JUROS

- Simples *versus* Compostos
- Componentes da taxa de juros
- Linha de tempo
- Fórmulas básicas de juros

Simples *versus* Compostos

(exemplo com juros de 10%)

	Juros Simples			Juros Compostos		
	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 1	Ano 2	Ano 3
Principal	100	100	100	100	110	121,00
Juros anuais	10	10	10	10	11	12,10
Principal + Juros	110	120	130	110	121	133,10

Componentes da taxa de juros

- ✓ Preferência temporal
- ✓ Correção monetária
- ✓ Risco

Linha de tempo

Receitas (+)					30.000
Períodos	0	1	2	3	4
Custos (-)	5.000	800	800	800	800

Derivação da Fórmula Geral

Primeiro Ano	Segundo Ano	Terceiro Ano
$V_1 = V_0 + I$	$V_2 = V_1 + I$	$V_3 = V_2 + I$
$V_1 = V_0 + V_0\,(i)$	$V_2 = V_1 + V_1\,(i)$	$V_3 = V_2 + V_2\,(i)$
	$V_2 = V_1\,(1 + i)$	$V_3 = V_2\,(1 + i)$
	$V_2 = V_0\,(1 + i)(1 + i)$	$V_3 = V_0\,(1 + i)^2\,(1 + i)$
$V_1 = V_0\,(1 + i)$	$V_2 = V_0\,(1 + i)^2$	$V_3 = V_0\,(1 + i)^3$

$$V_n = V_0\,(1 + i)^n$$

JUROS compostos: fórmulas básicas

Valor futuro (capitalização):

$$V_n = V_0 \, (1 + i)^{n} \qquad (1)$$

Se a taxa de juros (*i*) nominal anual é aplicada em *m* parcelas dentro do ano, temos:

$$V_{nm} = V_0 \, (1 + i/m)^{nm}$$

onde *nm* representa o número total de períodos de capitalização

---

Valor presente (descapitalização):

$$V_0 = \frac{V_n}{(1 + i)^{n}} \qquad (2)$$

JUROS compostos: fórmulas básicas

Taxa de juros (se conhecidos V_0, V_n e n):

$$V_n = V_0 (1 + i)^n \quad \rightarrow$$

$$\frac{V_n}{V_0} = (1 + i)^n \quad \rightarrow \qquad \boxed{\left(\frac{V_n}{V_0}\right)^{1/n} - 1 = i} \quad (3)$$

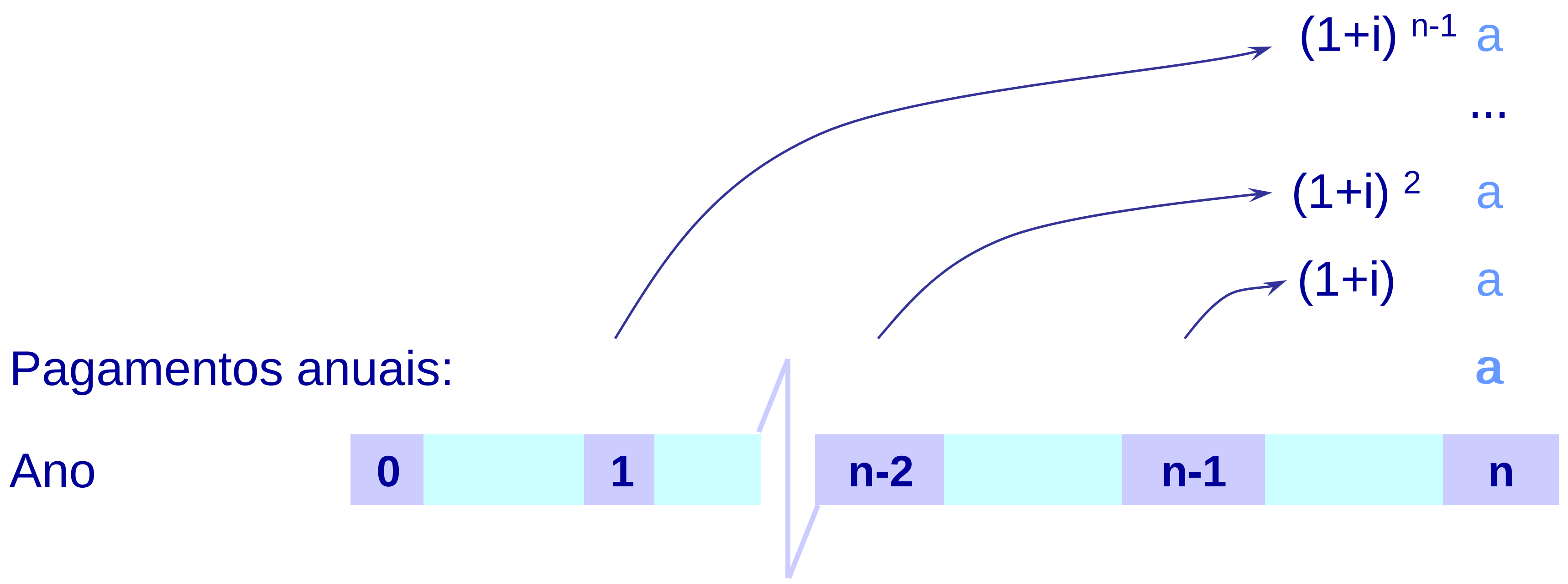
Número de períodos de capitalização (se conhecidos V_0, V_n e i):

$$V_n = V_0 (1 + i)^n \quad \rightarrow$$

$$\ln(V_n) = \ln(V_0) + n \ln(1 + i) \quad \rightarrow \qquad \boxed{\frac{\ln(V_n) - \ln(V_0)}{\ln(1+i)} = n}$$

Valor futuro (V_n)

$$V_n = a + a(1+i) + a(1+i)^2 + \ldots + a(1+i)^{n-1}$$



Séries de Pagamentos Anuais

Valor futuro (V_n)

$$V_n = a + \cancel{a\,(1+i)} + \cancel{a\,(1+i)^2} \cancel{+ \ldots +} \cancel{a\,(1+i)^{n-1}}$$

Multiplicando por (1+i), e subtraindo as expressões resultantes:

$$(1+i)\,V_n = \cancel{a\,(1+i)} + \cancel{a\,(1+i)^2} + \cancel{a\,(1+i)^3} \cancel{+ \ldots +} a\,(1+i)^n$$

$$(1+i)\,V_n - V_n = a\,(1+i)^n - a$$

$$i\,V_n = a\,[(1+i)^n - 1]$$

$$\boxed{V_n = \frac{a\,[(1+i)^n - 1]}{i}} \qquad (4)$$

Valor presente (V_0)

$$V_0 = V_n \frac{1}{(1+i)^n} = \frac{a\,[(1+i)^n - 1]}{i} \; \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$\boxed{V_0 = \frac{a\,[(1+i)^n - 1]}{i\,(1+i)^n}} \qquad (5)$$

Séries de Pagamentos Periódicas

Valor futuro (V_{nt})

$$V_n = a + a(1+i)^{t} + a(1+i)^{2t} + \dots + a(1+i)^{nt-t}$$

$(1+i)^{nt-t}\ a$

...

$(1+i)^{2t}\ a$

$(1+i)^{t}\ a$

Pagamentos anuais: a

Ano	0	t	(n-2)t	(n-1)t	nt

Séries de Pagamentos Periódicas

Valor futuro (V_{nt})

$$V_{nt} = a \quad + \cancel{a\,(1+i)^{t}} + \cancel{a\,(1+i)^{2t}} + \cancel{\ldots} + \cancel{a\,(1+i)^{nt-t}}$$

Multiplicando por $(1+i)^{t}$, e subtraindo as expressões resultantes:

$$(1+i)^{t}\, V_{nt} = \cancel{a\,(1+i)^{t}} + \cancel{a\,(1+i)^{2t}} + \cancel{a\,(1+i)^{3t}} + \cancel{\ldots} + a\,(1+i)^{nt}$$

$$(1+i)^{t}\, V_{nt} - V_{nt} = a\,(1+i)^{nt} - a$$

$$[(1+i)^{t} - 1]\, V_{nt} = a\,[(1+i)^{nt} - 1]$$

$$\boxed{V_{nt} = \frac{a\,[(1+i)^{nt} - 1]}{[(1+i)^{t} - 1]}} \qquad (6)$$

Valor presente (V_0)

$$V_0 = V_{nt}\,\frac{1}{(1+i)^{nt}} = \frac{a\,[(1+i)^{nt} - 1]}{[(1+i)^{t} - 1]}\;\frac{1}{(1+i)^{nt}} \qquad \boxed{V_0 = \frac{a\,[(1+i)^{nt} - 1]}{[(1+i)^{t} - 1]\,(1+i)^{nt}}} \qquad (7)$$

Séries Perpétuas (Valor Presente)

Anual:

De (5) podemos dizer que $V_0 = \dfrac{a\,[\cancel{(1+i)^{\infty}} - 1]}{i\,\cancel{(1+i)^{\infty}}}$

$$\boxed{V_0 = \frac{a}{i}} \qquad (8)$$

Periódica:

De (7) podemos dizer que $V_0 = \dfrac{a\,[\cancel{(1+i)^{\infty}} - 1]}{[(1+i)^t - 1]\,\cancel{(1+i)^{\infty}}}$

$$\boxed{V_0 = \frac{a}{[(1+i)^t - 1]}} \qquad (9)$$

Critérios de Avaliação de Projetos

Mais conhecidos

Valor Presente Líquido:

$$VPL_{i} = VP\ receitas - VP\ custos$$

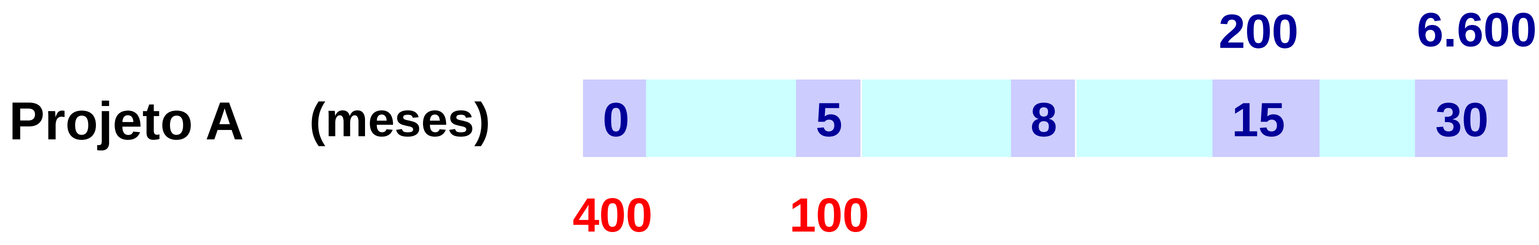
Razão Benefício/Custo:

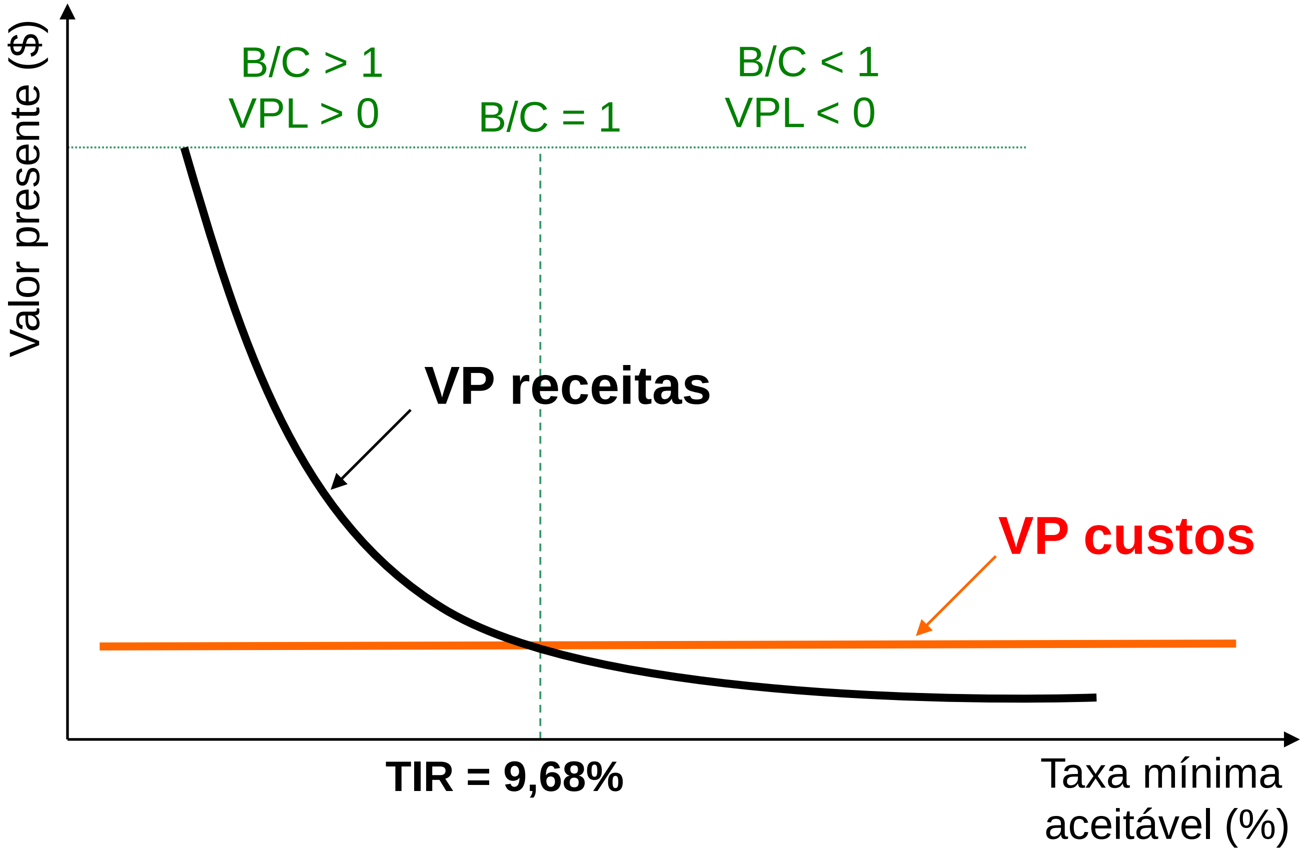
$$B/C_{i} = VP\ receitas\ /\ VP\ custos$$

Taxa Interna de Retorno (TIR):

$$VP_{i^*}\ receitas = VP_{i^*}\ custos$$

Critérios de Avaliação de Projetos





Critérios de Avaliação de Projetos

Inconsistências ao classificar projetos podem surgir devido:

- ✓ **Diferentes horizontes**
- ✓ **Múltiplas TIRs**
- ✓ **Desproporcionalidade entre projetos**
- ✓ **À natureza de certos fluxos de caixa**

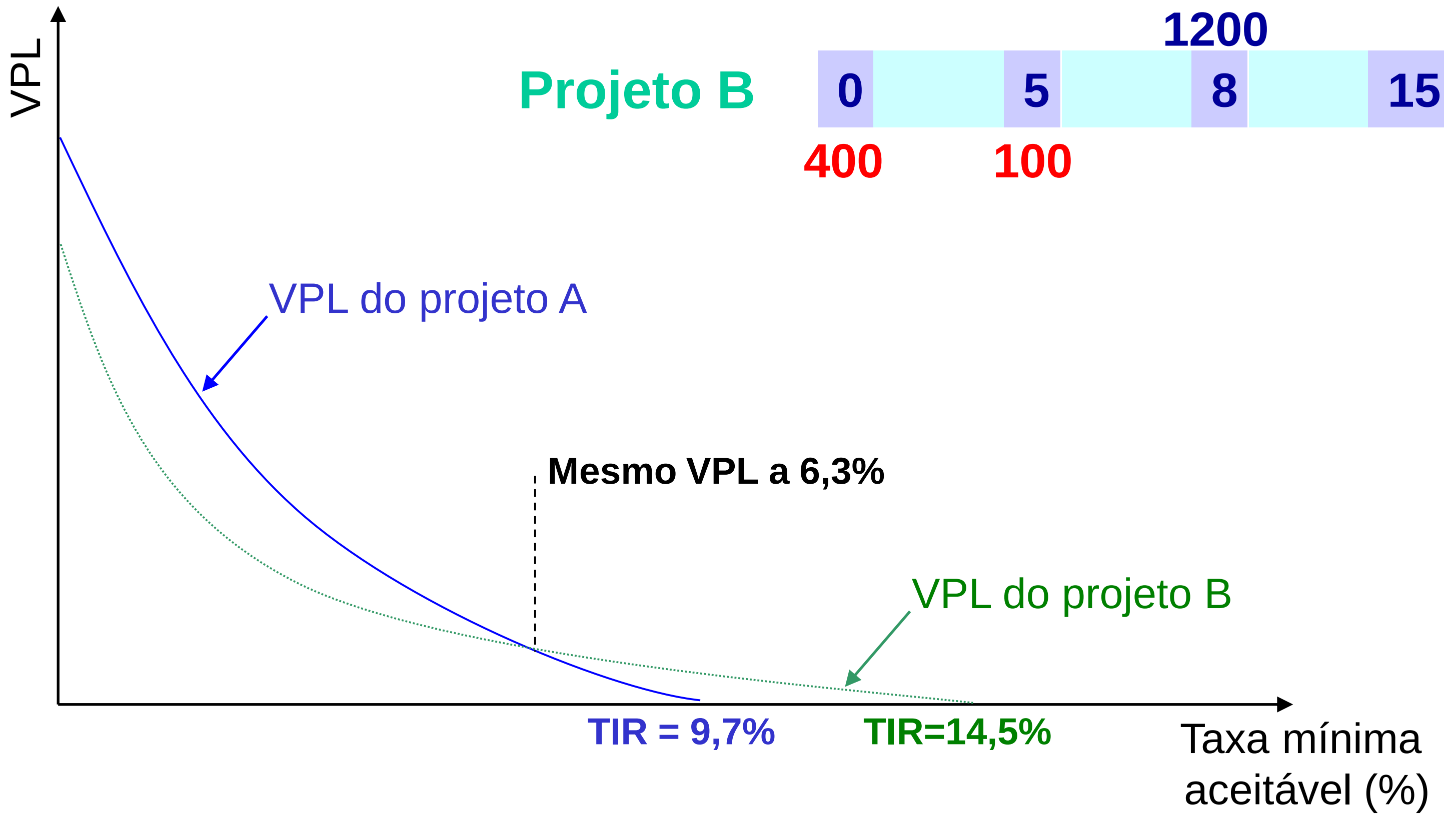
Critérios de Avaliação de Projetos

Projeto A

			200	6.600
0	5	8	15	30
400	100			

Projeto B

		1200		2500
0	5	8	15	30
400	100			



Critérios de Avaliação de Projetos

Menos conhecidos, mas essenciais para os profissionais da área ambiental, florestal e agrícola

VPL anualizado: "Anualidade" de uma série com $VP_i = VPL_i$

Valor Esperado da Terra: VP_i de uma série infinita de ciclos

Custo Financeiro da Produção: (VP_i custos) / (VP_i produção)

VPLa

é o valor ***a*** que torna o VP_i de uma série de pagamentos ***a*** igual ao VPL_i do projeto

VPL_A

Qual o valor de ***a*** que torna estes valores iguais?

VP_A

Não comparáveis!

400		100				200		6.400
0		5		8		15		28

	a	*a*	*a*		*a*	*a*
0	1	2	3		27	28

Resposta:

$$a = \frac{VPL_A\, i\,(1+i)^{28}}{[(1+i)^{28} - 1]}$$

Comparáveis!

VPL_B

Qual o valor de ***a'*** que torna estes valores iguais?

VP_B

400		100		1200				2800
0		5		8		15		32

	a'	*a'*	*a'*		*a'*	*a'*
0	1	2	3		31	32

Resposta:

$$a' = \frac{VPL_B\, i\,(1+i)^{32}}{[(1+i)^{32} - 1]}$$

Critérios de Avaliação de Projetos

VET é o valor presente de uma série infinita de *VPLs* do projeto a uma taxa *i*

Projeto A

VPL_A

Qual o valor presente de uma série perpétua de repetições do projeto A?

VP^*_A

			200	6.400
0	5	8	15	28
400	100			

$VFL_A = VPL_A\,(1+i)^{28}$ VFL_A

0	28	56	∞

Resposta: VET_A =

$$VP^*_A = \frac{VFL_A}{[(1+i)^{28} - 1]}$$

Não comparáveis!

Comparáveis!

Projeto B

VPL_B

Qual o valor presente de uma série perpétua de repetições do projeto B?

VP^*_B

		1200		2800
0	5	8	15	32
400	100			

$VFL_B = VPL_B\,(1+i)^{32}$ VFL_B

0	32	64	∞

Resposta: VET_B =

$$VP^*_B = \frac{VFL_B}{[(1+i)^{32} - 1]}$$

Custo Financeiro da Produção

Da definição de Razão B/C, temos:

B/C = (VP receitas) / (VP custos) = (RT_0) / (CT_0)

Esse quociente pode ainda ser interpretada como

R$ recebidos por R$ gasto

E se invertermos a divisão, temos:

R$ gastos por R$ recebido

Que em termos matemáticos resulta na seguinte expressão:

$$\frac{CT_0}{RT_0} = \frac{\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{C_t}{(1+i)^t}\right)}{\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{R_t}{(1+i)^t}\right)}$$

Lembrando que:
R_t é obtido com a venda de madeira a um preço *p* por m^3

Custo Financeiro da Produção

$$\frac{CT_0}{RT_0}=\frac{\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{C_t}{(1+i)^t}\right)}{\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{pV_t}{(1+i)^t}\right)} \longrightarrow \frac{CT_0}{RT_0}=\frac{\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{C_t}{(1+i)^t}\right)}{p\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{V_t}{(1+i)^t}\right)}$$

O princípio do **Custo Financeiro de Produção** considera que a madeira é vendida pelo custo de produção

$$\frac{\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{C_t}{(1+i)^t}\right)}{p\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{V_t}{(1+i)^t}\right)}=1 \Rightarrow p^*=\frac{\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{C_t}{(1+i)^t}\right)}{\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{V_t}{(1+i)^t}\right)}$$