

## ZAB0461 - Cálculo IV

### 2ª Lista de Exercícios

Em cada um dos problemas abaixo:

- Procure as soluções em série de potência da equação diferencial dada em torno do ponto dado  $x_0$ ; encontre a relação de recorrência.
- Encontre os 4 primeiros termos para cada uma das duas soluções  $y_1$  e  $y_2$ .
- Mostre que  $y_1$  e  $y_2$  formam um conjunto fundamental de soluções.
- Se for possível, encontre o termo geral de cada solução.

1)  $y'' + y = 0$                        $x_0 = 0$  ,  $x_0 = 1$

2)  $y'' - y = 0$                        $x_0 = 0$

3)  $y'' + k^2x^2y = 0$                        $x_0 = 0$  ,  $k = \text{constante}$

4)  $y'' + xy' + 2y = 0$                        $x_0 = 0$

5)  $(1 - x)y'' + xy' - y = 0$                        $x_0 = 0$

Em cada um dos problemas abaixo:

- Encontre os 5 primeiros termos não nulos na solução do problema de valor inicial.
- Faça os gráficos das aproximações da solução com quatro e cinco termos no mesmo conjunto de eixos. (*Recomendável o uso de computador*)

6)  $y'' - xy' - y = 0$                        $y(0) = 2$  ,       $y'(0) = 1$

7)  $y'' + xy' + 2y = 0$                        $y(0) = 4$  ,       $y'(0) = -1$

8) A equação:  $y'' - 2xy' + \lambda y = 0$ , onde  $\lambda$  é constante, é conhecida como a equação de Hermite.

- Encontre os 4 primeiros termos de cada uma das duas soluções linearmente independentes em torno de  $x = 0$ .
- Note que se  $\lambda$  for um inteiro par não negativo, então uma ou outra das soluções em série termina e torna-se um polinômio. Encontre as soluções polinomiais para  $\lambda = 0, 2, 4, 6, 8$  e  $10$ . Note que cada polinômio é determinado a menos de uma constante multiplicativa.
- O polinômio de Hermite  $H_n(x)$  é definido como a solução polinomial da equação de Hermite com  $\lambda = 2n$  para a qual o coeficiente de  $x^n$  é  $2^n$ . Encontre  $H_0(x), \dots, H_5(x)$ .