

JUROS

- **Simple *versus* Compostos**
- **Componentes da taxa de juros**
- **Linha de tempo**
- **Fórmulas básicas de juros**

JUROS

Simple versus Compostos (exemplo com juros de 10%)

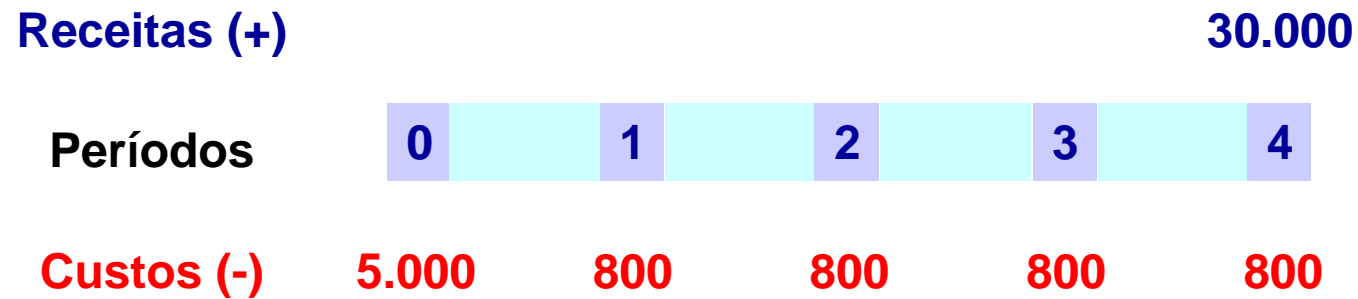
	Juros Simples			Juros Compostos		
	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 1	Ano 2	Ano 3
Principal	100	100	100	100	110	121,00
Juros anuais	10	10	10	10	11	12,10
Principal + Juros	110	120	130	110	121	133,10

Componentes da taxa de juros

- ✓ Preferência temporal
- ✓ Correção monetária
- ✓ Risco

JUROS

Linha de tempo



JUROS

Derivação da Fórmula Geral

Primeiro Ano	Segundo Ano	Terceiro Ano
$V_1 = V_0 + I$	$V_2 = V_1 + I$	$V_3 = V_2 + I$
$V_1 = V_0 + V_0 (i)$	$V_2 = V_1 + V_1 (i)$	$V_3 = V_2 + V_2 (i)$
	$V_2 = V_1 (1 + i)$	$V_3 = V_2 (1 + i)$
	$V_2 = V_0 (1 + i)(1 + i)$	$V_3 = V_0 (1 + i)^2 (1 + i)$
$V_1 = V_0 (1 + i)$	$V_2 = V_0 (1 + i)^2$	$V_3 = V_0 (1 + i)^3$
	$V_n = V_0 (1 + i)^n$	

JUROS compostos: fórmulas básicas

Valor futuro (capitalização):

$$V_n = V_0 (1 + i)^n \quad (1)$$

Se a taxa de juros (i) nominal anual é aplicada em m parcelas dentro do ano, temos:

$$V_{nm} = V_0 (1 + i/m)^{nm}$$

onde nm representa o número total de períodos de capitalização

Valor presente (descapitalização):

$$V_0 = \frac{V_n}{(1 + i)^n} \quad (2)$$

JUROS compostos: fórmulas básicas

Taxa de juros (se conhecidos V_0 , V_n e n):

$$V_n = V_0 (1 + i)^n \rightarrow$$

$$\frac{V_n}{V_0} = (1 + i)^n \rightarrow$$

$$\left(\frac{V_n}{V_0}\right)^{1/n} - 1 = i \quad (3)$$

Número de períodos de capitalização (se conhecidos V_0 , V_n e i):

$$V_n = V_0 (1 + i)^n \rightarrow$$

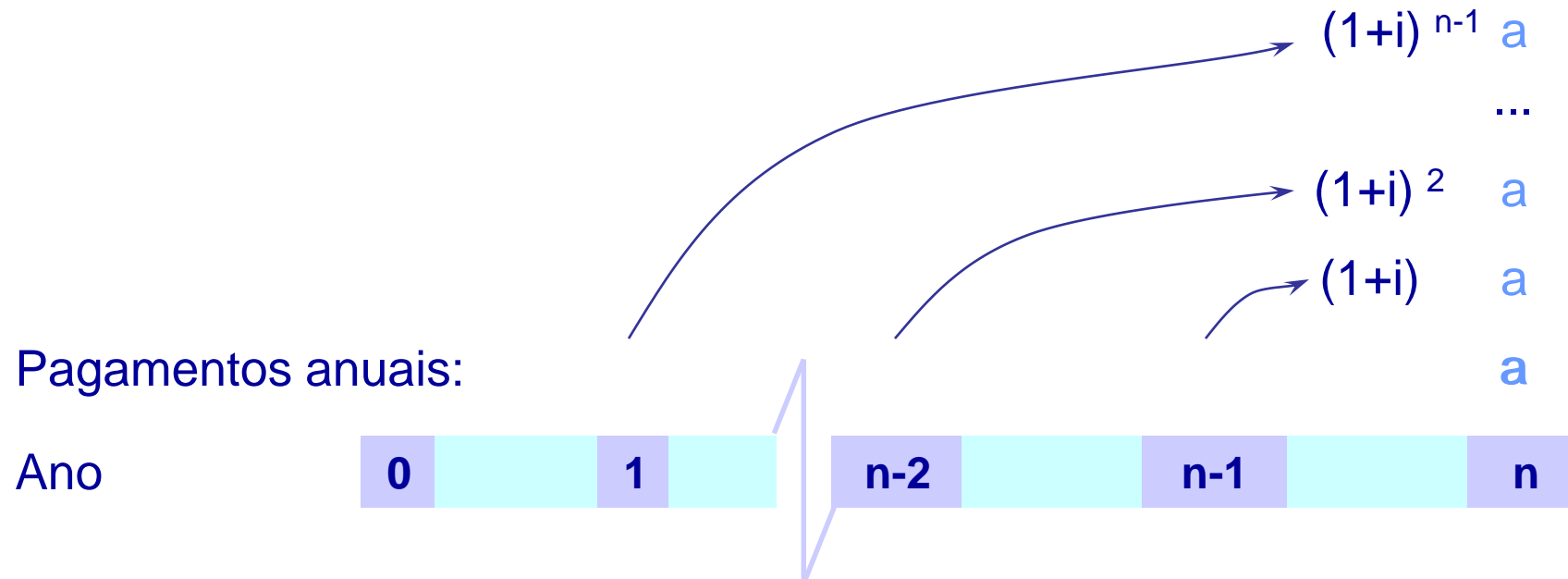
$$\ln(V_n) = \ln(V_0) + n \ln(1 + i) \rightarrow$$

$$\frac{\ln(V_n) - \ln(V_0)}{\ln(1+i)} = n$$

Séries de Pagamentos Anuais

Valor futuro (V_n)

$$V_n = a + a(1+i) + a(1+i)^2 + \dots + a(1+i)^{n-1}$$



Séries de Pagamentos Anuais

Valor futuro (V_n)

$$V_n = a + \cancel{a(1+i)} + \cancel{a(1+i)^2} + \dots + \cancel{a(1+i)^{n-1}}$$

Multiplicando por $(1+i)$, e subtraindo as expressões resultantes:

$$(1+i)V_n = \cancel{a(1+i)} + \cancel{a(1+i)^2} + \cancel{a(1+i)^3} + \dots + a(1+i)^n$$

$$(1+i)V_n - V_n = a(1+i)^n - a$$

$$iV_n = a[(1+i)^n - 1]$$

$$V_n = \frac{a[(1+i)^n - 1]}{i}$$

(4)

Valor presente (V_0)

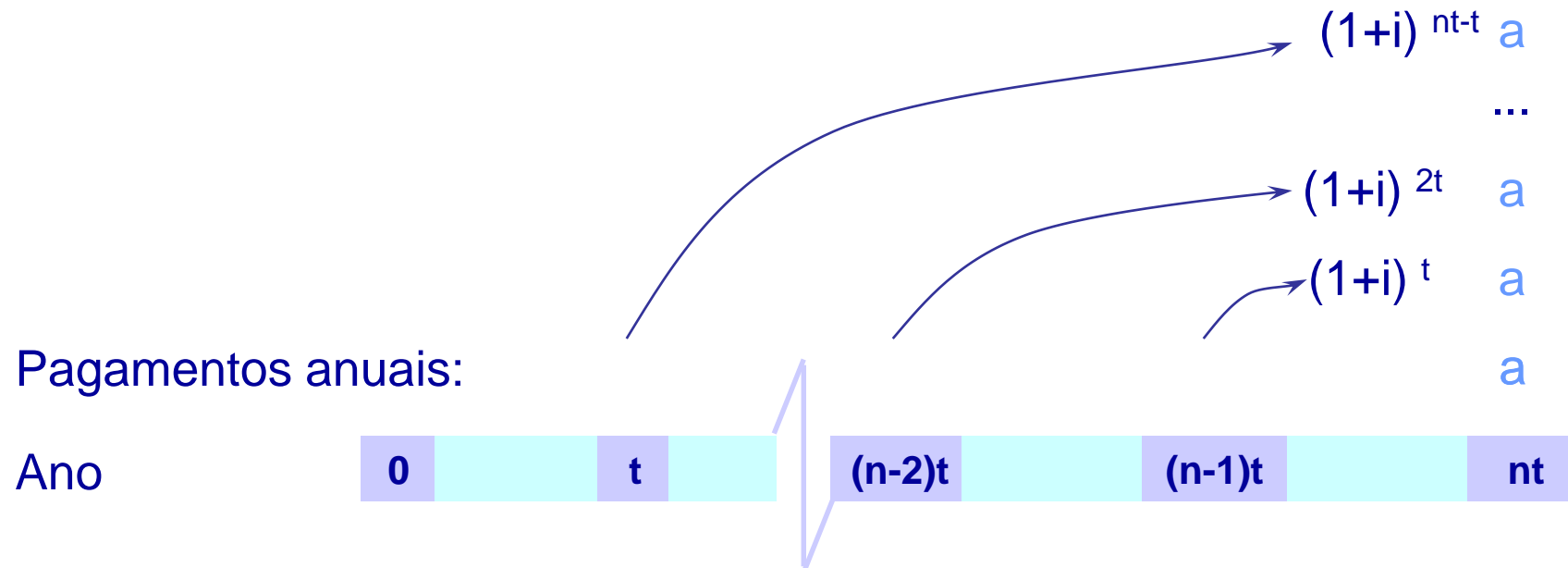
$$V_0 = V_n \frac{1}{(1+i)^n} = \frac{a[(1+i)^n - 1]}{i} \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$V_0 = \frac{a[(1+i)^n - 1]}{i(1+i)^n} \quad (5)$$

Séries de Pagamentos Periódicas

Valor futuro (V_{nt})

$$V_n = a + a(1+i)^t + a(1+i)^{2t} + \dots + a(1+i)^{nt-t}$$



Séries de Pagamentos Periódicas

Valor futuro (V_{nt})

$$V_{nt} = a + a(1+i)^t + a(1+i)^{2t} + \dots + a(1+i)^{nt-t}$$

Multiplicando por $(1+i)^t$, e subtraindo as expressões resultantes:

$$(1+i)^t V_{nt} = a(1+i)^t + a(1+i)^{2t} + a(1+i)^{3t} + \dots + a(1+i)^{nt}$$

$$(1+i)^t V_{nt} - V_{nt} = a(1+i)^{nt} - a$$

$$[(1+i)^t - 1] V_{nt} = a [(1+i)^{nt} - 1]$$

$$V_{nt} = \frac{a [(1+i)^{nt} - 1]}{[(1+i)^t - 1]}$$

(6)

Valor presente (V_0)

$$V_0 = V_{nt} \frac{1}{(1+i)^{nt}} = \frac{a [(1+i)^{nt} - 1]}{[(1+i)^t - 1]} \frac{1}{(1+i)^{nt}} \quad V_0 = \frac{a [(1+i)^{nt} - 1]}{[(1+i)^t - 1] (1+i)^{nt}} \quad (7)$$

Séries Perpétuas (Valor Presente)

Anual:

De (5) podemos dizer que $V_0 = \frac{a [(1+i)^\infty - 1]}{i (1+i)^\infty}$ $V_0 = \frac{a}{i}$ (8)

Periódica:

De (7) podemos dizer que $V_0 = \frac{a [(1+i)^\infty - 1]}{[(1+i)^t - 1] (1+i)^\infty}$ $V_0 = \frac{a}{[(1+i)^t - 1]}$ (9)

Critérios de Avaliação de Projetos

Mais conhecidos

Valor Presente Líquido:

$$VPL_i = VP \text{ receitas} - VP \text{ custos}$$

Razão Benefício/Custo:

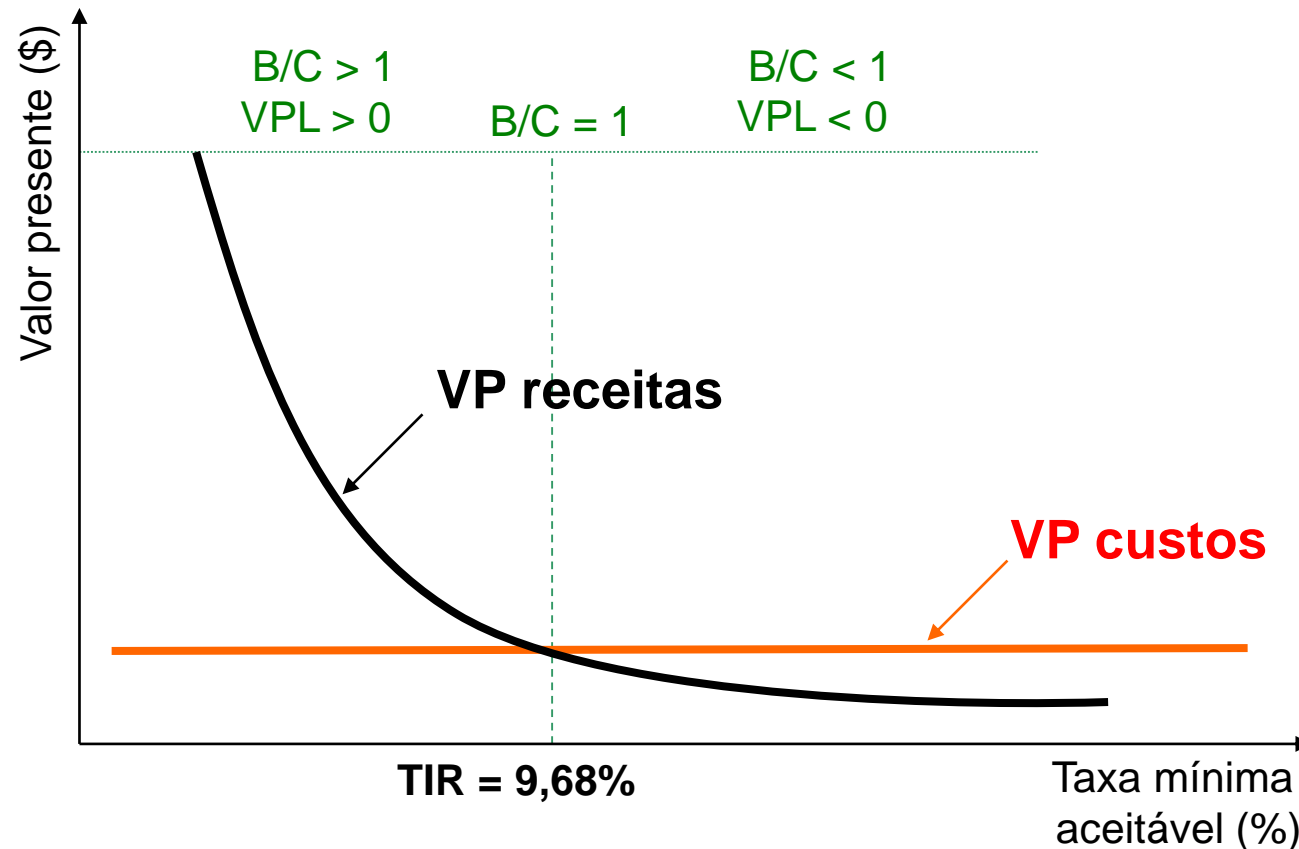
$$B/C_i = VP \text{ receitas} / VP \text{ custos}$$

Taxa Interna de Retorno (TIR):

$$VP_{i^*} \text{ receitas} = VP_{i^*} \text{ custos}$$

Critérios de Avaliação de Projetos

Projeto A	(meses)	0	5	8	15	200	6.600
		400	100				

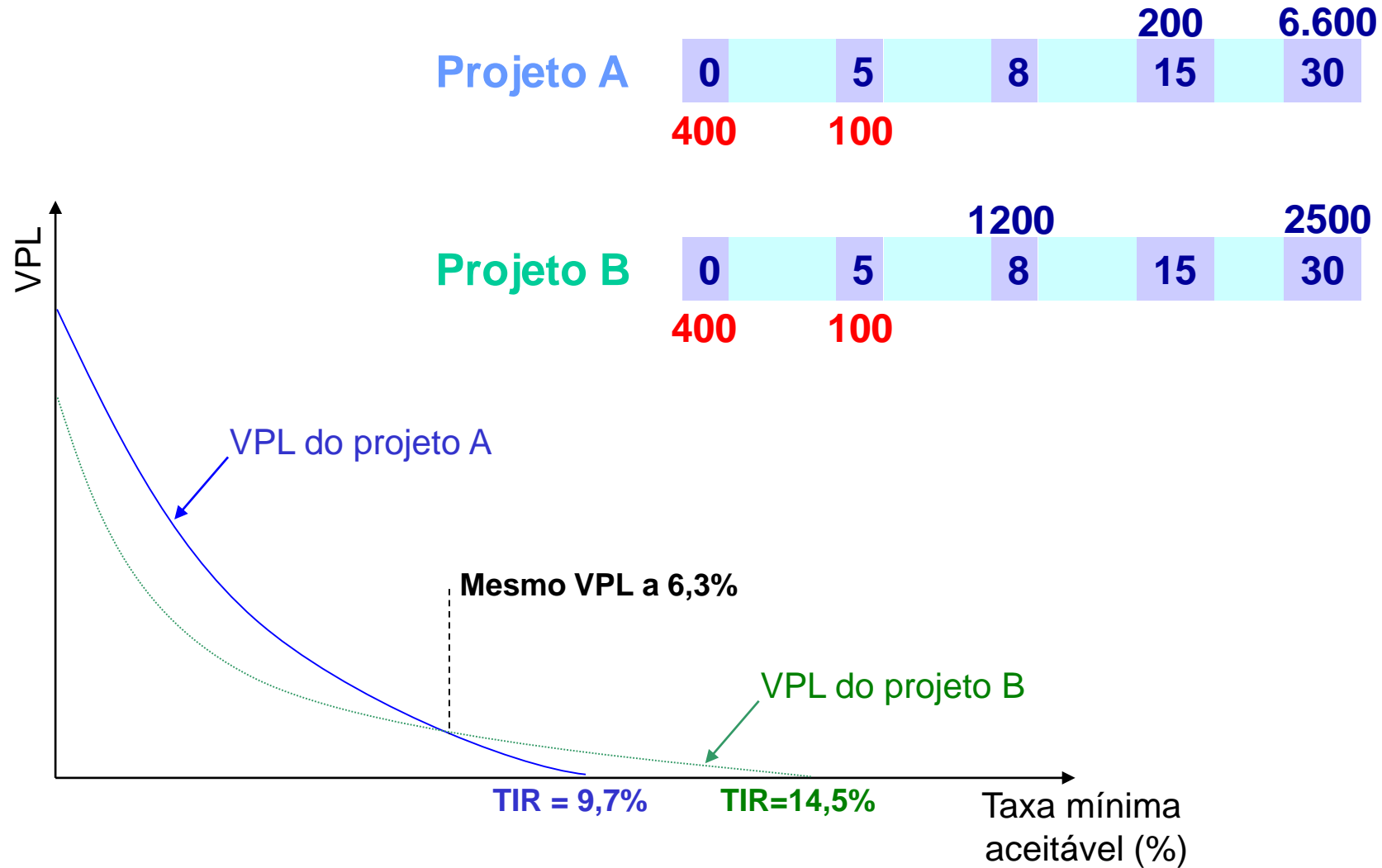


Critérios de Avaliação de Projetos

Inconsistências ao classificar projetos podem surgir devido:

- ✓ **Diferentes horizontes**
- ✓ **Múltiplas TIRs**
- ✓ **Desproporcionalidade entre projetos**
- ✓ **À natureza de certos fluxos de caixa**

Critérios de Avaliação de Projetos



Critérios de Avaliação de Projetos

Menos conhecidos, mas essenciais para os profissionais da área ambiental, florestal e agrícola

VPL anualizado:

“Anualidade” de uma série com $VP_i = VPL_i$

Valor Esperado da Terra:

VP_i de uma série infinita de ciclos

Custo Financeiro da Produção:

$(VP_i \text{ custos}) / (VP_i \text{ produção})$

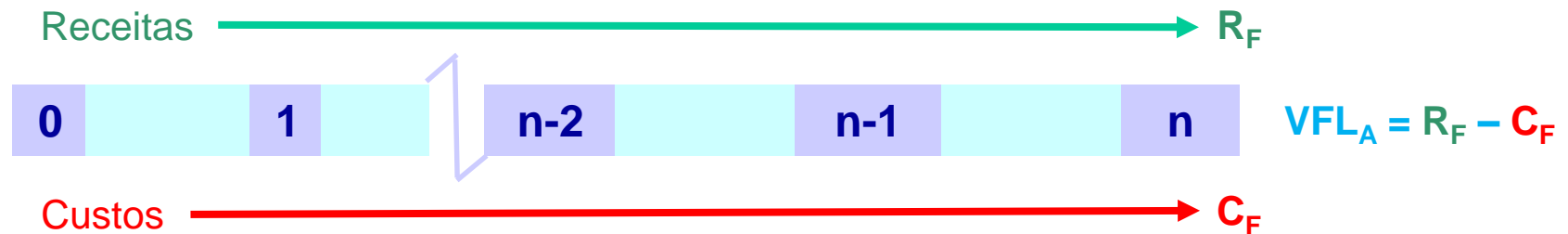
Critérios de Avaliação de Projetos

VET

é o valor presente de uma série infinita de VFL s do projeto a uma taxa i

Projeto A

Ano



$$VET_A = \frac{VFL_A}{[(1+i)^n - 1]}$$

Critérios de Avaliação de Projetos

VET

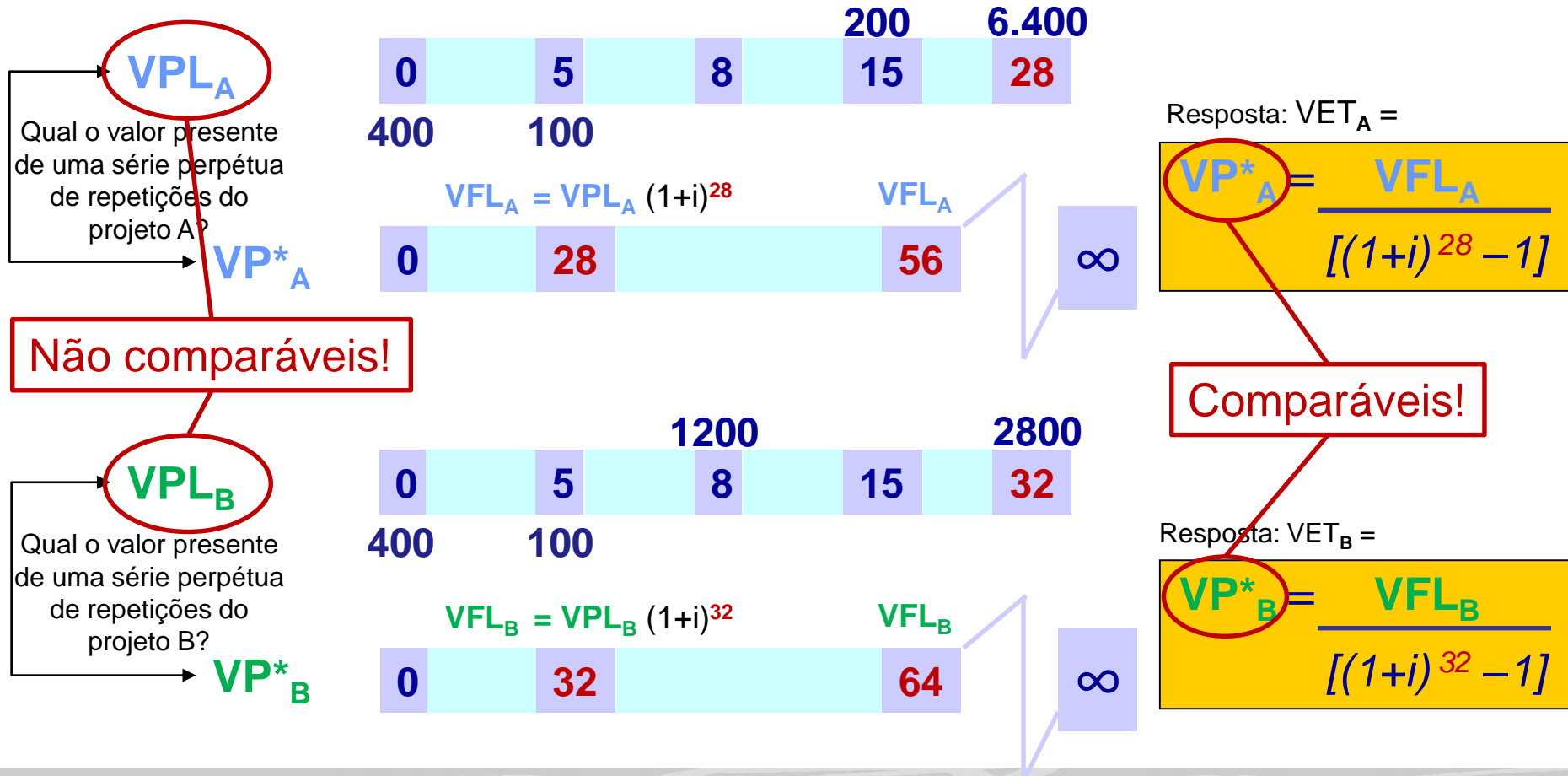
é o valor presente de uma série infinita de *VPLs* do projeto a uma taxa *i*

$$VET_A = \frac{VFL_A}{[(1+i)^n - 1]}$$

Critérios de Avaliação de Projetos

VET

é o valor presente de uma série infinita de *VPLs* do projeto a uma taxa *i*



Critérios de Avaliação de Projetos

Menos conhecidos, mas essenciais para os profissionais da área ambiental, florestal e agrícola

VPL anualizado:

“Anualidade” de uma série com $VP_i = VPL_i$

Valor Esperado da Terra:

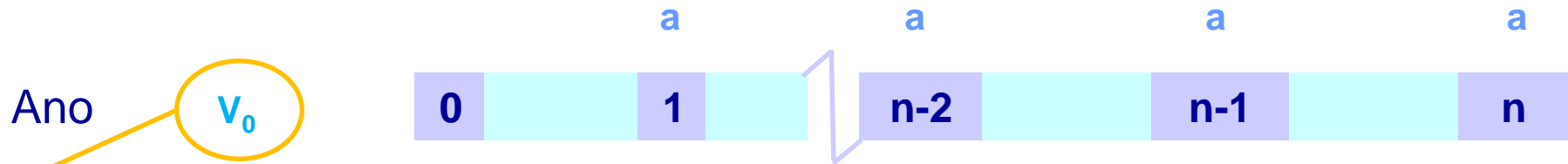
VP_i de uma série infinita de ciclos

Custo Financeiro da Produção:

$(VP_i \text{ custos}) / (VP_i \text{ produção})$

Critérios de Avaliação de Projetos

Série de Pagamentos Anuais



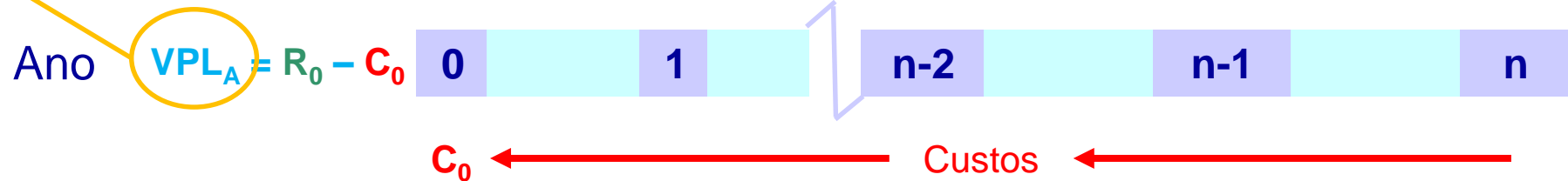
Valor presente (V_0)

$$V_0 = \frac{a [(1+i)^n - 1]}{i (1+i)^n}$$

$$a^* = \frac{VPL_A (1+i)^n i}{[(1+i)^n - 1]}$$

a^* que faz $V_0 = VPL_A$

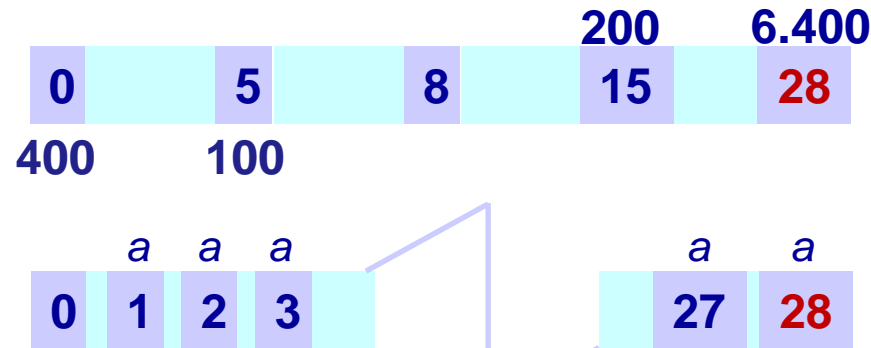
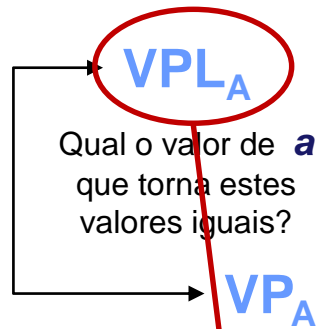
Projeto A



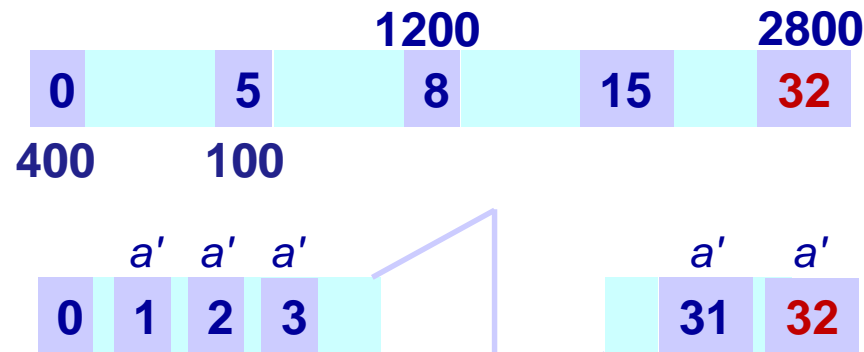
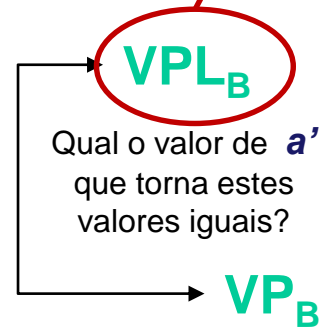
Critérios de Avaliação de Projetos

VPLa

é o valor **a** que torna o VP_i de uma série de pagamentos **a** igual ao VPL_i do projeto



Não comparáveis!



Comparáveis!

Resposta:

$$a = \frac{VPL_A i (1+i)^{28}}{[(1+i)^{28} - 1]}$$

Resposta:

$$a' = \frac{VPL_B i (1+i)^{32}}{[(1+i)^{32} - 1]}$$

Critérios de Avaliação de Projetos

$$\text{arrendamento} = \frac{\text{Estimativa do valor da terra}}{i}$$
$$a = \frac{\text{VET}}{i}$$
$$a = \frac{\text{VPL} (1+i)^t}{[(1+i)^t - 1]} i$$

Critérios de Avaliação de Projetos

Menos conhecidos, mas essenciais para os profissionais da área ambiental, florestal e agrícola

VPL anualizado:

“Anualidade” de uma série com $VP_i = VPL_i$

Valor Esperado da Terra:

VP_i de uma série infinita de ciclos

Custo Financeiro da Produção:

$(VP_i \text{ custos}) / (VP_i \text{ produção})$

Custo Financeiro da Produção

Da definição de Razão B/C, temos:

$$B/C = (\text{VP receitas}) / (\text{VP custos}) = (RT_0) / (CT_0)$$

Esse quociente pode ainda ser interpretada como

R\$ recebidos por R\$ gasto

E se invertermos a divisão, temos:

R\$ gastos por R\$ recebido

Que em termos matemáticos resulta na seguinte expressão:

$$\frac{CT_0}{RT_0} = \frac{\sum_{t=0}^n \left(\frac{C_t}{(1+i)^t} \right)}{\sum_{t=0}^n \left(\frac{R_t}{(1+i)^t} \right)}$$

Lembrando que:

R_t é obtido com a venda de madeira a um preço p por m^3

Custo Financeiro da Produção

$$\frac{CT_0}{RT_0} = \frac{\sum_{t=0}^n \left(\frac{C_t}{(1+i)^t} \right)}{\sum_{t=0}^n \left(\frac{pV_t}{(1+i)^t} \right)} \quad \longrightarrow \quad \frac{CT_0}{RT_0} = \frac{\sum_{t=0}^n \left(\frac{C_t}{(1+i)^t} \right)}{p \sum_{t=0}^n \left(\frac{V_t}{(1+i)^t} \right)}$$

O princípio do **Custo Financeiro de Produção** considera que a madeira é vendida pelo custo de produção

$$\frac{\sum_{t=0}^n \left(\frac{C_t}{(1+i)^t} \right)}{p \sum_{t=0}^n \left(\frac{V_t}{(1+i)^t} \right)} = 1 \Rightarrow p^* = \frac{\sum_{t=0}^n \left(\frac{C_t}{(1+i)^t} \right)}{\sum_{t=0}^n \left(\frac{V_t}{(1+i)^t} \right)}$$