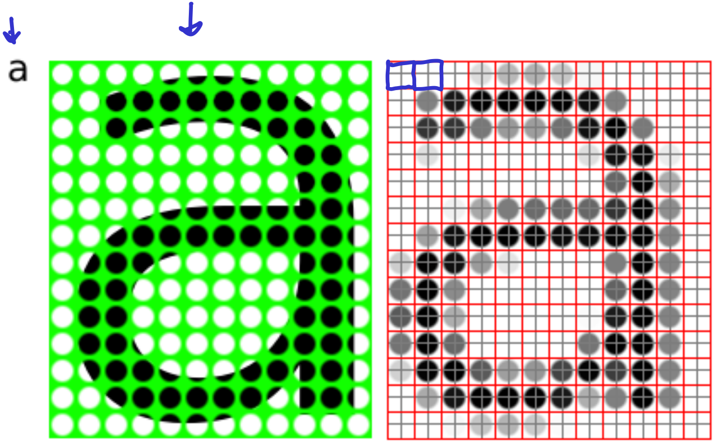
MAC 0329 — Álgebra booleana e aplicações

Aplicação em processamento de imagens

IME/USP (13/07/2021)

O que é imagem ?

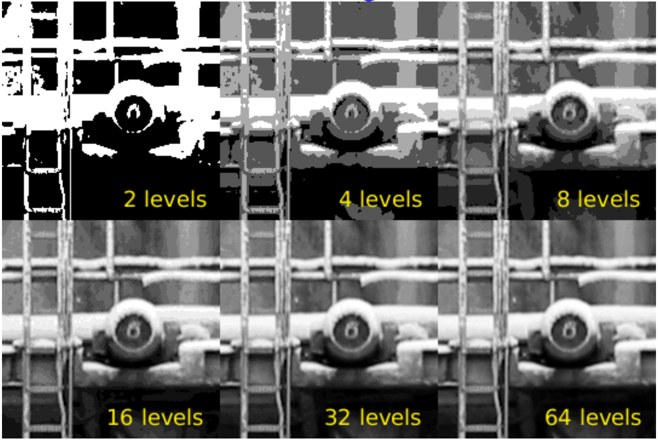
Imagens digitais – amostragem espacial



Resolução: pixels per inch (ppi)

(Adaptado de http://pippin.gimp.org/image_processing)

Imagens digitais – quantização



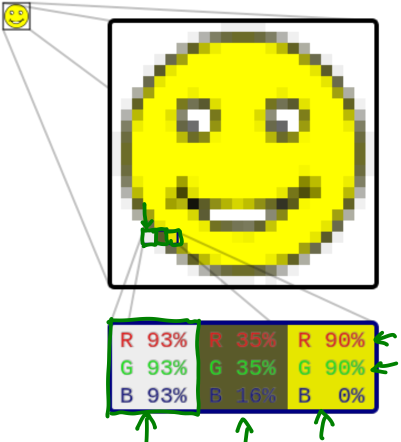
(http://pippin.gimp.org/image_processing)

Número de *bits* por pixel $\longrightarrow$ gray levels

Usual: 8 *bits* $\longrightarrow$ 256 gray levels

Preto=0 e branco=255

Imagens digitais – Color images



(en.wikipedia.org/wiki/Raster_graphics)

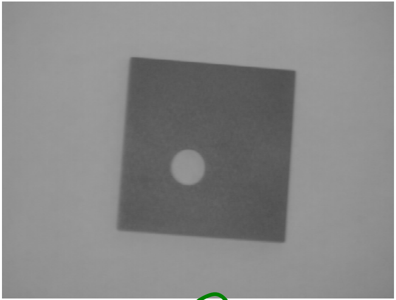
Imagens digitais – Color images

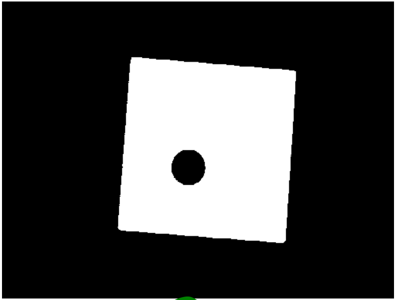
(https://www.photoshopessentials.com/essentials/rgb/)

Relação entre imagens e álgebra booleana ??

Binarização (thresholding)

(https://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/threshld.htm)





I $\qquad$ O

$$O(p) = \begin{cases} 1, & \text{if } I(p) \leq t \\ 0, & \text{c.c} \end{cases}$$

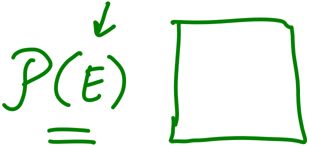
Imagem binária é uma função $I : E \to \{0, 1\}$, na qual E é uma região retangular de $\mathbb{Z}^2$

Uma **imagem binária** $I : E \to \{0,1\}$ pode ser pensada como um **conjunto** S_I:

$$I : E \to \{0,1\} \Longrightarrow S_I = \{p \in E : I(p) = 1\}$$

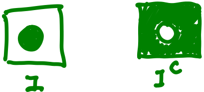
Analogamente, um **conjunto** $S \subseteq E$ podem ser vista como uma **imagem binária** I_s

$$p \in S \Longleftrightarrow I_S(p) = 1, \forall p \in E$$



Uma forma de ver as coisas:

Imagens binárias definidas num domínio E finitos são **conjuntos** contidos em E

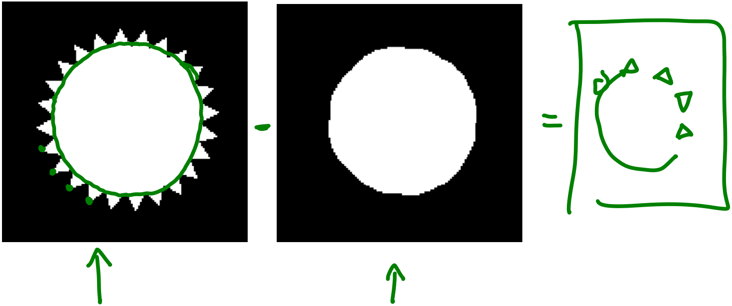


Podemos usar operações comuns sobre conjuntos ($\cup$, $\cap$, complementação) para operar imagens !!

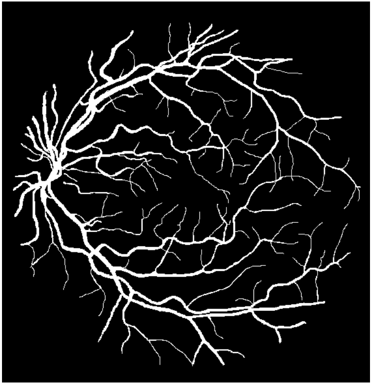
A coleção de todas as imagens binárias é uma **álgebra booleana**!! (Lembram-se de $\mathcal{P}(S)$ e a relação de ordem parcial $\subseteq$??)

$S = \{a, b, c\}$

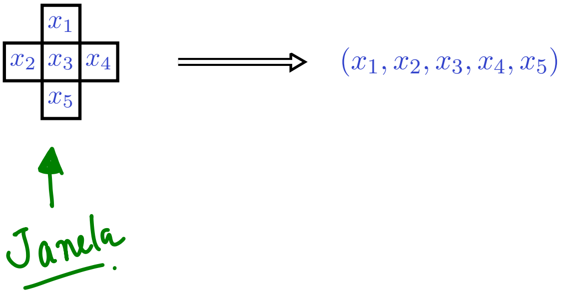
Processamento de imagens é uma transformação de imagem em imagem, ou seja, um mapeamento $\Psi : \mathcal{P}(E) \rightarrow \mathcal{P}(E)$ que mapeia imagens S em imagens $\Psi(S)$.



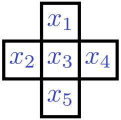

x 732
FRANCOS
IMPÉRIO BIZANTINO
Rio Sirdária
Samarcanda
Bucara
Rio Amudária
Coraçã
Rio Indo
Carbala
Damasco
Cufa
Najf
Baçorá
Fustat
Medina
Meca
Na data da morte de Abubecre, 634
No início da dinastia omíada, 661
Na queda da dinastia omíada, 750
0 200 400 600 800
Milhas



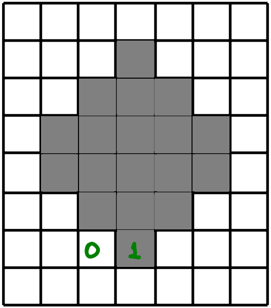
Vamos definir um conjunto B como o abaixo e associar uma variável binária x_i para cada ponto de B.



Agora vamos **passear com** B **sobre uma imagem** I

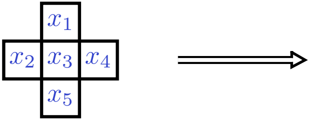


$$\Longrightarrow \quad (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$$

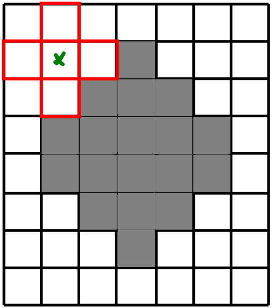


I

Agora vamos **passear com** B **sobre uma imagem** I



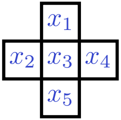
$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$



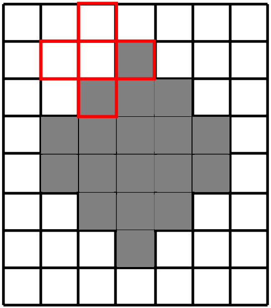
I

$(0, 0, 0, 0, 0)$

Agora vamos **passear com** B **sobre uma imagem** I



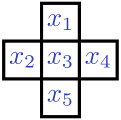
$$\Longrightarrow \quad (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$$



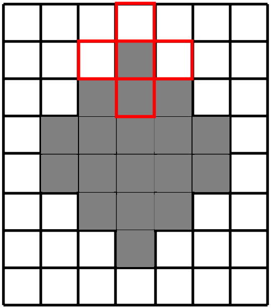
I

$$(0, 0, 0, 1, 1)$$

Agora vamos **passear com** B **sobre uma imagem** I



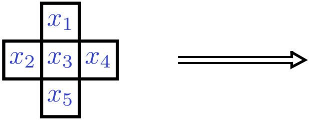
$\Longrightarrow$ $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$



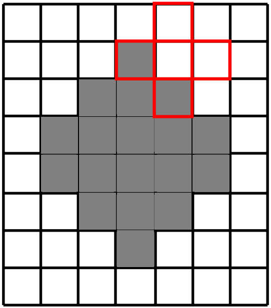
$(0, 0, 1, 0, 1)$

I

Agora vamos **passear com** B **sobre uma imagem** I



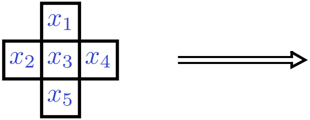
$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$$



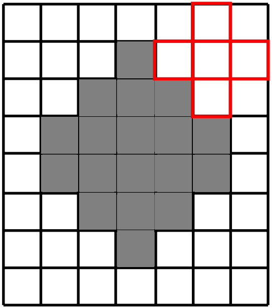
$$(0, 1, 0, 0, 1)$$

I

Agora vamos **passear com** B **sobre uma imagem** I



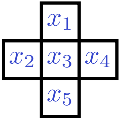
$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$$



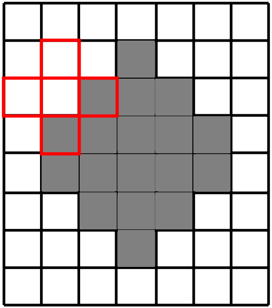
I

$$(0, 0, 0, 0, 0)$$

Agora vamos **passear com** B **sobre uma imagem** I



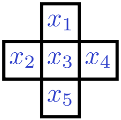
$$\Longrightarrow \quad (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$$



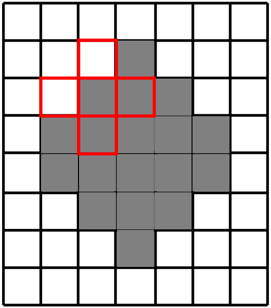
I

$$(0, 0, 0, 1, 1)$$

Agora vamos **passear com** B **sobre uma imagem** I



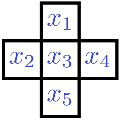
$$\Longrightarrow \quad (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$$



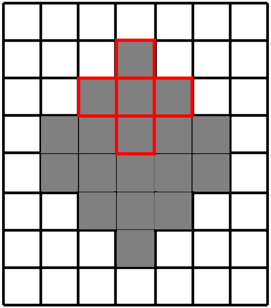
I

$$(0, 0, 1, 1, 1)$$

Agora vamos **passear com** B **sobre uma imagem** I

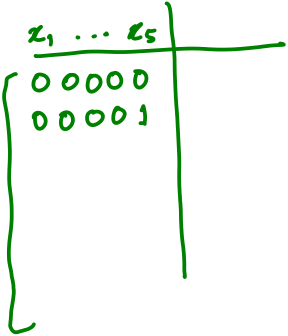


$\Longrightarrow$ $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$

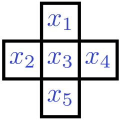


I

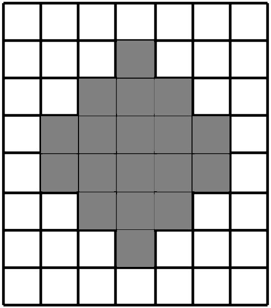
$(1, 1, 1, 1, 1)$



Agora vamos **passear com** B **sobre uma imagem** I



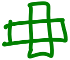
$$\Longrightarrow \quad (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$$



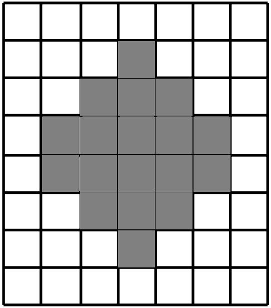
I

and so on ...

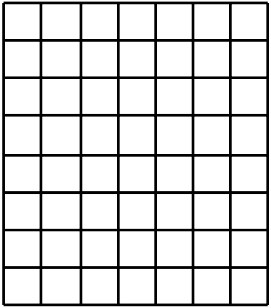
Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**



$$\varepsilon_B(I) = \{p \mid B_p \subseteq I\}$$



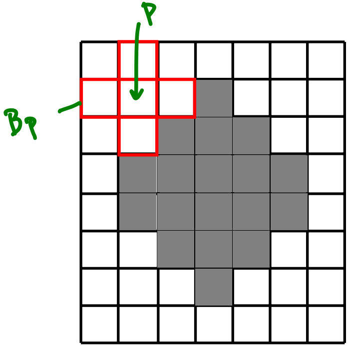
Input I



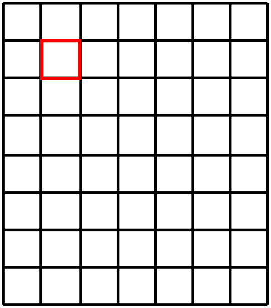
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

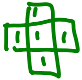
$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



Input I

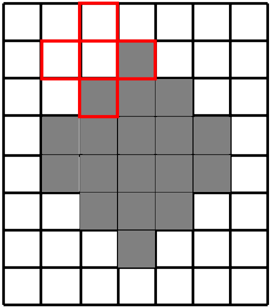


Output

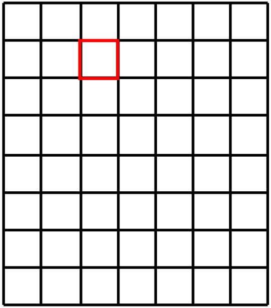


Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



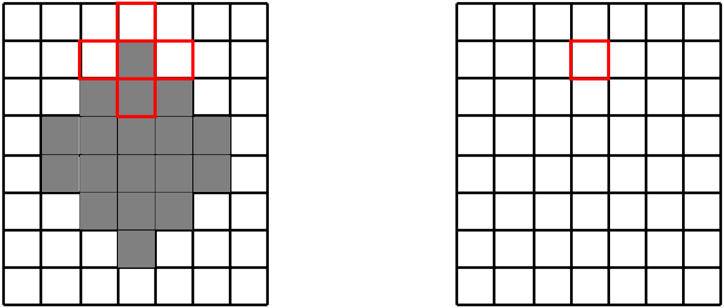
Input I



Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

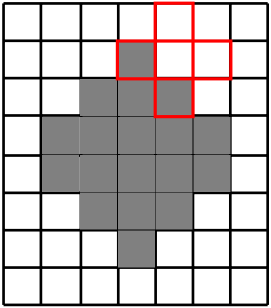
$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



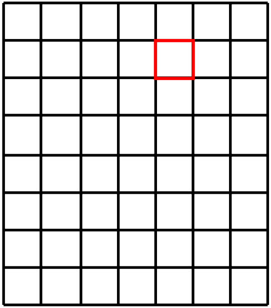
Input I Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



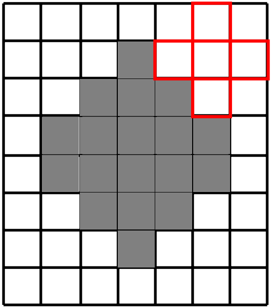
Input I



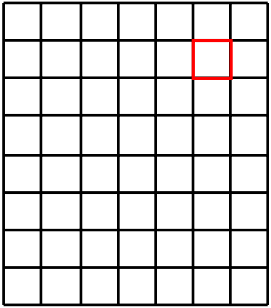
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



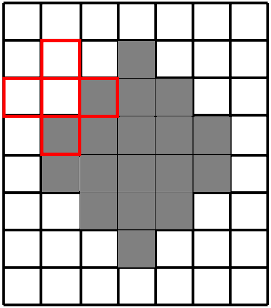
Input I



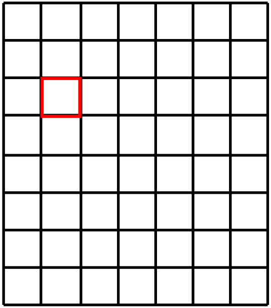
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \mid B_p \subseteq I\}$$



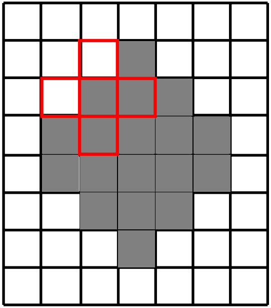
Input I



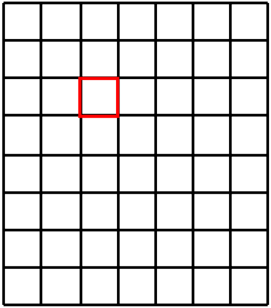
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



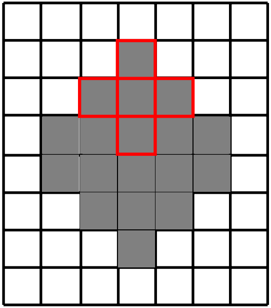
Input I



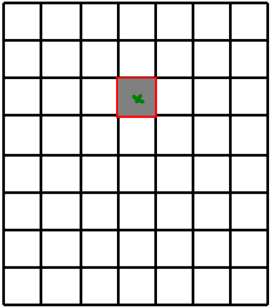
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \mid B_p \subseteq I\}$$



Input I

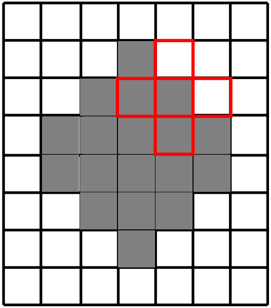


Output $= \varepsilon_B(I)$

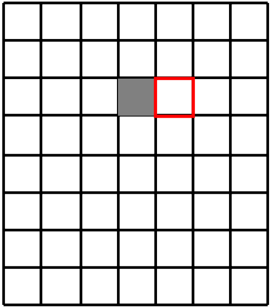
$$f(x_1, x_2, \ldots, x_5) = 1 \iff x_1 = x_2 = \ldots = x_5 = 1$$

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



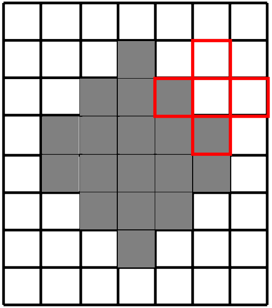
Input I



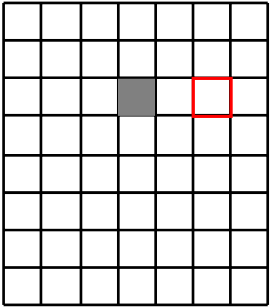
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



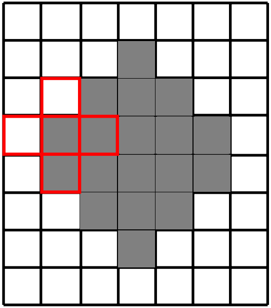
Input I



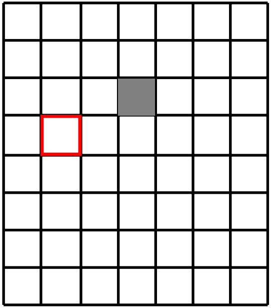
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \mid B_p \subseteq I\}$$



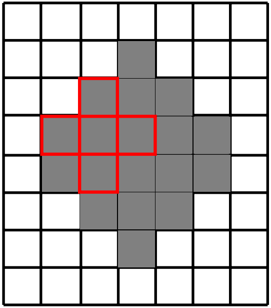
Input I



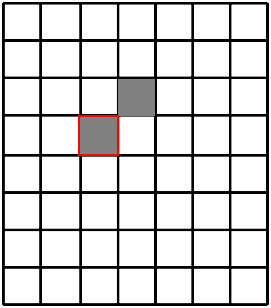
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



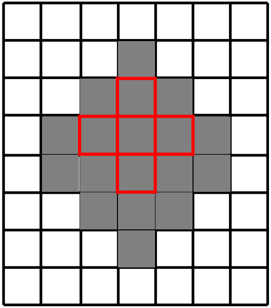
Input I



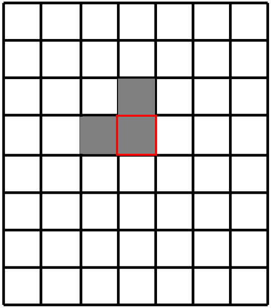
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



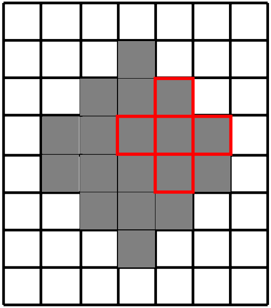
Input I



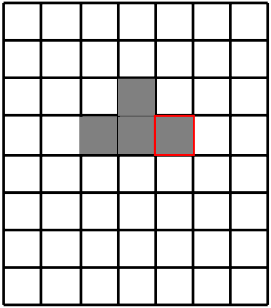
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



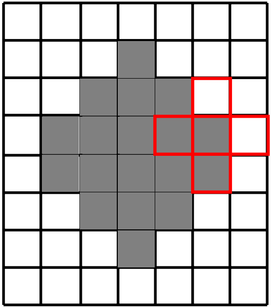
Input I



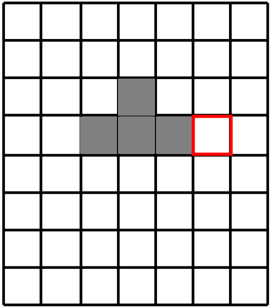
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



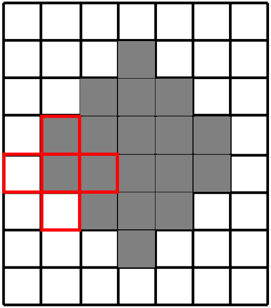
Input I



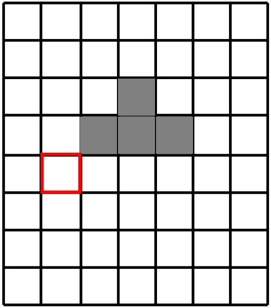
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



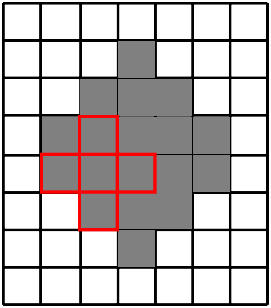
Input I



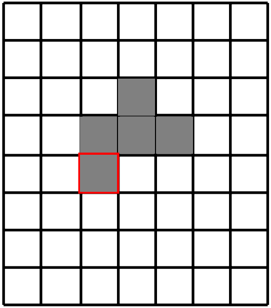
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



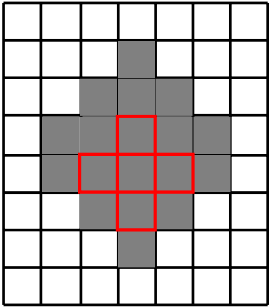
Input I



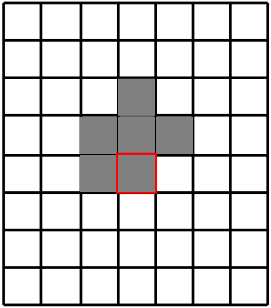
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



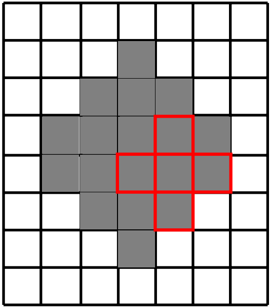
Input I



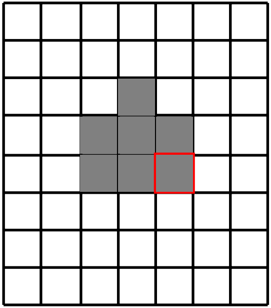
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



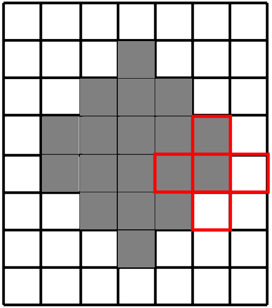
Input I



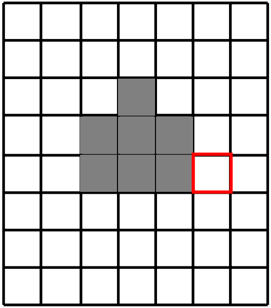
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



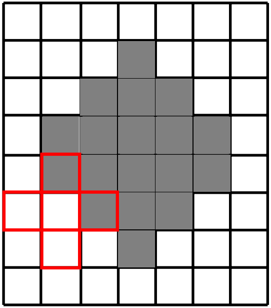
Input I



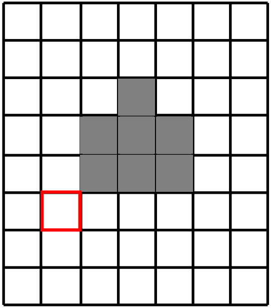
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



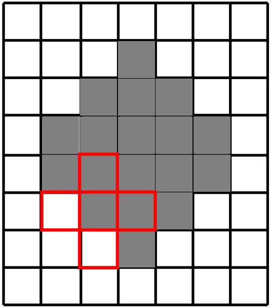
Input I



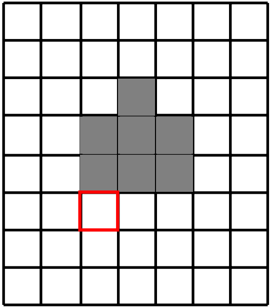
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



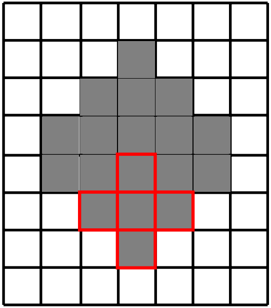
Input I



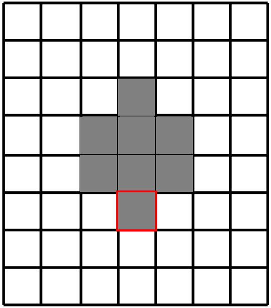
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



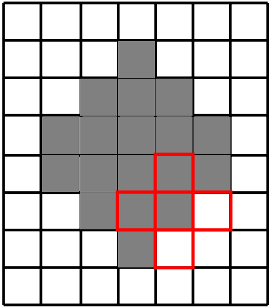
Input I



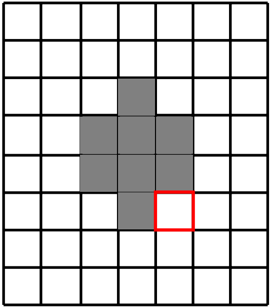
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



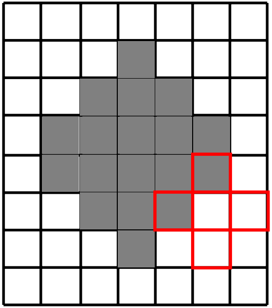
Input I



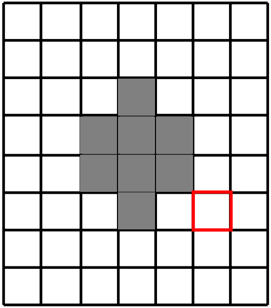
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \mid B_p \subseteq I\}$$



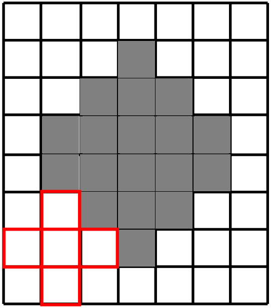
Input I



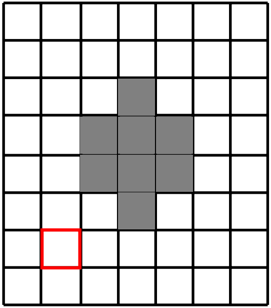
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \mid B_p \subseteq I\}$$



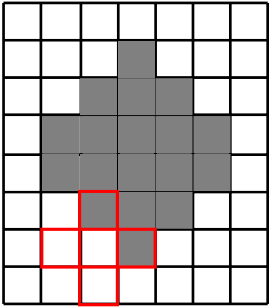
Input I



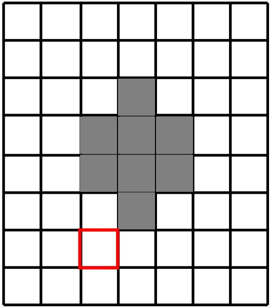
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



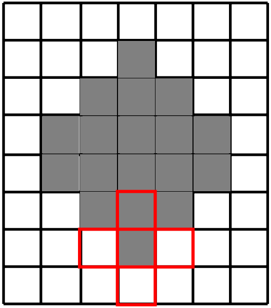
Input I



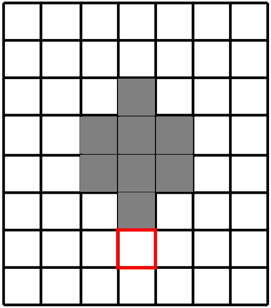
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \mid B_p \subseteq I\}$$



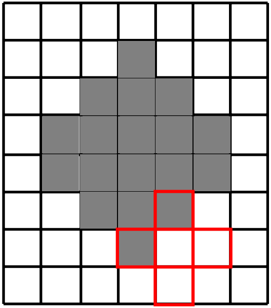
Input I



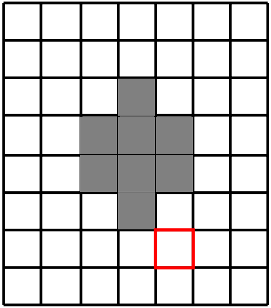
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



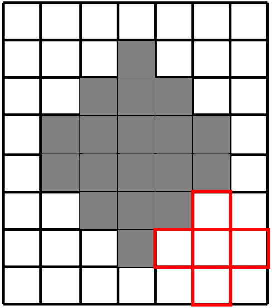
Input I



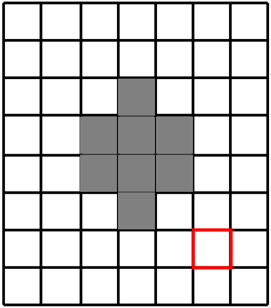
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



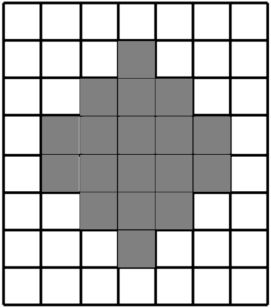
Input I



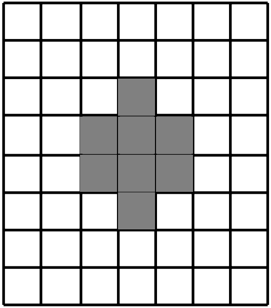
Output

Uma transformação de imagem elementar: **operador Erosão**

$$\varepsilon_B(I) = \{p \,|\, B_p \subseteq I\}$$



Input I



Output

No caso do operador erosão, quando a saída é 1 ?

No caso do operador erosão, quando a saída é 1 ?

Temos que $f_{\varepsilon_B} : \mathcal{P}(B) \rightarrow \{0, 1\}$ ou $f_{\varepsilon_B} : \{0, 1\}^5 \rightarrow \{0, 1\}$

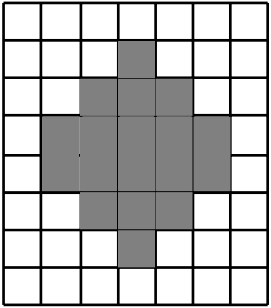
No caso do operador erosão, quando a saída é 1 ?

Temos que $f_{\varepsilon_B} : \mathcal{P}(B) \to \{0,1\}$ ou $f_{\varepsilon_B} : \{0,1\}^5 \to \{0,1\}$

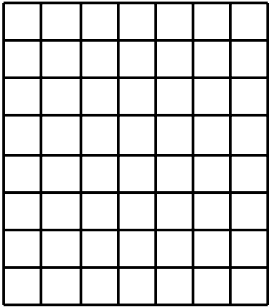
$$\boxed{f_{\varepsilon_B}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = x_1\, x_2\, x_3\, x_4\, x_5}$$

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \mid B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



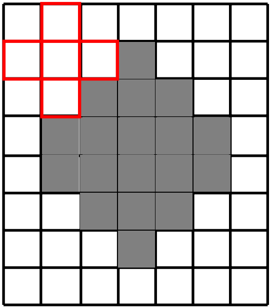
Input I



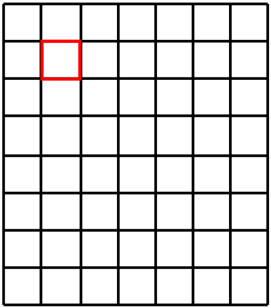
Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \mid B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



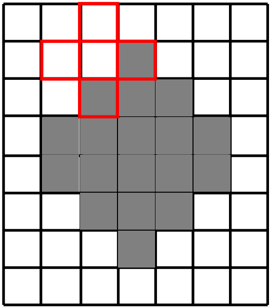
Input I



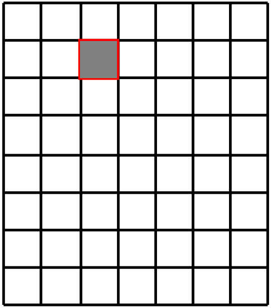
Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \mid B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



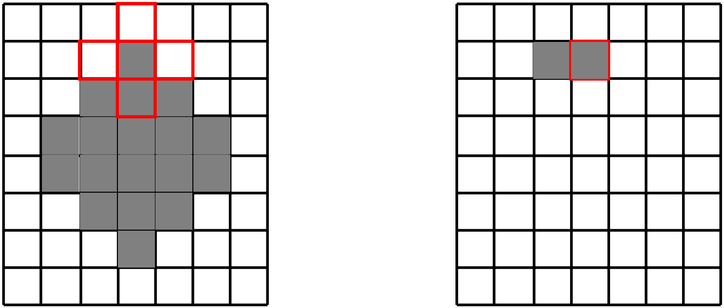
Input I



Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

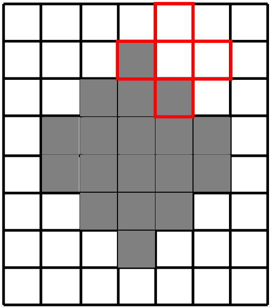
$$\delta_B(I) = \{p \mid B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



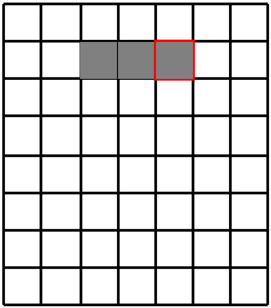
Input I Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \,|\, B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



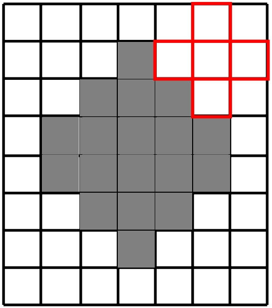
Input I



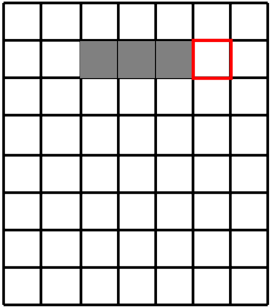
Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \,|\, B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



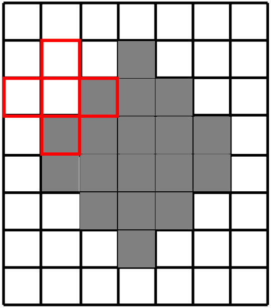
Input I



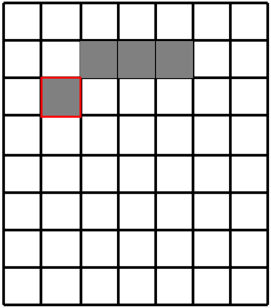
Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \mid B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



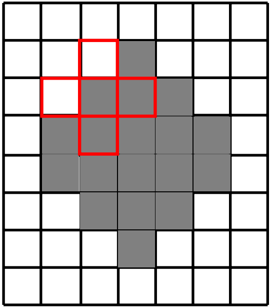
Input I



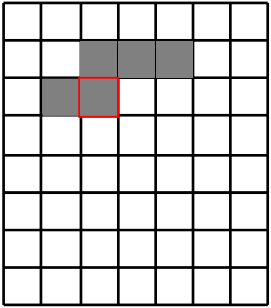
Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \,|\, B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



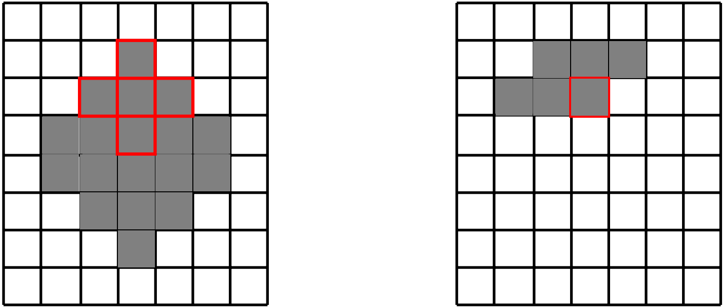
Input I



Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

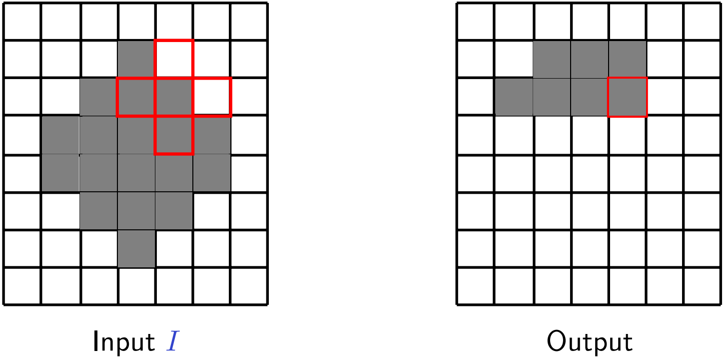
$$\delta_B(I) = \{p \,|\, B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



Input I Output

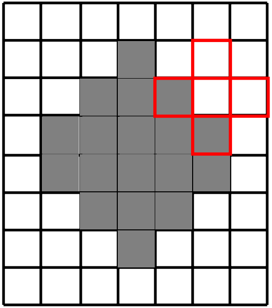
Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \,|\, B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$

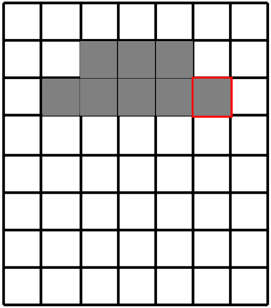


Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \,|\, B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



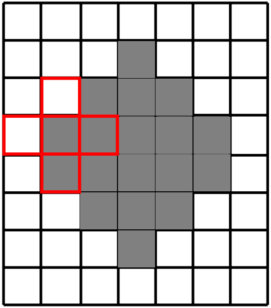
Input I



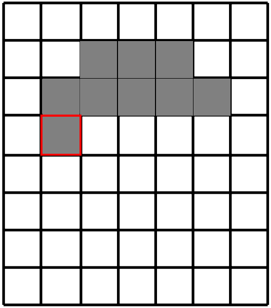
Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \mid B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



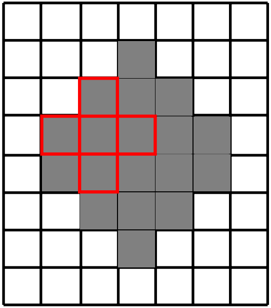
Input I



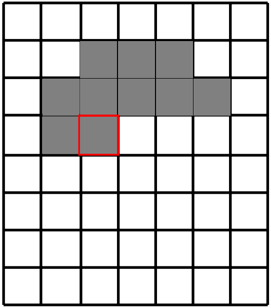
Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \mid B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



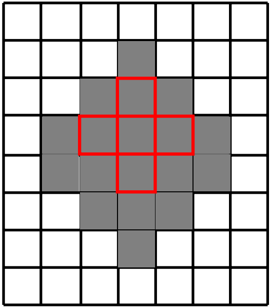
Input I



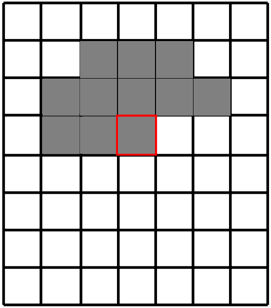
Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \,|\, B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



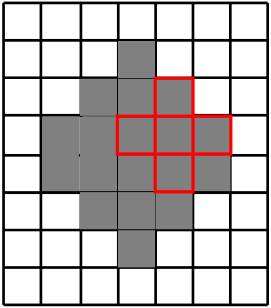
Input I



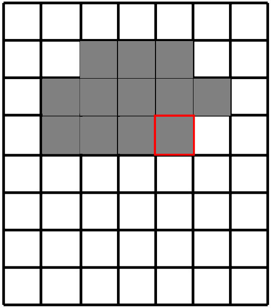
Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \,|\, B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



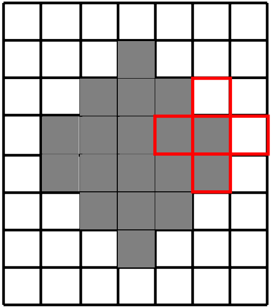
Input I



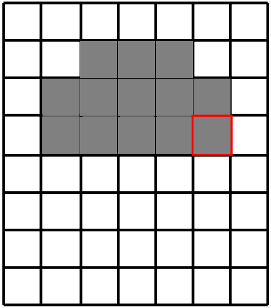
Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \mid B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



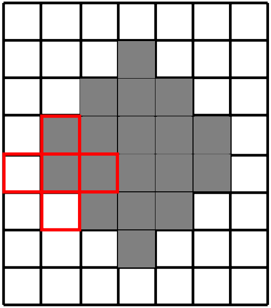
Input I



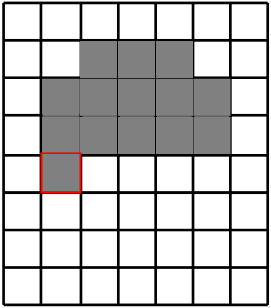
Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \,|\, B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



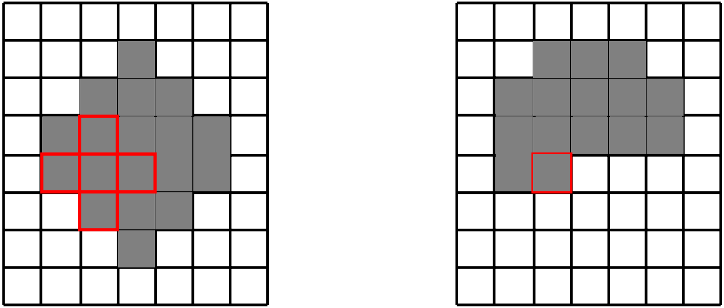
Input I



Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

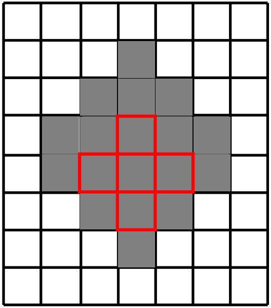
$$\delta_B(I) = \{p \mid B^t_p \cap I \neq \emptyset\}$$



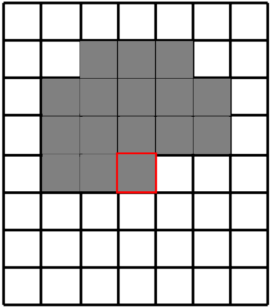
Input I Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \mid B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



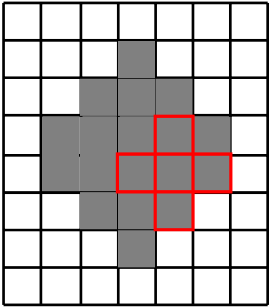
Input I



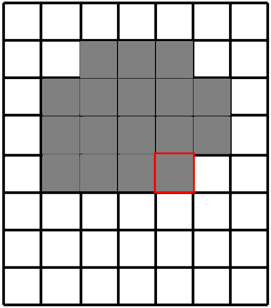
Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \,|\, B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



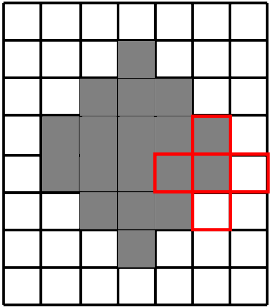
Input I



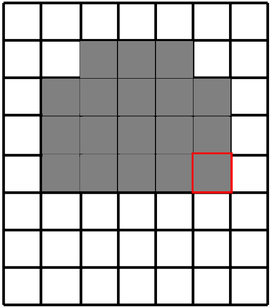
Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \,|\, B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



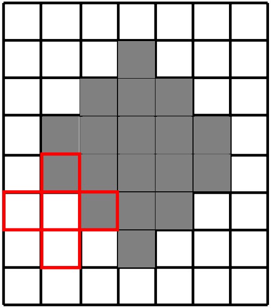
Input I



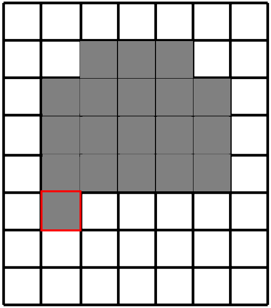
Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \mid B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



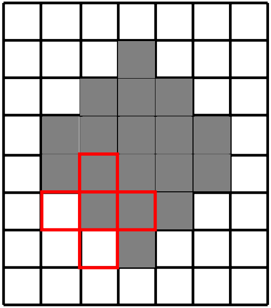
Input I



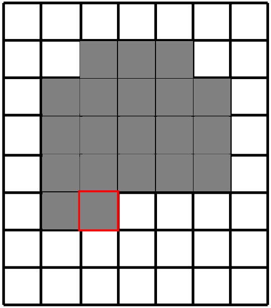
Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \mid B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



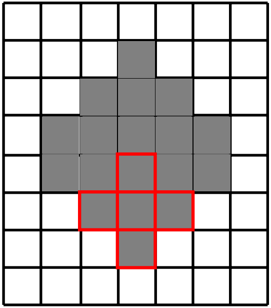
Input I



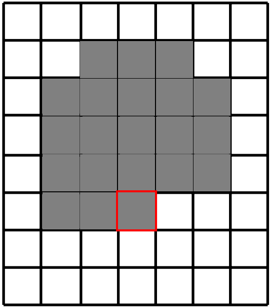
Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \,|\, B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



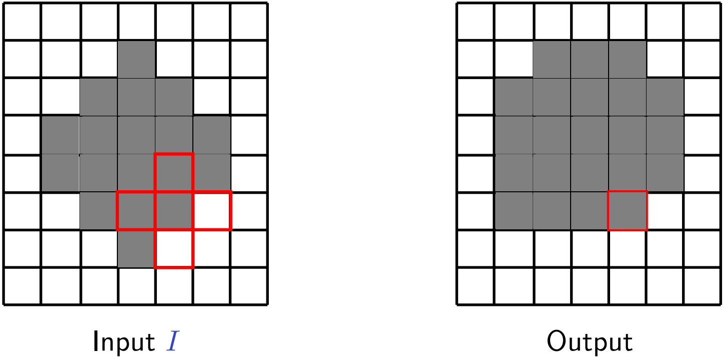
Input I



Output

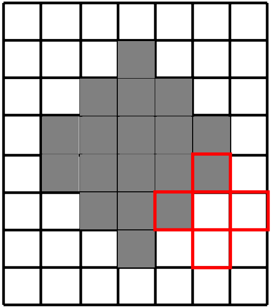
Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \mid B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$

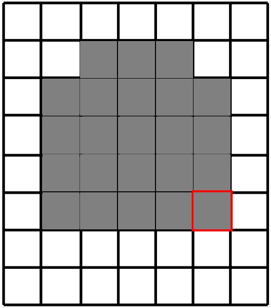


Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \,|\, B^t_p \cap I \neq \emptyset\}$$



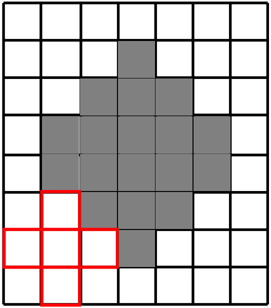
Input I



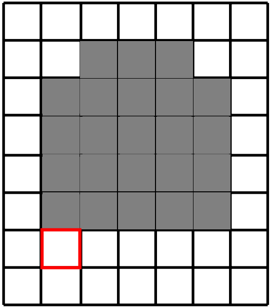
Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \mid B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



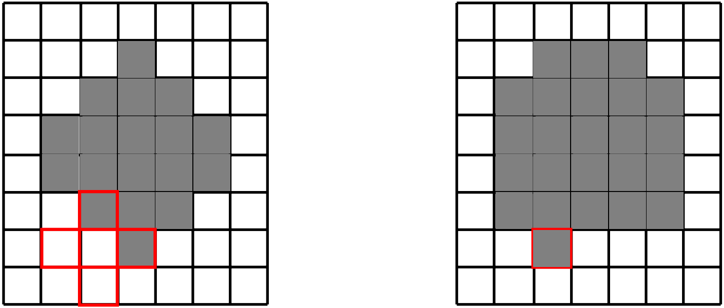
Input I



Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

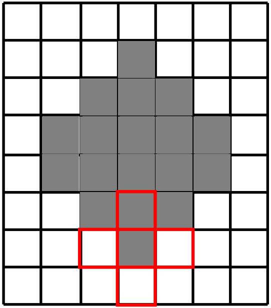
$$\delta_B(I) = \{p \mid B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



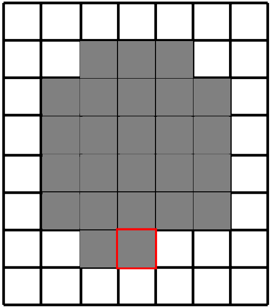
Input I Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \mid B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



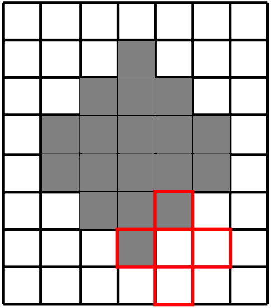
Input I



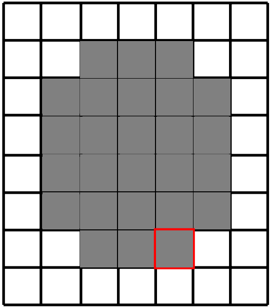
Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \,|\, B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



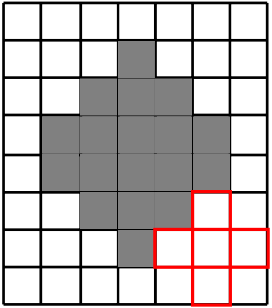
Input I



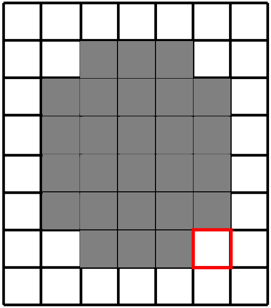
Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \mid B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



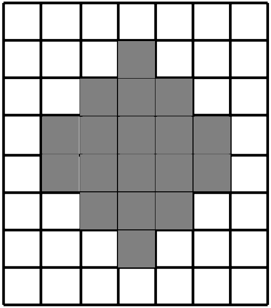
Input I



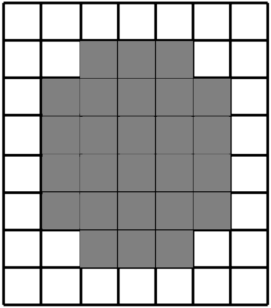
Output

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \mid B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



Input I

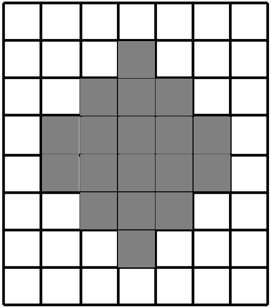


Output

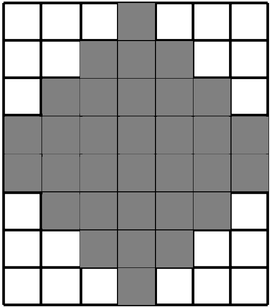
E se permitir B "sair para fora",

Outra transformação de imagem elementar: **operador Dilatação**

$$\delta_B(I) = \{p \,|\, B_p^t \cap I \neq \emptyset\}$$



Input I



Output

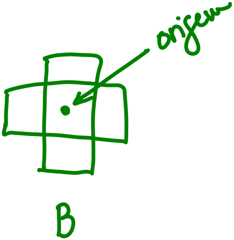
E se permitir B "sair para fora", resultado acima

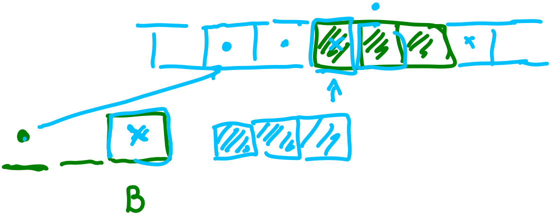
Função booleana da **dilatação**:

$$f_{\delta_B}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$$

Erosões e dilatações podem ser combinados por meio de

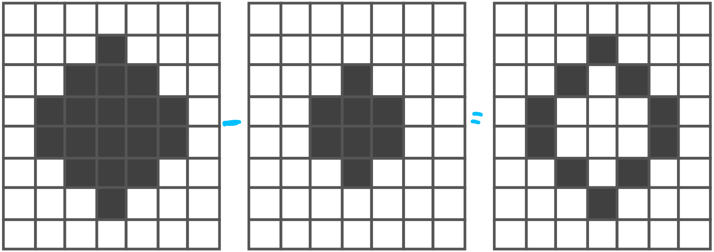
- composição de funções
- operações $\cup$, $\cap$, complemento de conjuntos



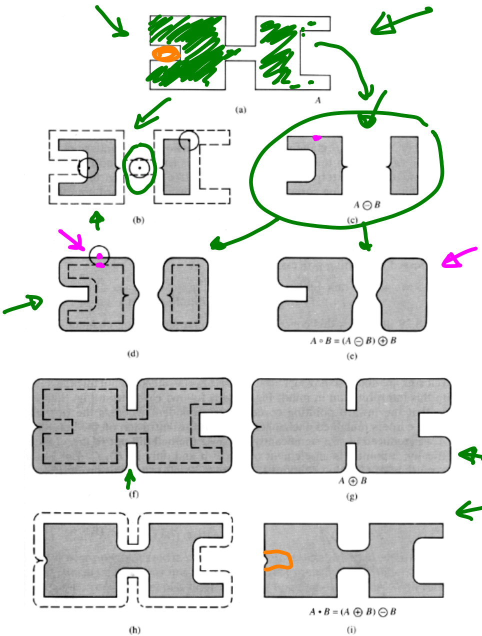


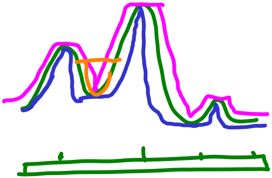
Example of an operator: Contour detection

$f - \varepsilon_B(f)$ $\quad S \setminus \varepsilon_B(S) = S \cap [\varepsilon_B(S)]^c$



S $\quad \varepsilon_B(S)$ $\quad S - \varepsilon_B(S)$





original

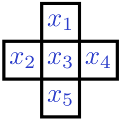
erosão

abertura = erosão + dilatação

dilatação

fechamento = dilatação + erosão

(http://fourier.eng.hmc.edu/e161/lectures/morphology/node1.html)

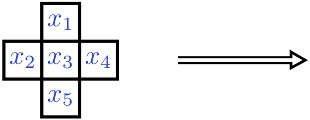


$$\Longrightarrow \quad (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$$

Função booleana da **erosão**: $x_1\, x_2\, x_3\, x_4\, x_5$

Função booleana da **dilatação**: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$

A que corresponde a função $\overline{x_1}\, x_3$??

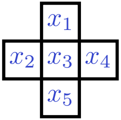


$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$$

Função booleana da **erosão**: $x_1\, x_2\, x_3\, x_4\, x_5$

Função booleana da **dilatação**: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$

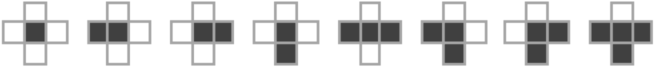
A que corresponde a função $\overline{x_1}\, x_3$?? Intervalo `[00100,01111]`



$$\Longrightarrow \quad (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$$

$$\overline{x_1}\, x_3$$

$$\Downarrow$$



Por exemplo, o terceiro elemento corresponde ao “mintermo”

$$\overline{x}_1\, \overline{x}_2\, x_3\, x_4\, \overline{x}_5$$

Detecção de bordas

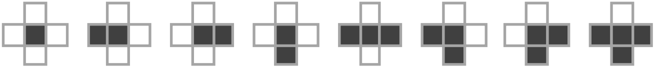
Como visto anteriormente, pode-se calcular "bordas" via

$$f - \varepsilon_B(f)$$

Por essa fórmula, um ponto p é ponto de borda se seu valor é 1 e se ele tem ao menos um vizinho com valor 0.

$\overline{x_1}\, x_3$

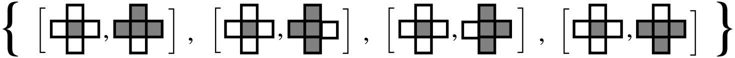
$\Downarrow$



Esses 8 são todos os casos nos quais o vizinho "de cima" tem valor 0

Função booleana do detector de bordas

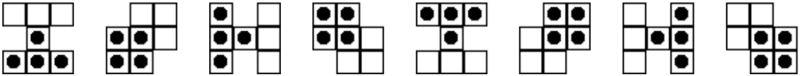
Em vez de listar vários mintermos, podemos considerar os "intervalos" abaixo:



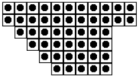
Cada intervalo corresponde a um produto

Na forma soma minimal de produtos, a função booleana do detector de bordas é:

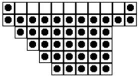
$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \overline{x_1}\, x_3 + \overline{x_2}\, x_3 + \overline{x_4}\, x_3 + \overline{x_5}\, x_3$$



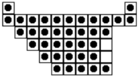
0^o 45^o 90^o 135^o 180^o 225^o 270^o 315^o



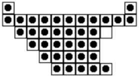
S



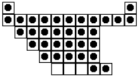
$(S \odot T)[1;1,2]$



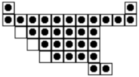
$(S \odot T)[1;3]$



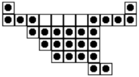
$(S \odot T)[1;4]$



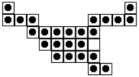
$(S \odot T)[1;5]$



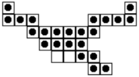
$(S \odot T)[1;6,7,8]$



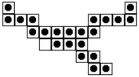
$(S \odot T)[2;1,2]$



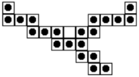
$(S \odot T)[2;3,4]$



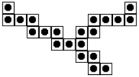
$(S \odot T)[2;5]$



$(S \odot T)[2;6,7,8]$



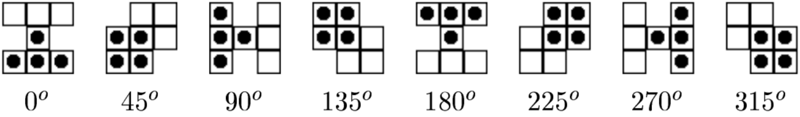
$(S \odot T)[3;1]$



$(S \odot T)$

Emagrecimento (thinning)

Sequência de pares de elementos estruturantes usados no *thinning*



Os pontos escuros precisam "match" os 1's e os pontos brancos precisam match os 0's