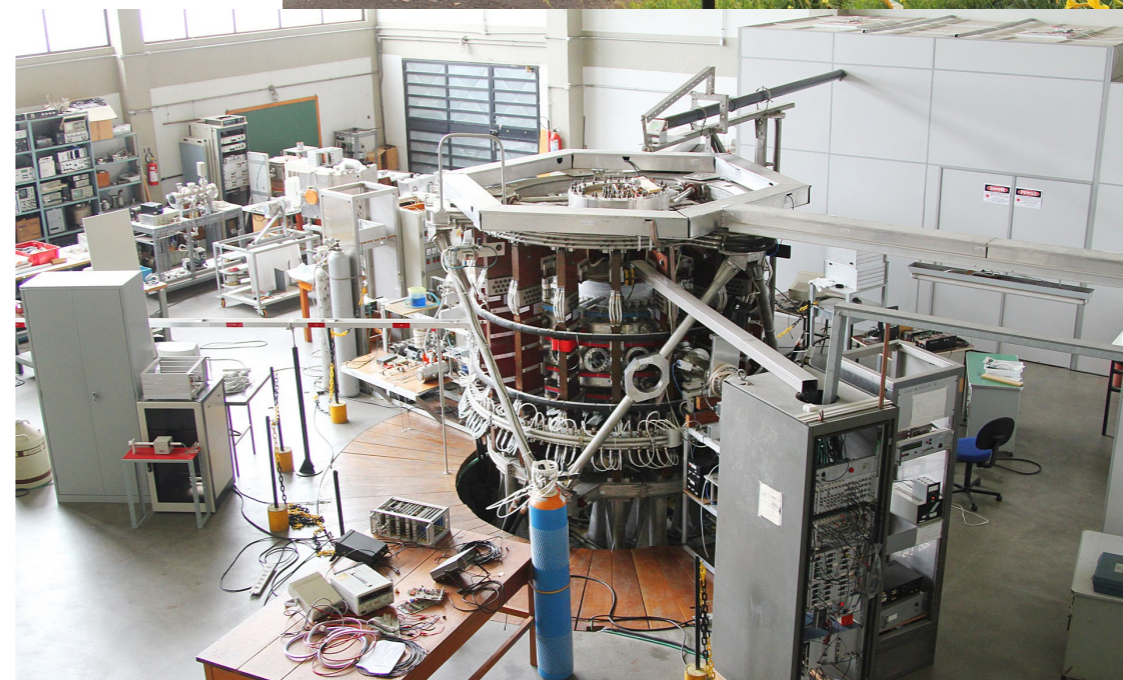


4300326 - Introdução à Física de Plasmas e à Fusão Nuclear

Ministrado por
Prof. Gustavo Paganini Canal
Laboratório de Física de Plasmas
Departamento de Física Aplicada
Instituto de Física
Universidade de São Paulo

Curso de graduação ministrado
remotamente e oferecido pelo
**Instituto de Física da
Universidade de São Paulo**



e-mail: canal@if.usp.br

São Paulo - SP, 3 de maio de 2021



4300326 - Introdução à Física de Plasmas e à Fusão Nuclear

- **O modelo de fluidos**

- *Introdução*
- *A relação entre a física de plasmas e o eletromagnetismo clássico*

4300326 - Introdução à Física de Plasmas e à Fusão Nuclear

- **O modelo de fluidos**

- *Introdução*

- *A relação entre a física de plasmas e o eletromagnetismo clássico*

O modelo de fluidos: introdução

- No modelo de órbita de partículas, os campos EMs eram prescritos, ou seja, não eram alterados pela presença/movimento das partículas
- Em plasmas, a situação é muito mais complicada, pois as trajetórias das partículas e os campos EMs precisam ser determinados de forma auto-consistente
 - *A posição e o movimento de partículas geram campos EM*
 - *Campos EMs fazem com que partículas se movam nessas mesmas órbitas*
 - *Além do mais, tudo isso precisa ser calculado numa situação com dinâmica temporal*
- Se cada partícula num plasma (10^{12} partículas por cm^{-3}) se move numa trajetória complicada, prever o comportamento desse plasma é uma tarefa sem esperança

O modelo de fluidos: introdução

- **Geralmente, não precisamos conhecer a trajetória de todas as partículas**
- **A maioria dos fenômenos de plasma observados em experimentos (talvez uns 80% deles) podem ser explicados por um modelo mais simples**
 - *Esse é o modelo usado em mecânica dos fluidos, no qual a identidade de partículas individuais é desprezada e apenas o movimento de elementos de fluido são considerados*
 - *No caso de plasmas, esses elementos contém cargas elétricas*
- **Em fluidos ordinários, colisões frequentes entre partículas mantém as partículas em um elemento de fluido se movendo juntas**
- **É surpreendente que um modelo de fluido seja capaz de descrever o comportamento de plasmas, nos quais colisões entre partículas são raras**
 - *Veremos mais adiante que há uma razão física para isso*

O modelo de fluidos: introdução

- **Na maior parte desse curso, usaremos o modelo de fluidos para extrair informações sobre o comportamento de plasmas**
- **Existe um modelo de plasmas mais refinado, chamado de teoria cinética de plasmas, porém esse modelo requer cálculos matemáticos mais complexos e não apropriados para o nível deste curso**
- **Em alguns casos, nem o modelo de fluidos nem a teoria cinética são suficientes para descrever o comportamento de plasmas**
 - *Nesses casos, temos que voltar ao tedioso problema de calcular a trajetória de partículas individuais que compõe o plasma*
- **Computadores modernos tem memória para armazenar a posição e a velocidade de, talvez, até 10^8 partículas**
 - *Nos últimos anos, a utilização de códigos computacionais tem crescido significativamente no avanço da modelagem de plasmas*

4300326 - Introdução à Física de Plasmas e à Fusão Nuclear

- **O modelo de fluidos**

- *Introdução*

- *A relação entre a física de plasmas e o eletromagnetismo clássico*

A relação entre a física de plasmas e o eletromagnetismo clássico

- **Equações de Maxwell no vácuo**

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \qquad \rho = \rho_f - \nabla \cdot \mathbf{P}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \qquad \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \qquad \mathbf{J} = \mathbf{J}_f + \nabla \times \mathbf{M} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}$$

- Note que há 6 incógnitas e 8 equações

- **As duas equações de Gauss (elétrica e magnética) são, na verdade, condições iniciais**

- Tomando o divergente das equações vetoriais, temos

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{B}) = 0 \quad \rightarrow \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = \text{const}$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = \mu_0 \left[\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E}) \right] = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} - \rho) = 0 \quad \rightarrow \quad \nabla \cdot \mathbf{E} - \frac{\rho}{\epsilon_0} = \text{const}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (\text{Equação da conservação da carga elétrica})$$

A relação entre a física de plasmas e o eletromagnetismo clássico

- Equações de Maxwell em um meio material

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \qquad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f$$

- Relações constitutivas

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \qquad \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}$$

- Em materiais lineares, os vetores polarização e magnetização podem ser escritos como

$$\mathbf{P} = \chi_e \mathbf{E} \qquad \mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$$

de modo que as relações constitutivas tornam-se

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \qquad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

com

$$\epsilon = (1 + \chi_e) \epsilon_0 \qquad \mu = (1 + \chi_m) \mu_0$$

Tratamento clássico de materiais magnéticos

- Como cada partícula num plasma magnetizado possui um momento magnético

$$\mathbf{M} = -\frac{nW_{\perp}}{B^2}\mathbf{B}$$

parece óbvio que plasmas devem ser tratados com meios magnéticos

- *No entanto, note que, em módulo, a magnetização é inversamente proporcional à magnitude do campo magnético*

$$|\mathbf{M}| = -\frac{nW_{\perp}}{|\mathbf{B}|}$$

- *Dessa forma, não é possível escrever o campo magnético como*

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$$

e, por isso, não é vantajoso tratar plasmas como meios magnéticos

Tratamento clássico de materiais dielétricos

- Para calcular a constante dielétrica de um plasma, vamos inserir a corrente de polarização na equação de Ampère-Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{J}_P + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) = \mu_0 \left(\frac{\rho_m}{B^2} \frac{\partial \mathbf{E}_\perp}{\partial t} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) = \mu_0 \epsilon_0 \left(1 + \frac{\rho_m}{\epsilon_0 B^2} \right) \frac{\partial \mathbf{E}_\perp}{\partial t} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}_\parallel}{\partial t}$$

- Portanto, a corrente dielétrica perpendicular será

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad \text{where } \epsilon_\parallel = \epsilon_0 \quad \text{and} \quad \epsilon_\perp = \epsilon_0 \left(1 + \frac{\rho_m}{\epsilon_0 B^2} \right)$$

- A densidade de carga resultante do acúmulo devido à deriva de polarização deve satisfazer a equação de continuidade de carga

$$\frac{\partial \rho_P}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J}_P = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \rho_P}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\frac{\rho_m}{B_0^2} \frac{\partial \mathbf{E}_\perp}{\partial t} \right) = 0 \quad \rightarrow \quad \rho_P = - \frac{\rho_m}{B_0^2} \nabla \cdot \mathbf{E}_\perp$$

- Escrevendo a densidade de carga total como $\rho_{total} = \rho + \rho_P$ nos permite escrever

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_\parallel + \nabla \cdot \mathbf{E}_\perp = \frac{\rho}{\epsilon_0} - \frac{\rho_m}{\epsilon_0 B^2} \nabla \cdot \mathbf{E}_\perp \quad \rightarrow \quad \nabla \cdot \left[\epsilon_0 \mathbf{E}_\parallel + \epsilon_0 \left(1 + \frac{\rho_m}{\epsilon_0 B^2} \right) \mathbf{E}_\perp \right] = \rho \quad \rightarrow \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

Tratamento clássico de materiais dielétricos

- **Vamos estimar a magnitude da permissividade elétrica de um plasma de fusão de hidrogênio com parâmetros:**

- *Densidade de plasma: $1 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$*
- *Temperatura do plasma: $1 \times 10^8 \text{ K}$ ($W_{\perp} = 1/2 m v_{\perp}^2 \approx k_B T / 2 = 7 \times 10^{-16} \text{ J}$)*
- *Campo magnético: 1 T*
- *Constantes físicas: $m_i = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ e $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$*

- **Permissividade elétrica do plasma perpendicular ao campo magnético**

$$\epsilon_{\perp} / \epsilon_0 = 1 + \frac{1.67 \times 10^{-27} \times 1 \times 10^{20}}{8.85 \times 10^{-12} \times 1^2} = 1 + 1.89 \times 10^4 \approx 1.89 \times 10^4 \gg 1$$

- *Isso significa que o campo elétrico no interior do plasma, devido às próprias partículas do plasma, altera de forma significativa o campo elétrico aplicado externamente*
- *Plasmas com altos valores de ϵ blindam campos alternados da mesma forma que um plasma com pequeno λ_D blindam campos elétricos DC*

Exercícios

- Exercício do F.F. Chen:
 - 3.1 e 3.2

Referências

- **F.F. Chen**
 - *Capítulo 3, seções 3.1 e 3.2*