y = 0$

10) $(x + 1)^2y'' + 3(x^2 - 1)y' + 3y = 0$

11) $(4 - x^2)y'' + 2xy' + 3y = 0$

Em cada um dos problemas a seguir,

- Mostre que $x = 0$ é um ponto singular regular da equação diferencial
- Encontre os expoentes no ponto singular $x = 0$.
- Encontre os três primeiros termos não nulos em cada uma das duas soluções (que não são múltiplas uma da outra) em torno de $x = 0$.

12) $xy'' + y' - y = 0$

13) $x(x - 1)y'' + 6x^2y' + 3y = 0$

14) $xy'' + y = 0$