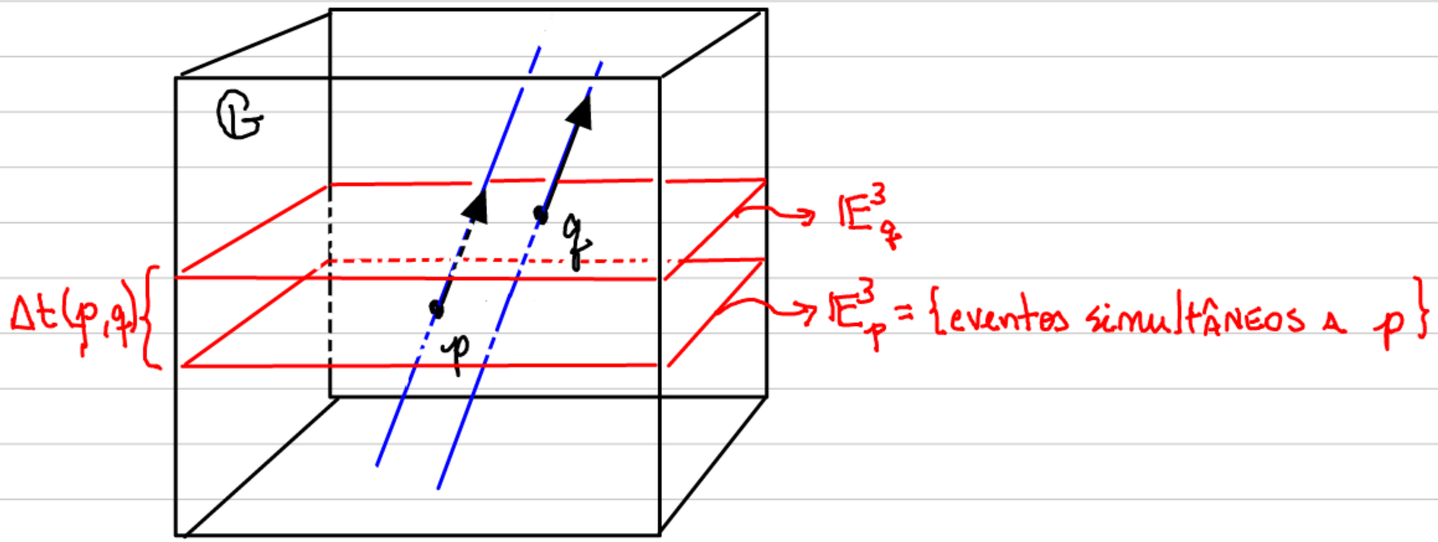
Espaço-tempo de Galileu

- **O que queremos?**

  - Noção de inercialidade;
  - " " repouso relativo (mesmo à distância);
  - " " tempo absoluto;
  - " " espaço euclidiano.



- **Estruturas**

  → Espaço afim: $\exists\ \psi : \mathbb{G}\times\mathbb{G} \to \mathbb{V}\ (\equiv \mathbb{V}_p,\ p\in\mathbb{G}) \,/\, \psi(p,q)+\psi(q,r) = \psi(p,r)$ e
  $\psi(p,\cdot):\mathbb{G}\to\mathbb{V}$ é uma bijeção $(\forall\ p\in\mathbb{G})$

  → Covetor $t_a \in \mathbb{V}^*$ privilegiado: $\Delta t(p,q) := t_a \Delta s^a(p,q)$, onde $\Delta s^a(p,q) := \psi(p,q)$.

→ Métrica Euclidiana h_{ab} definida em cada $\mathbb{E}^3_p = \{ x \in \mathcal{G} \,/\, t_a \Delta s^a(p,x) = 0 \}$

Distância espacial entre dois eventos p e q de acordo com observador inercial caracterizado pelo 4-vetor u^a (por convenção, normalizado segundo $t_a u^a = 1$):

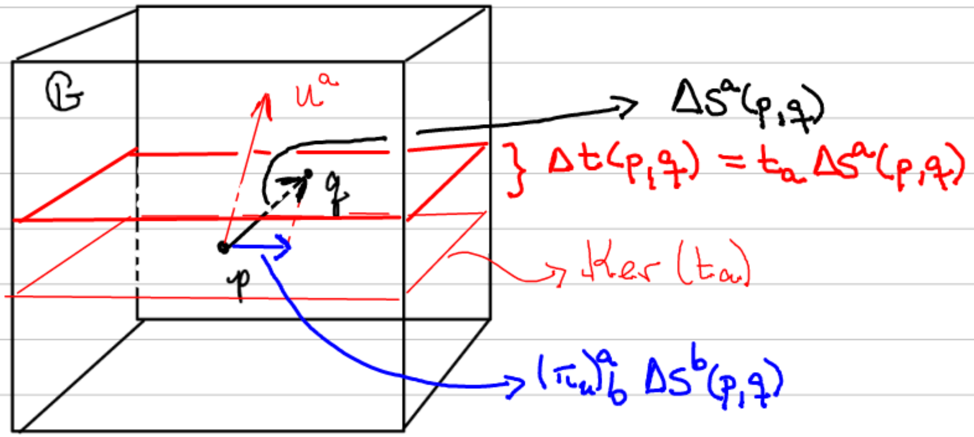
1º passo: Projetar $\Delta s^a(p,q) := \psi(p,q)$ em $\mathbb{E}^3_p$, de modo que eventos sobre a linha-de-mundo $\psi(p, p(\lambda)) = \lambda u^a$ sejam projetados em p (ou seja, u^a seja projetado em 0):

$$(\pi_u)^a{}_b : \mathbb{V} \to \ker(t_a) \,/\, (\pi_u)^a{}_b := \delta^a_b - u^a t_b ,$$

$$(\pi_u)^a{}_b \Delta s^b = \Delta s^a - u^a (t_b \Delta s^b)$$

2º passo: A distância espacial entre p e q atribuída pelo observador caracterizado por u^a é a <u>norma</u> da projeção acima

$$d(p,q) = \sqrt{h_{ab} (\Delta s^a - u^a t_c \Delta s^c)(\Delta s^b - u^b t_d \Delta s^d)}$$



Dois observadores inerciais, u^a e $\tilde{u}^a$:

→ Velocidade relativa (de $\tilde{u}^a$ em rel. a u^a)

$$V^a := (\pi_u)^a{}_b \tilde{u}^b = \tilde{u}^a - u^a$$

→ Relação entre projeções:

$$(\pi_{\tilde{u}})^a{}_b = (\pi_u)^a{}_b - t_b V^a$$

Logo, dados dois eventos quaisquer (p, q, com $\Delta s^a = \psi(p,q)$):

$$\begin{cases} \tilde{\Delta t} := t_a \Delta s^a = \Delta t \\ \Delta \tilde{x}^a := (\pi_{\tilde{u}})^a{}_b \Delta s^b = (\pi_u)^a{}_b \Delta s^b - V^a t_b \Delta s^b = \Delta x^a - V^a \Delta t \end{cases}$$

(transformações de Galileu)