

Tópicos de pesquisa operacional aplicados ao Transporte Aquaviário

STT 403 – Aeroportos, Portos e Vias navegáveis

Lucas Assirati
assirati@usp.br
beth.stt.eesc.usp.br/~la

TÓPICOS:

1. Movimentação de cargas sujeito à restrições técnicas
2. Alocação de recursos

Pesquisa Operacional e métodos de otimização

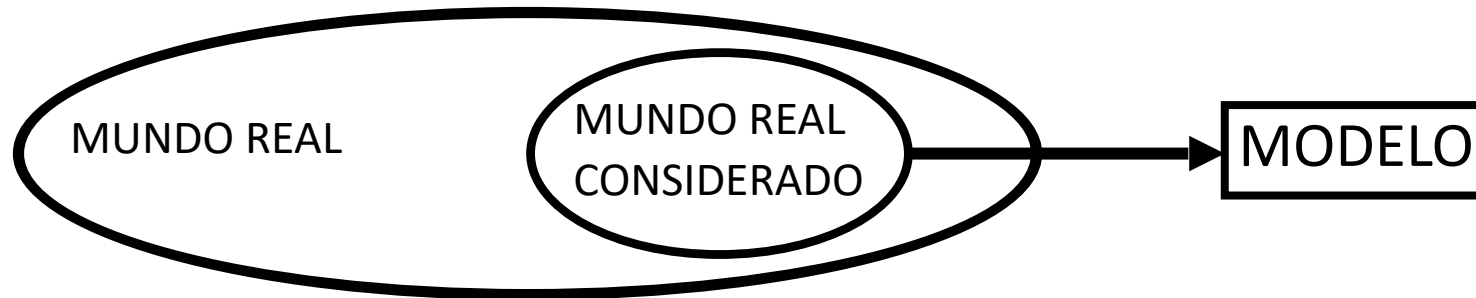
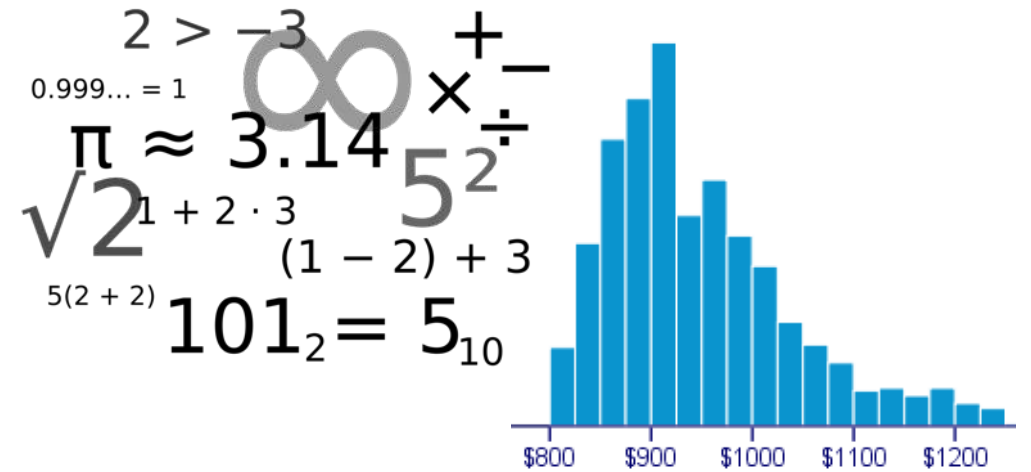
Pesquisa Operacional e métodos de otimização

Pesquisa operacional:

Pesquisa Operacional e métodos de otimização

Pesquisa operacional:

- Caráter interdisciplinar
- Uso de modelos matemáticos



Pesquisa Operacional e métodos de otimização

Pesquisa operacional:

- Caráter interdisciplinar
- Uso de modelos matemáticos
- Auxílio à tomada de decisões



Pesquisa Operacional e métodos de otimização

Pesquisa operacional:

- Caráter interdisciplinar
- Uso de modelos matemáticos
- Auxílio à tomada de decisões
- Objetivo: otimização



Pesquisa Operacional e métodos de otimização

Otimização:

Pesquisa Operacional e métodos de otimização

Otimização:

MAXIMIZAÇÃO



Pesquisa Operacional e métodos de otimização

Otimização:

MAXIMIZAÇÃO

MINIMIZAÇÃO

Pesquisa Operacional e métodos de otimização

Otimização:

MAXIMIZAÇÃO



LUCRO

MINIMIZAÇÃO

Pesquisa Operacional e métodos de otimização

Otimização:

MAXIMIZAÇÃO



LUCRO



PERFORMANCE

MINIMIZAÇÃO

Pesquisa Operacional e métodos de otimização

Otimização:

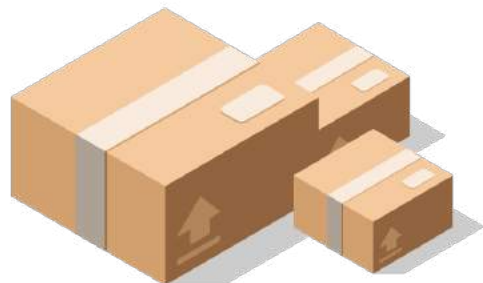
MAXIMIZAÇÃO



LUCRO



PERFORMANCE



MOVIMENTAÇÃO
DE CARGAS

MINIMIZAÇÃO

Pesquisa Operacional e métodos de otimização

Otimização:

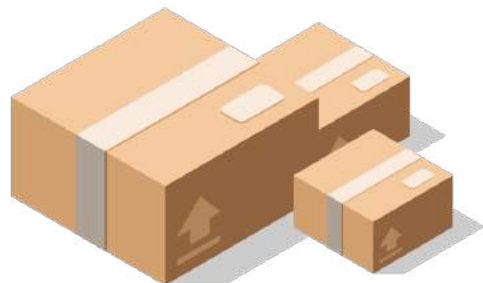
MAXIMIZAÇÃO



LUCRO



PERFORMANCE



MOVIMENTAÇÃO
DE CARGAS

MINIMIZAÇÃO



CUSTOS

Pesquisa Operacional e métodos de otimização

Otimização:

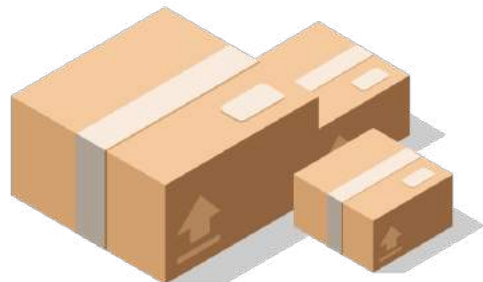
MAXIMIZAÇÃO



LUCRO



PERFORMANCE



MOVIMENTAÇÃO
DE CARGAS

MINIMIZAÇÃO



CUSTOS



RECURSOS

Pesquisa Operacional e métodos de otimização

Otimização:

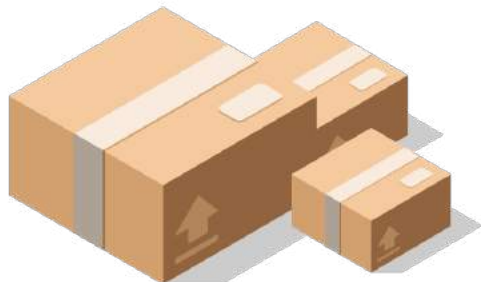
MAXIMIZAÇÃO



LUCRO



PERFORMANCE



MOVIMENTAÇÃO
DE CARGAS

MINIMIZAÇÃO



CUSTOS



RECURSOS



TEMPO

TÓPICOS:

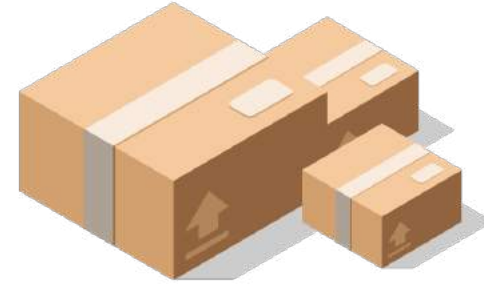
1. Movimentação de cargas sujeito à restrições técnicas
2. Alocação de recursos

TÓPICOS:

1. Movimentação de cargas sujeito à restrições técnicas

2. Alocação de recursos

Maximização



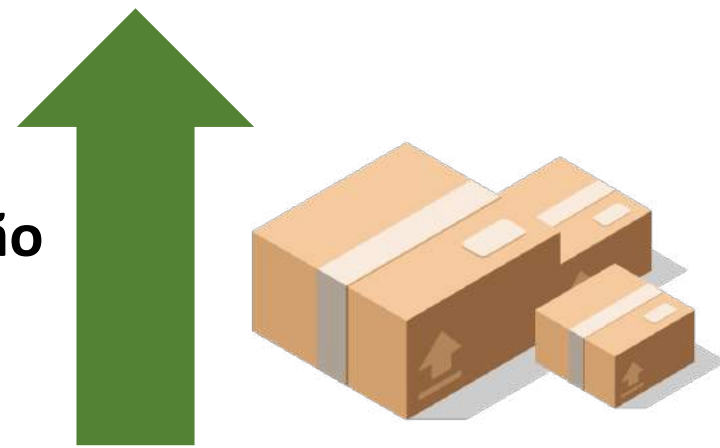
**MOVIMENTAÇÃO
DE CARGAS**

TÓPICOS:

1. Movimentação de cargas sujeito à restrições técnicas
 - Programação linear pelo método gráfico

2. Alocação de recursos

Maximização



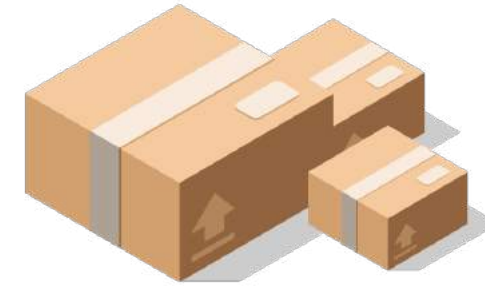
**MOVIMENTAÇÃO
DE CARGAS**

TÓPICOS:

1. Movimentação de cargas sujeito à restrições técnicas
 - Programação linear pelo método gráfico

2. Alocação de recursos

Maximização



**MOVIMENTAÇÃO
DE CARGAS**

TEMPO



Minimização

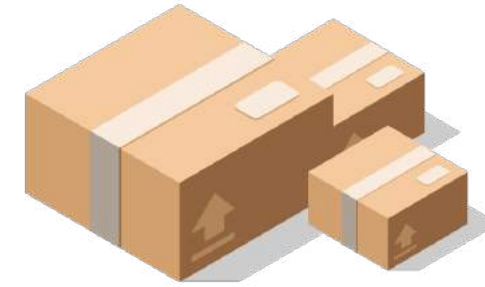
TÓPICOS:

1. Movimentação de cargas sujeito à restrições técnicas
 - Programação linear pelo método gráfico

2. Alocação de recursos

- Modelo de designação por redução de linhas & colunas

Maximização



**MOVIMENTAÇÃO
DE CARGAS**



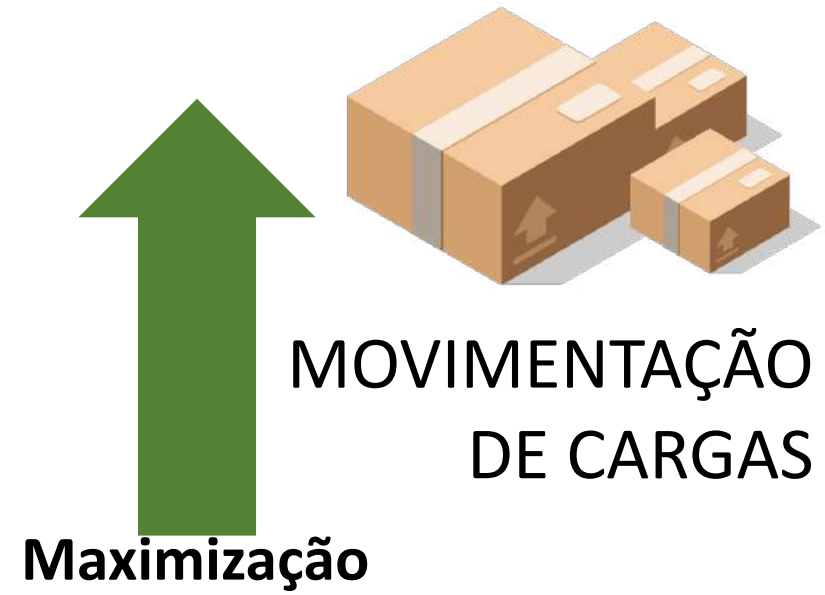
TEMPO

Minimização



1 - Movimentação de cargas sujeito à restrições técnicas

- Programação linear pelo método gráfico

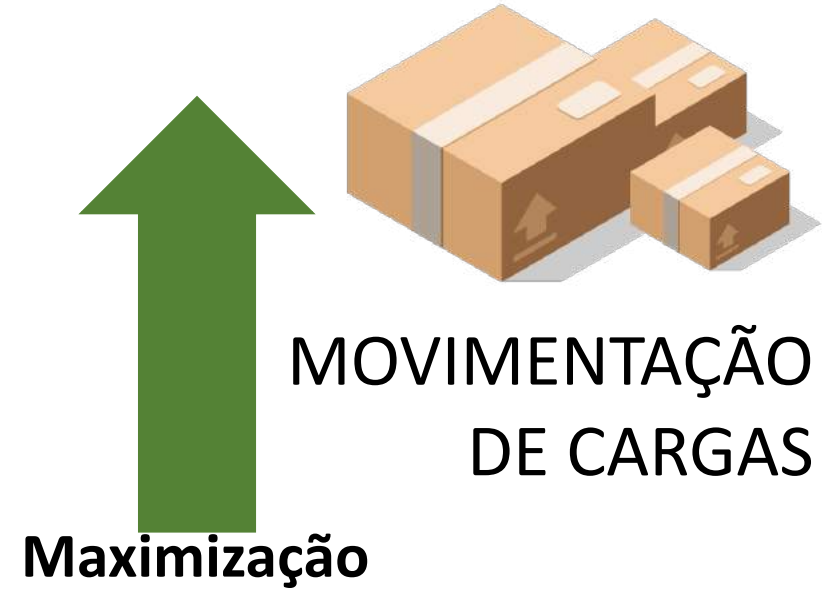


1 - Movimentação de cargas sujeito à restrições técnicas

- Programação linear pelo método gráfico

Composto por:

- Função objetivo
- Restrições técnicas



1 - Movimentação de cargas sujeito à restrições técnicas

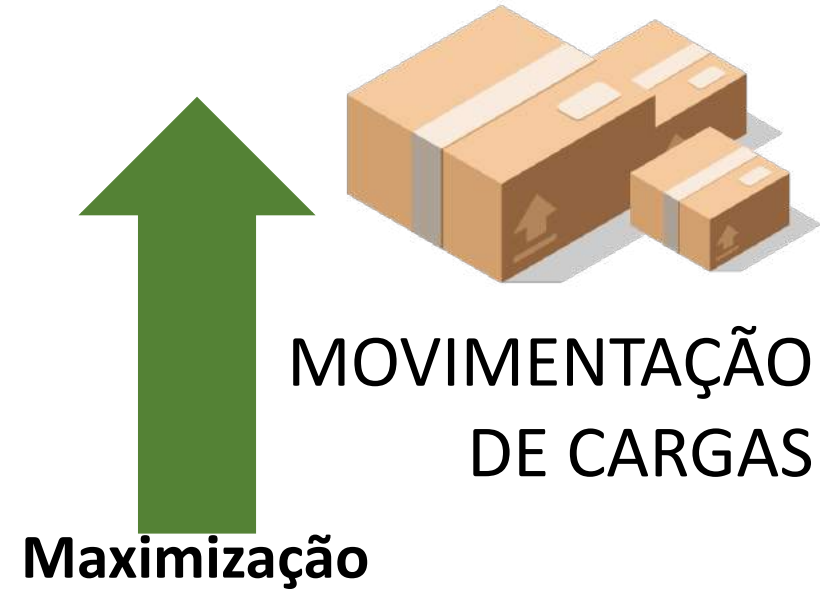
- Programação linear pelo método gráfico

Composto por:

- Função objetivo
- Restrições técnicas

Características:

- Geometricamente, as restrições técnicas delimitam o conjunto de soluções viáveis
- Melhores soluções localizadas nos pontos de fronteira



- Um terminal hidroviário é especializado no armazenamento e movimentação de graneis

Granel 1 / Granel 2

- Um terminal hidroviário é especializado no armazenamento e movimentação de granéis
- Atualmente, a cotação do granel 1 é de 35 U.M./ton e a cotação do granel 2 é de 55 U.M./ton

Granel 1 / Granel 2

- Um terminal hidroviário é especializado no armazenamento e movimentação de granéis
- Atualmente, a cotação do granel 1 é de 35 U.M./ton e a cotação do granel 2 é de 55 U.M./ton

$$L = 35 * x_1 + 55 * x_2 \text{ (função objetivo)}$$

Granel 1 / Granel 2

- Um terminal hidroviário é especializado no armazenamento e movimentação de granéis
- Atualmente, a cotação do granel 1 é de 35 U.M./ton e a cotação do granel 2 é de 55 U.M./ton

$$L = 35 * x_1 + 55 * x_2 \text{ (função objetivo)}$$

Granel 1 / Granel 2

- Um terminal hidroviário é especializado no armazenamento e movimentação de granéis
- Atualmente, a cotação do granel 1 é de 35 U.M./ton e a cotação do granel 2 é de 55 U.M./ton

$$L = 35 * x_1 + 55 * x_2 \text{ (função objetivo)}$$

Granel 1 / Granel 2

- Um terminal hidroviário é especializado no armazenamento e movimentação de granéis
- Atualmente, a cotação do granel 1 é de 35 U.M./ton e a cotação do granel 2 é de 55 U.M./ton
- Devido à limitações do armazém de estocagem é possível realizar o transporte de até 160 toneladas diárias do granel 1 e de até 120 toneladas diárias do granel 2

$$L = 35 * x_1 + 55 * x_2 \text{ (função objetivo)}$$

Granel 1 / Granel 2

- Um terminal hidroviário é especializado no armazenamento e movimentação de graneis
- Atualmente, a cotação do granel 1 é de 35 U.M./ton e a cotação do granel 2 é de 55 U.M./ton
- Devido à limitações do armazém de estocagem é possível realizar o transporte de até 160 toneladas diárias do granel 1 e de até 120 toneladas diárias do granel 2



$$L = 35 * x_1 + 55 * x_2 \text{ (função objetivo)}$$

Mercadoria	Fator de Acondicionamento (m ³ /ton.)	Ângulo de Repouso (°)
Bauxite	0,74-0,91	28-49
Cimento	0,65	-
Carvão	0,8-1,4	30-45
Farinha de Peixe	1,25	-
Milho	1,33-1,42	30-40
Centeio	1,42	30
Soja	1,25	30
Trigo	1,33-1,39	25-30
Minério de Ferro	0,30-0,66	30-50
Fosfato	0,73-0,78	30-34
Açúcar	1,13-1,27	40

Granel 1 / Granel 2

- Um terminal hidroviário é especializado no armazenamento e movimentação de graneis
- Atualmente, a cotação do granel 1 é de 35 U.M./ton e a cotação do granel 2 é de 55 U.M./ton
- Devido à limitações do armazém de estocagem é possível realizar o transporte de até 160 toneladas diárias do granel 1 e de até 120 toneladas diárias do granel 2



Mercadoria	Fator de Acondicionamento (m ³ /ton.)	Ângulo de Repouso (°)
Bauxite	0,74-0,91	28-49
Cimento	0,65	-
Carvão	0,8-1,4	30-45
Farinha de Peixe	1,25	-
Milho	1,33-1,42	30-40
Centeio	1,42	30
Soja	1,25	30
Trigo	1,33-1,39	25-30
Minério de Ferro	0,30-0,66	30-50
Fosfato	0,73-0,78	30-34
Açúcar	1,13-1,27	40

$$L = 35 * x1 + 55 * x2 \text{ (função objetivo)}$$

$$x1 \leq 160$$

$$x2 \leq 120$$

Granel 1 / Granel 2

- Um terminal hidroviário é especializado no armazenamento e movimentação de granéis
- Atualmente, a cotação do granel 1 é de 35 U.M./ton e a cotação do granel 2 é de 55 U.M./ton
- Devido à limitações do armazém de estocagem é possível realizar o transporte de até 160 toneladas diárias do granel 1 e de até 120 toneladas diárias do granel 2
- O equipamento que provê o carregamento (shiploader) das embarcações conduz no máximo 180 toneladas/dia.

$$L = 35 * x_1 + 55 * x_2 \quad (\text{função objetivo})$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$



Granel 1 / Granel 2

- Um terminal hidroviário é especializado no armazenamento e movimentação de granéis
- Atualmente, a cotação do granel 1 é de 35 U.M./ton e a cotação do granel 2 é de 55 U.M./ton
- Devido à limitações do armazém de estocagem é possível realizar o transporte de até 160 toneladas diárias do granel 1 e de até 120 toneladas diárias do granel 2
- O equipamento que provê o carregamento (shiploader) das embarcações conduz no máximo 180 toneladas/dia.

$$L = 35 * x_1 + 55 * x_2 \quad (\text{função objetivo})$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$



Granel 1 / Granel 2

- Um terminal hidroviário é especializado no armazenamento e movimentação de graneis
- Atualmente, a cotação do granel 1 é de 35 U.M./ton e a cotação do granel 2 é de 55 U.M./ton
- Devido à limitações do armazém de estocagem é possível realizar o transporte de até 160 toneladas diárias do granel 1 e de até 120 toneladas diárias do granel 2
- O equipamento que provê o carregamento (shiploader) das embarcações conduz no máximo 180 toneladas/dia.

$$L = 35 * x_1 + 55 * x_2 \quad (\text{função objetivo})$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

} Restrições técnicas



Granel 1 / Granel 2

- Um terminal hidroviário é especializado no armazenamento e movimentação de granéis
- Atualmente, a cotação do granel 1 é de 35 U.M./ton e a cotação do granel 2 é de 55 U.M./ton
- Devido à limitações do armazém de estocagem é possível realizar o transporte de até 160 toneladas diárias do granel 1 e de até 120 toneladas diárias do granel 2
- O equipamento que provê o carregamento (shiploader) das embarcações conduz no máximo 180 toneladas/dia.
- Qual quantidade de cada granel deve-se movimentar a fim de obter o máximo lucro diário?

$$L = 35 * x_1 + 55 * x_2 \quad (\text{função objetivo})$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

} Restrições técnicas

Granel 1 / Granel 2

$$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

$$L = 35x_1 + 55x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

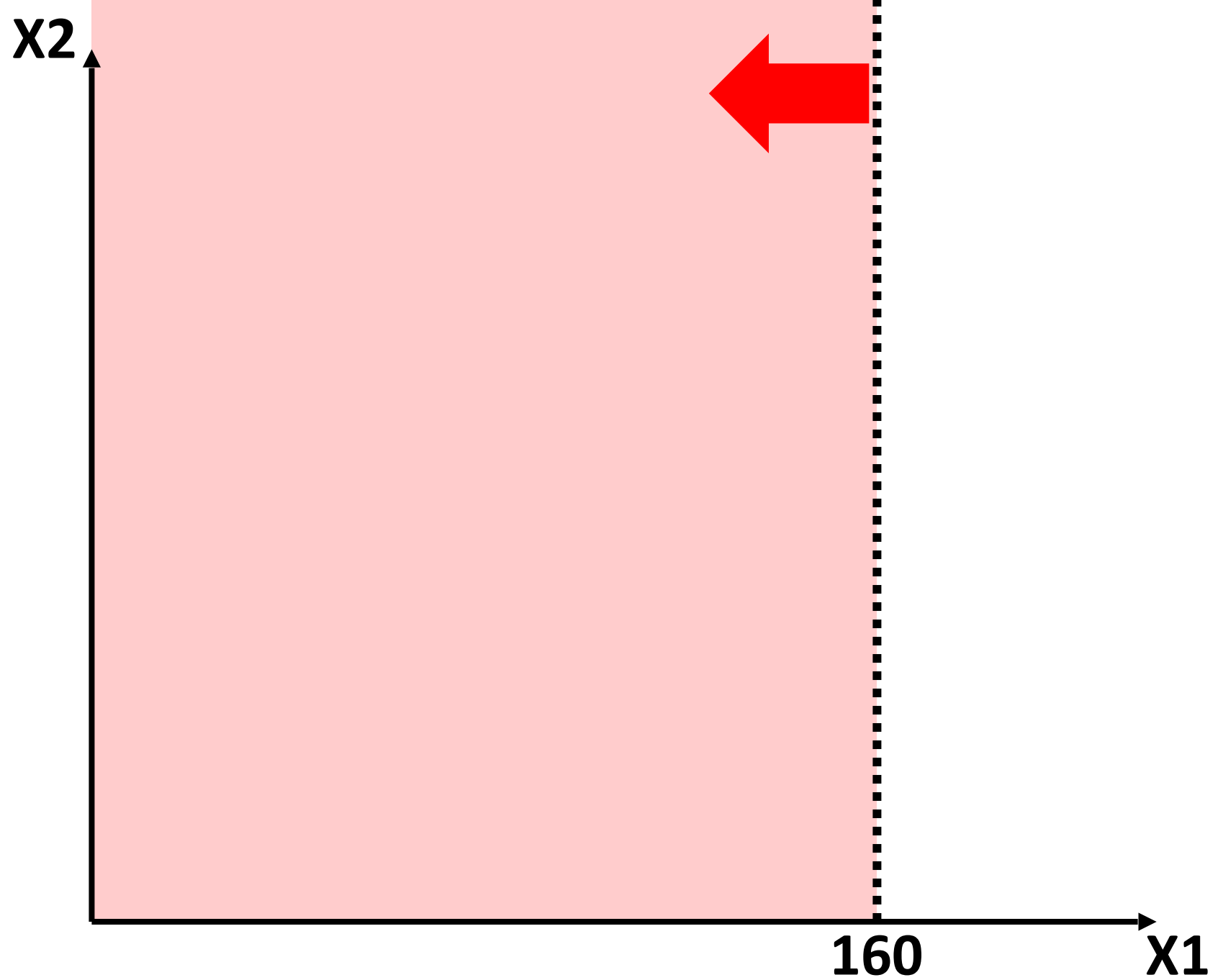


$$L = 35x_1 + 55x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

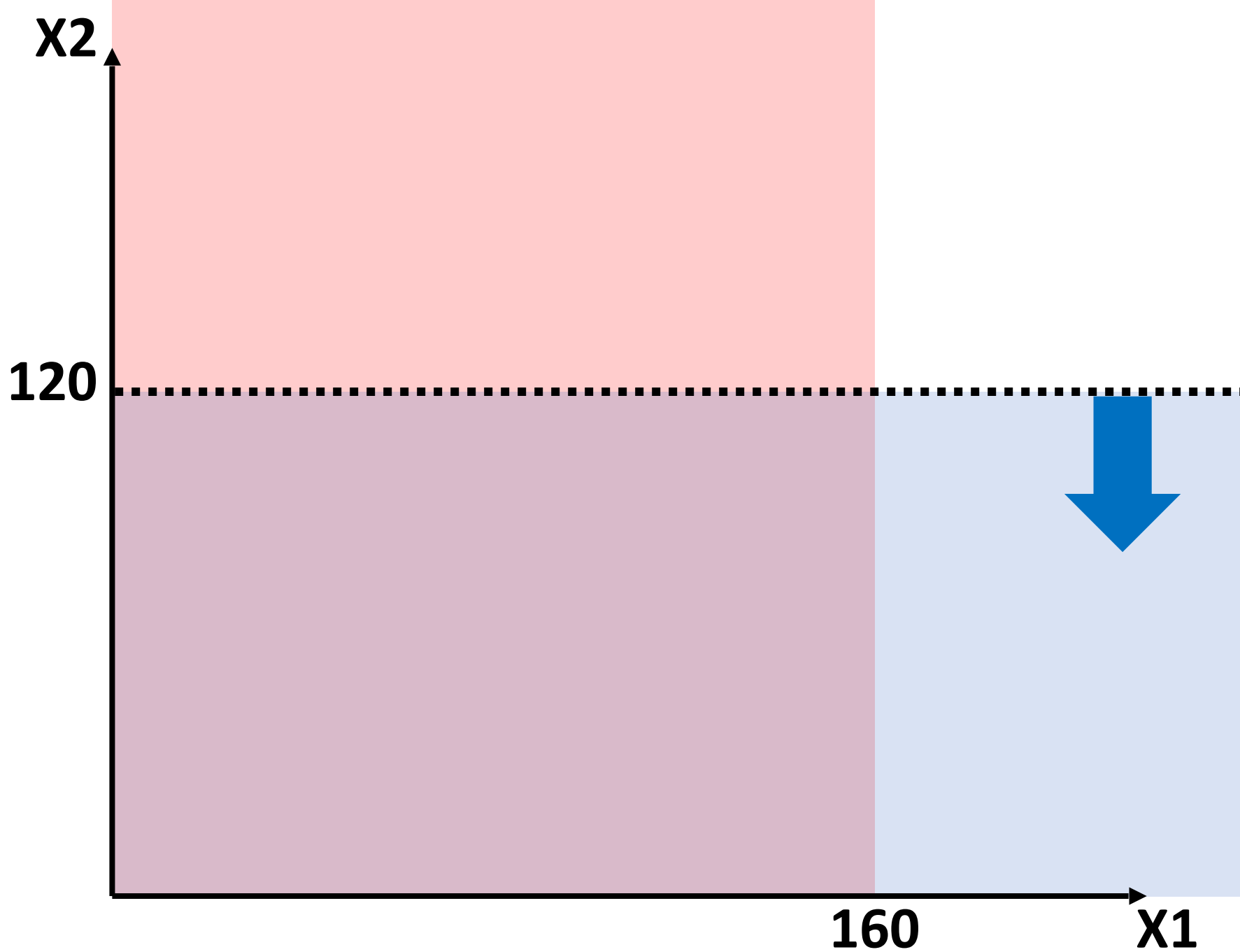


$$L = 35x_1 + 55x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

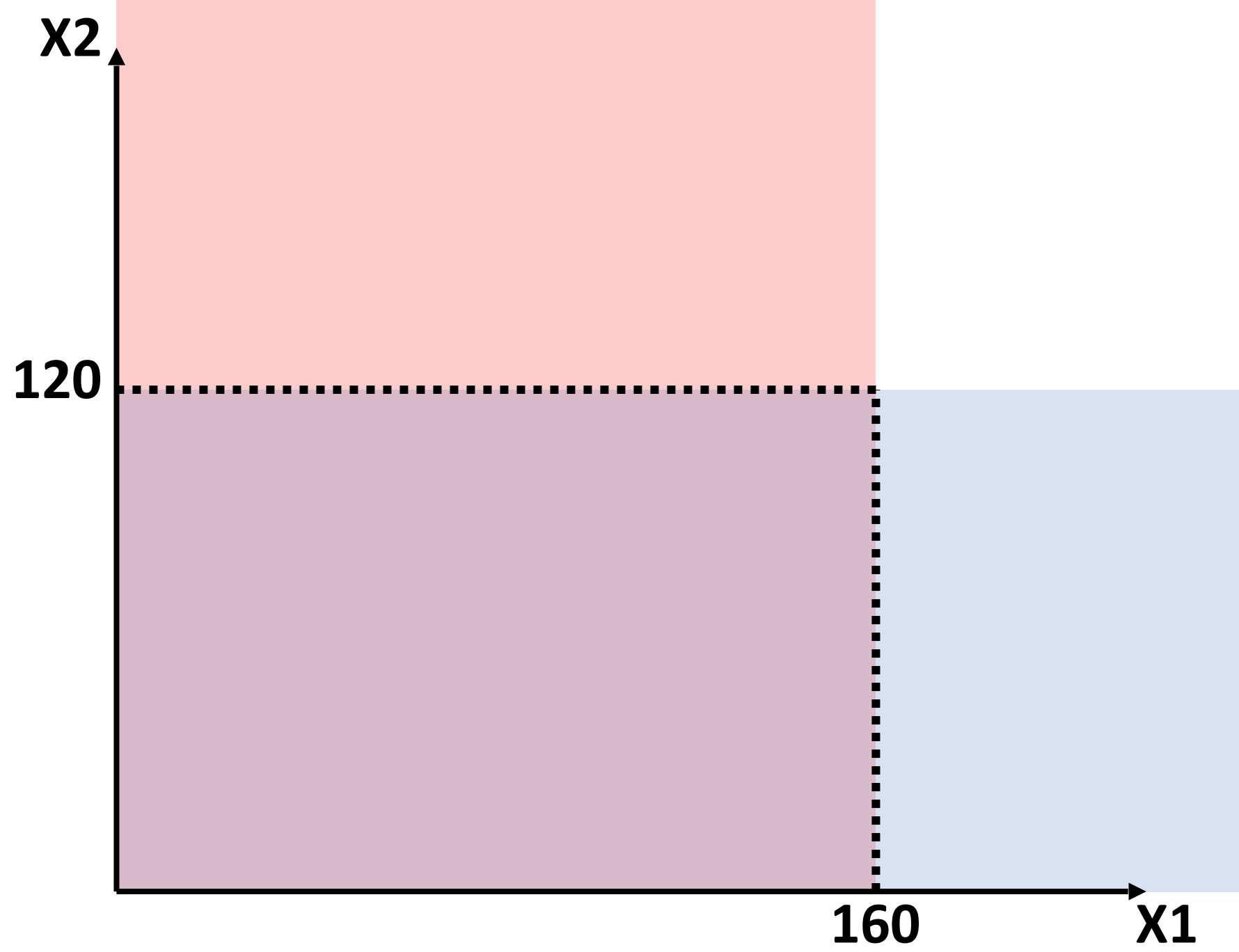


$$L = 35x_1 + 55x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

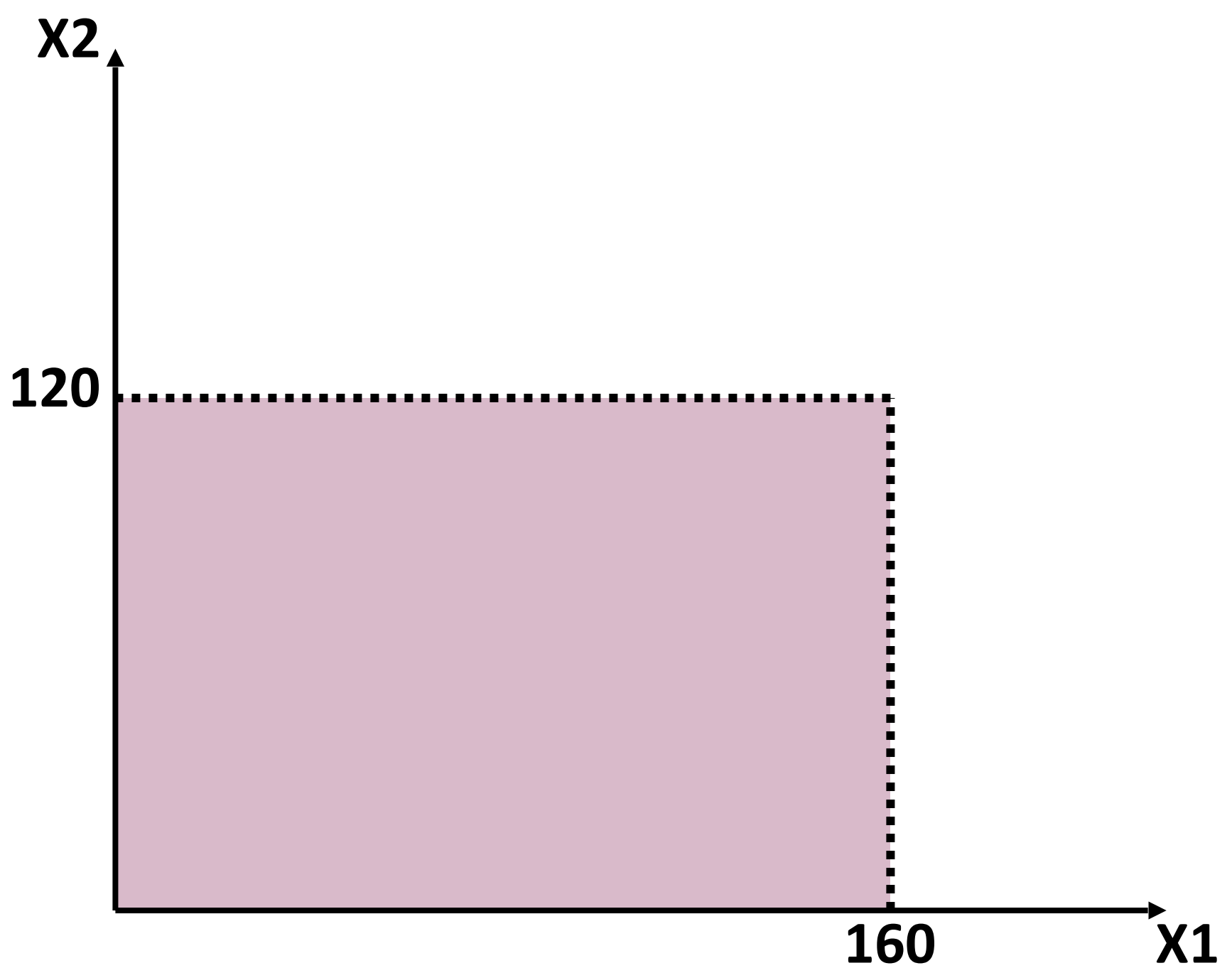


$$L = 35x_1 + 55x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

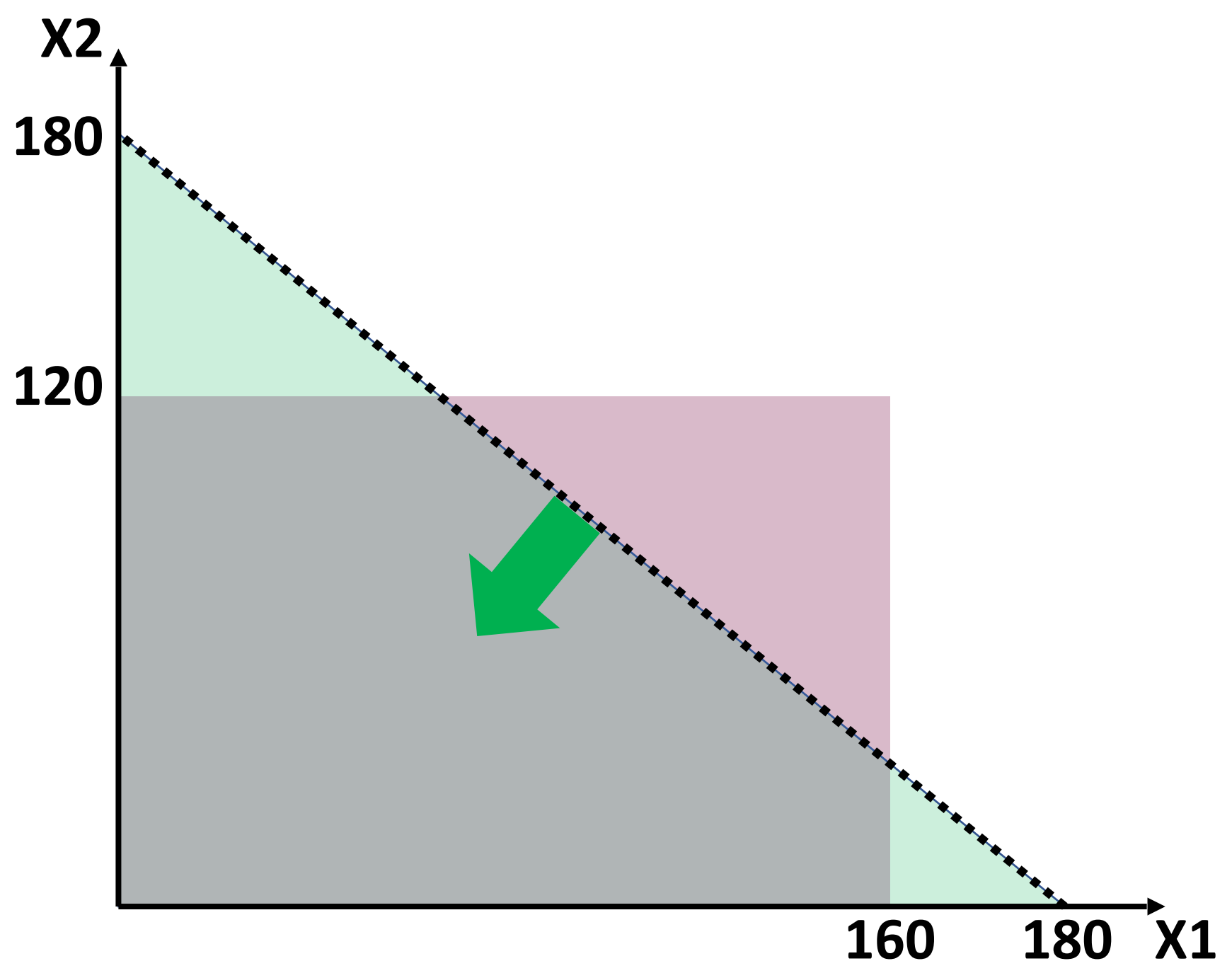


$$L = 35x_1 + 55x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

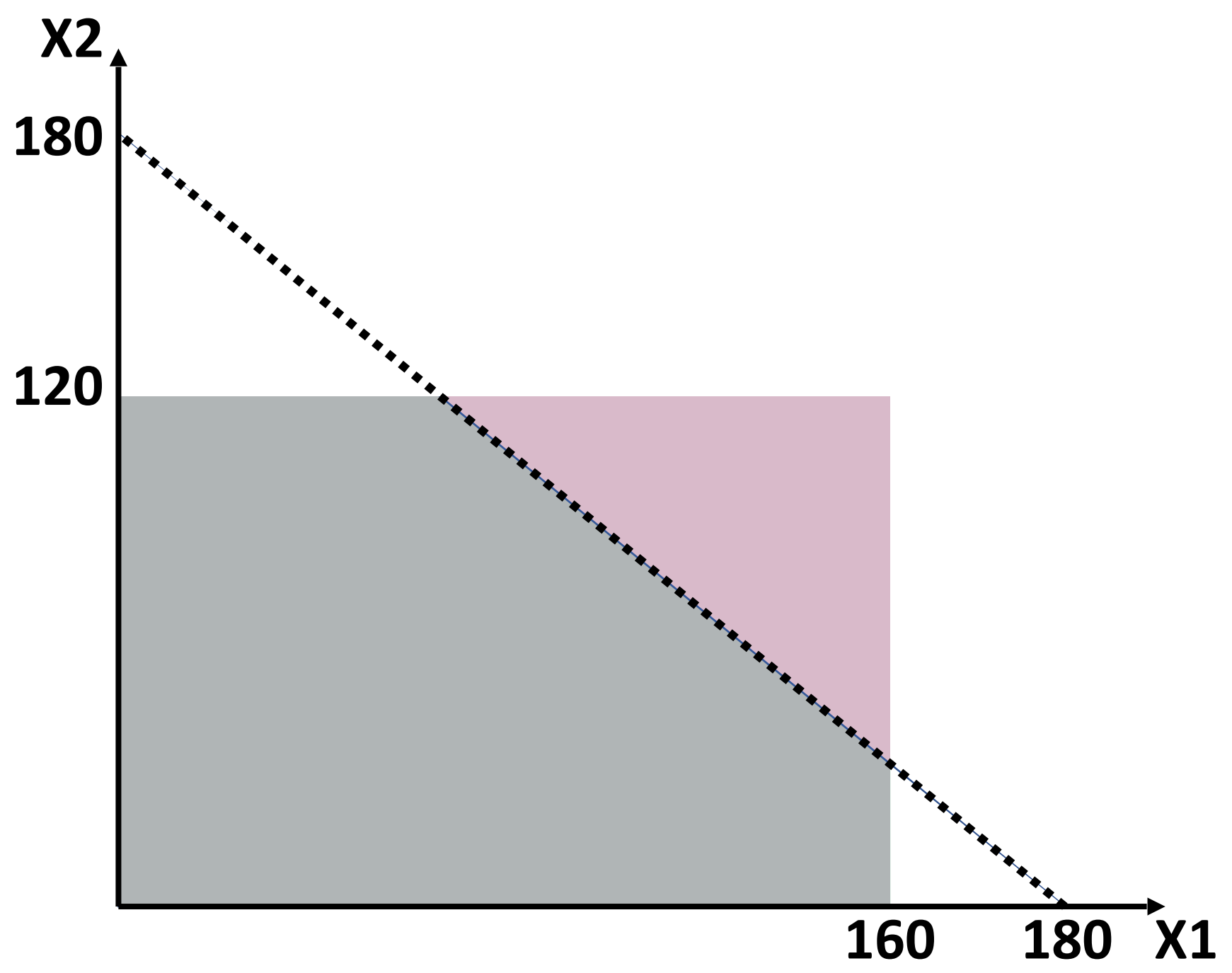


$$L = 35x_1 + 55x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

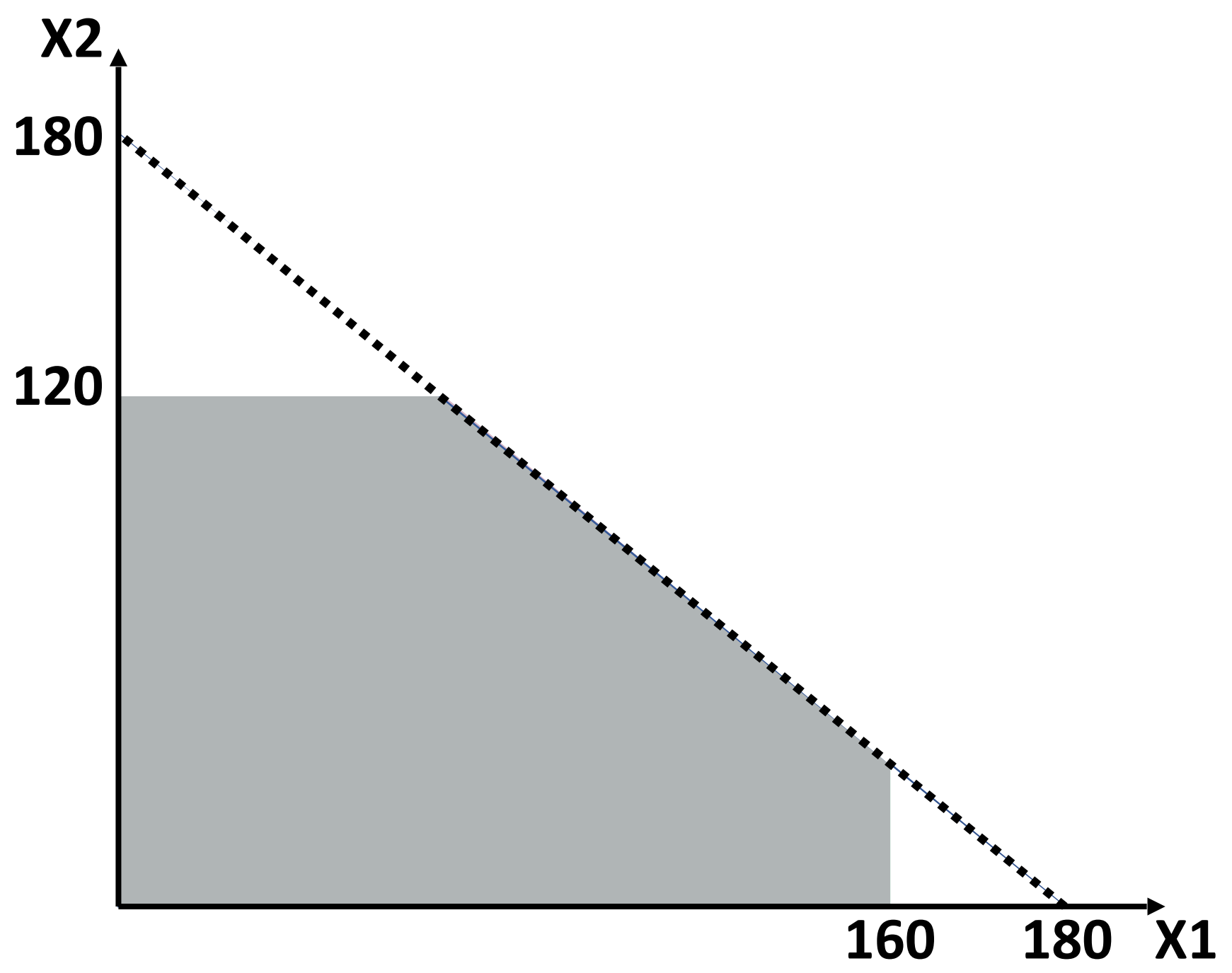


$$L = 35x_1 + 55x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

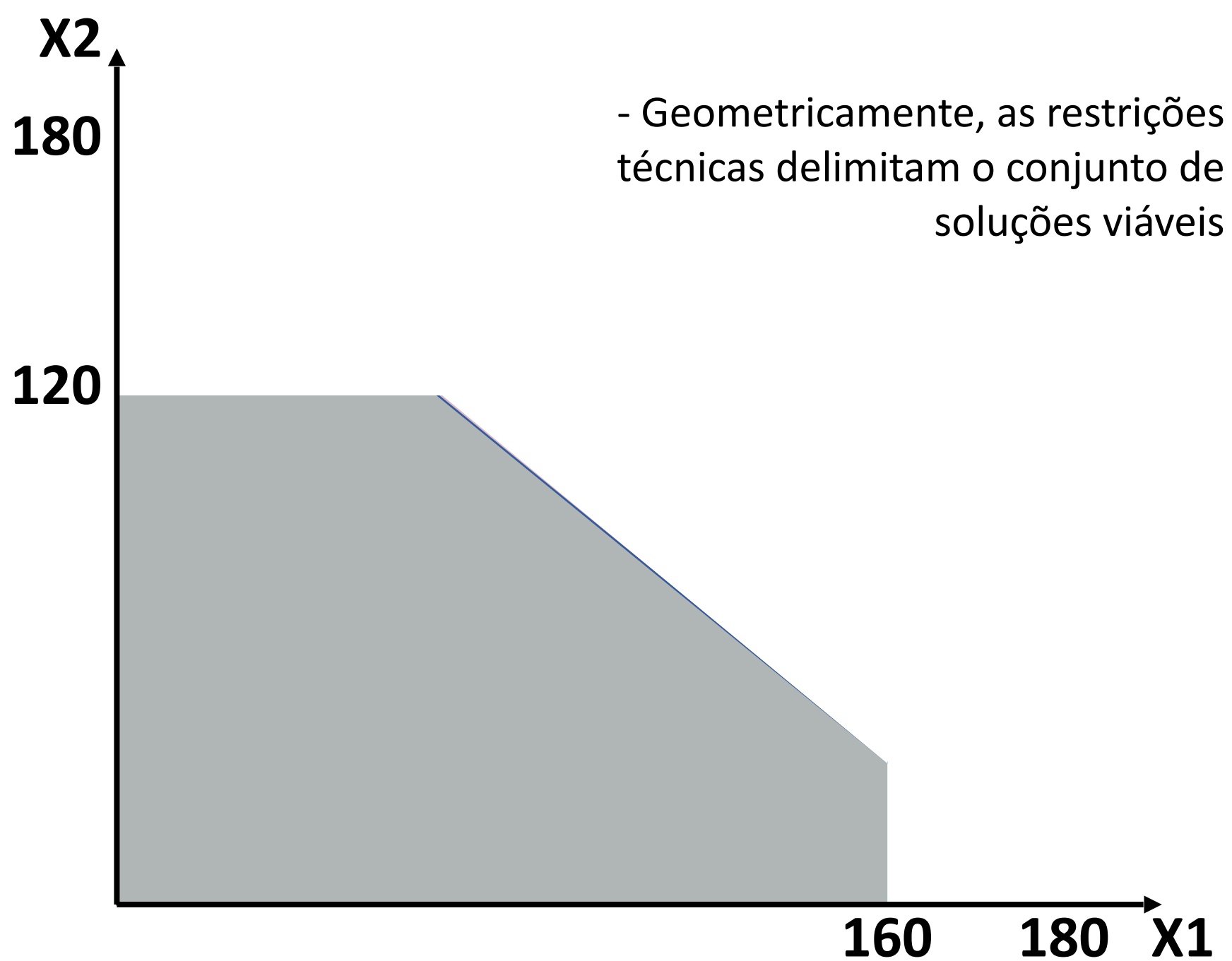


$$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

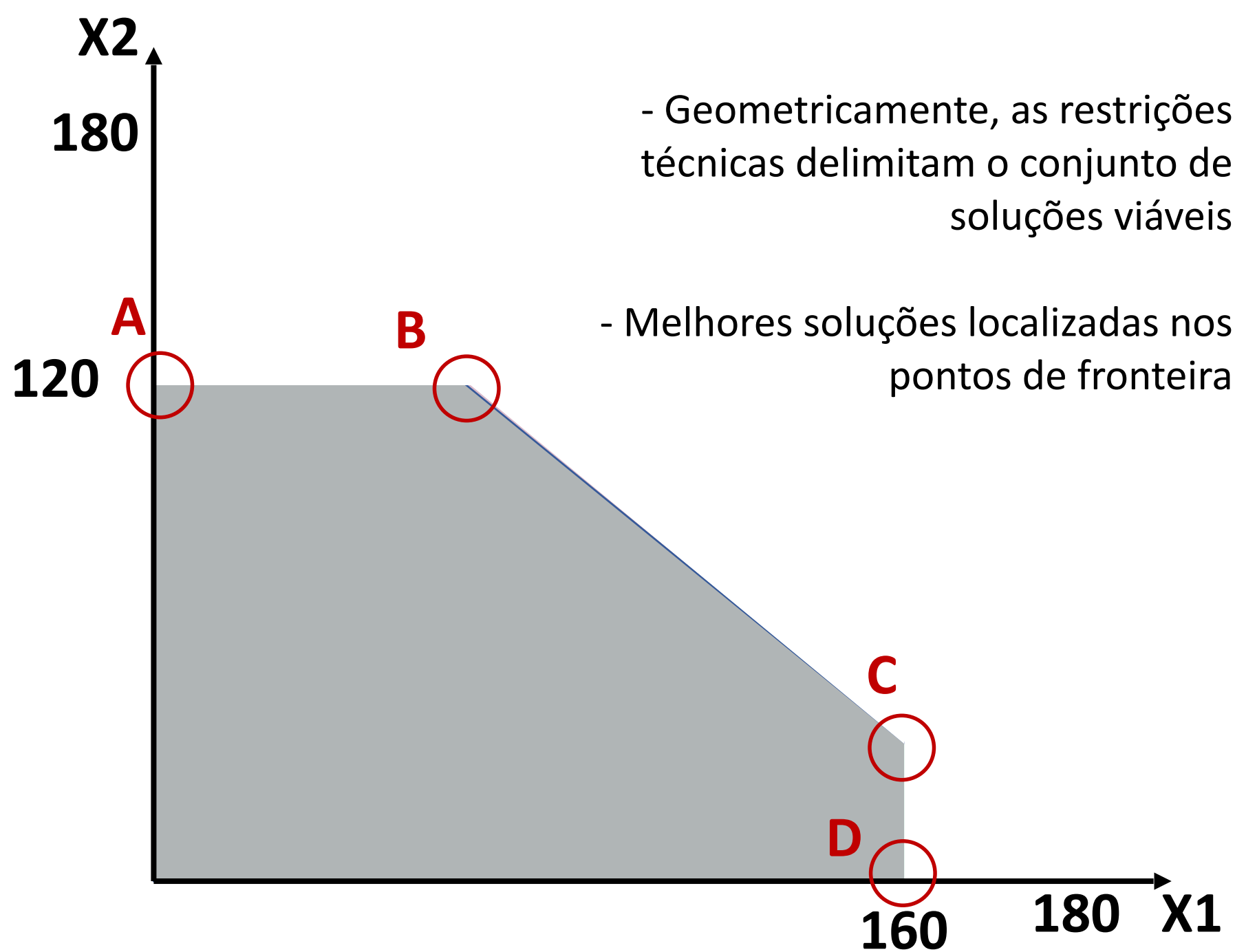


$$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

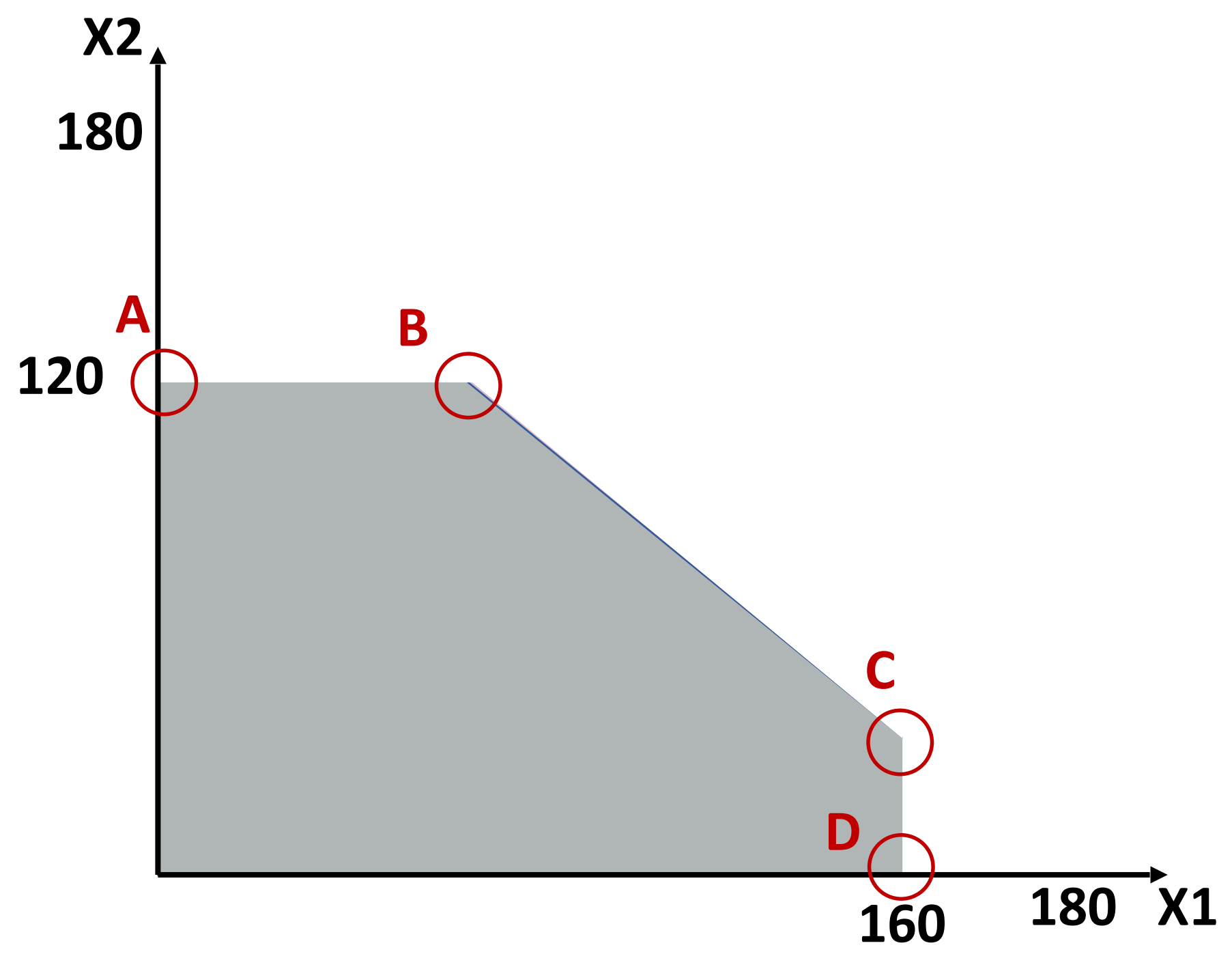


$$L = 35x_1 + 55x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

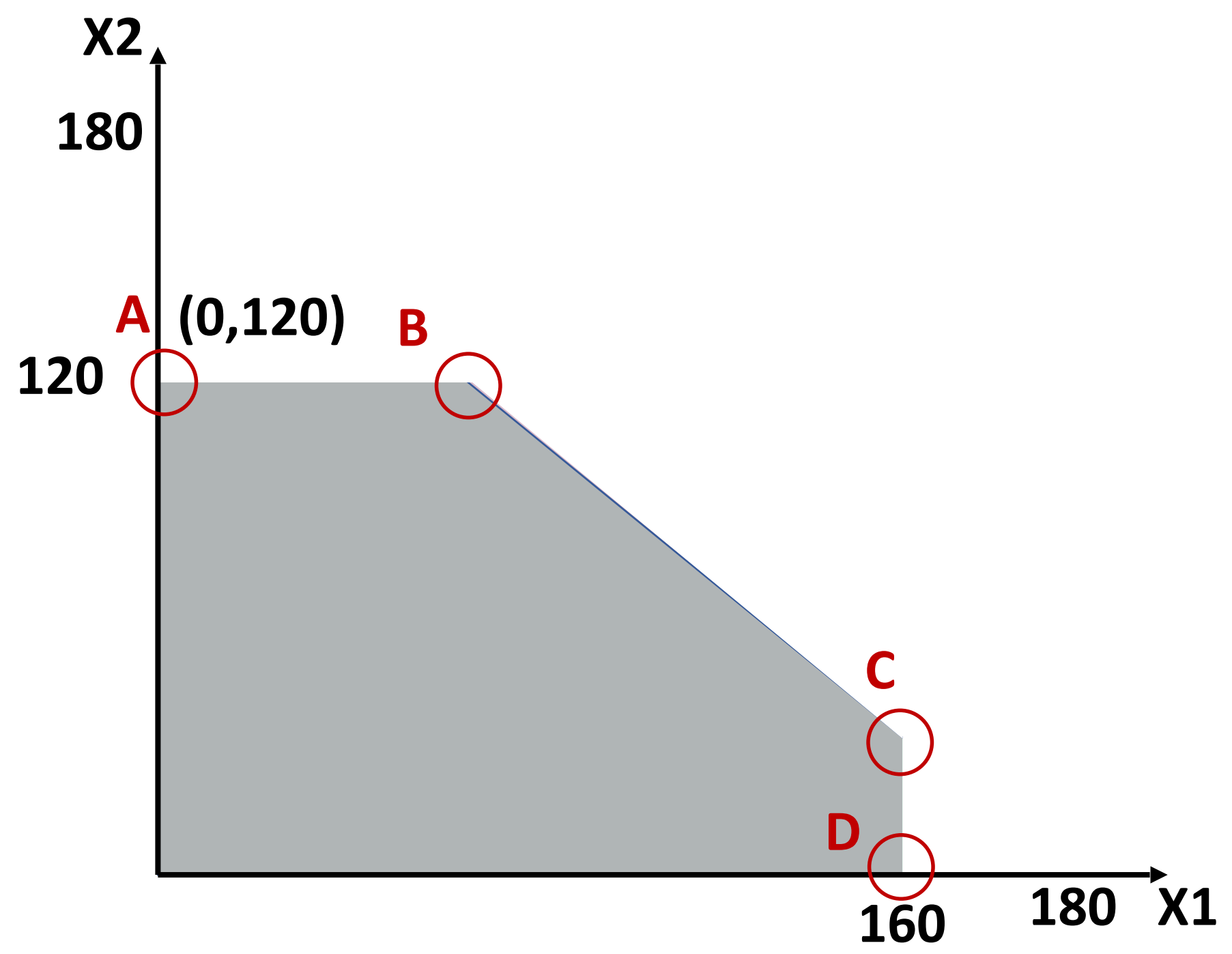


$$L = 35x_1 + 55x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

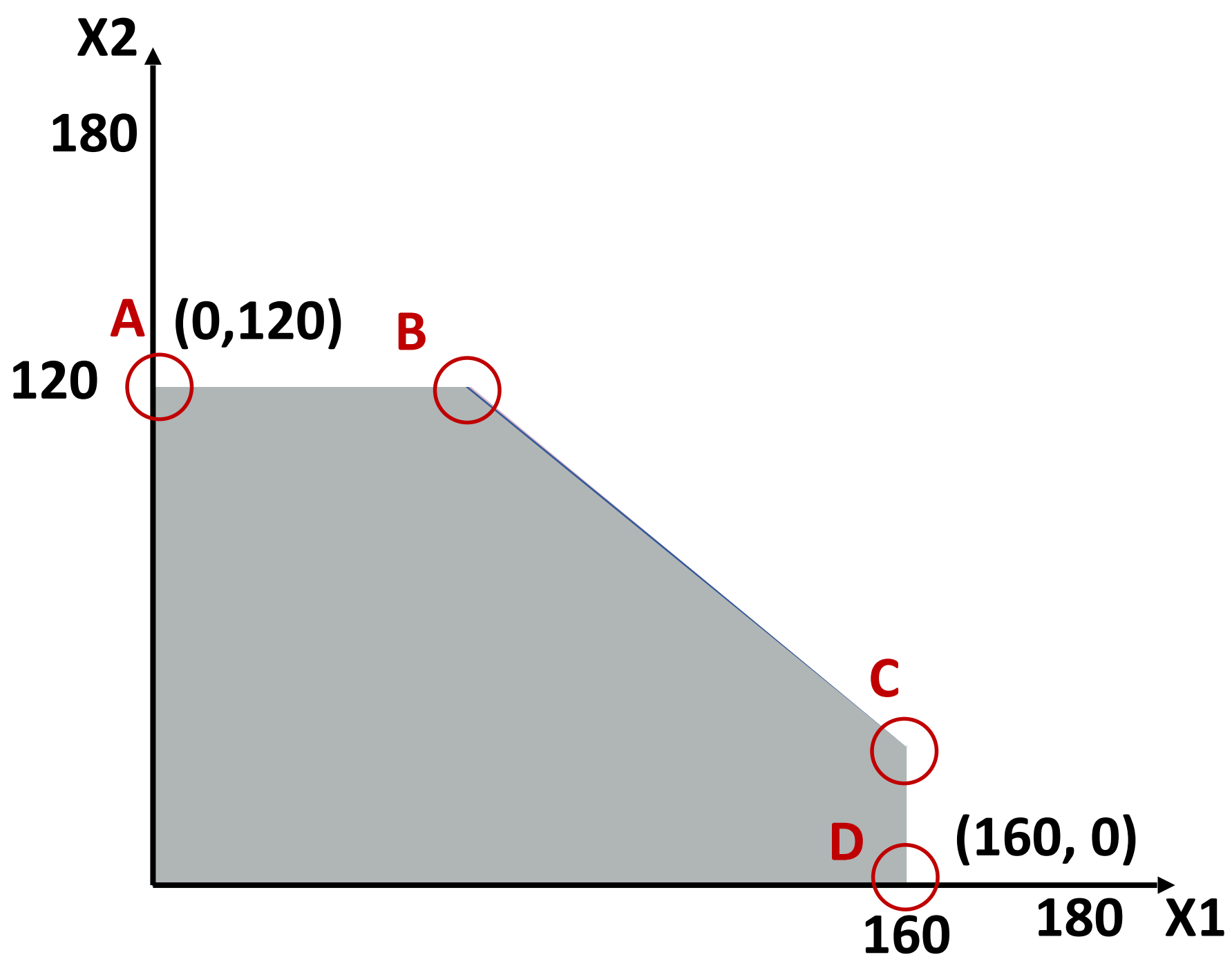


$$L = 35x_1 + 55x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$



$$L = 35x_1 + 55x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

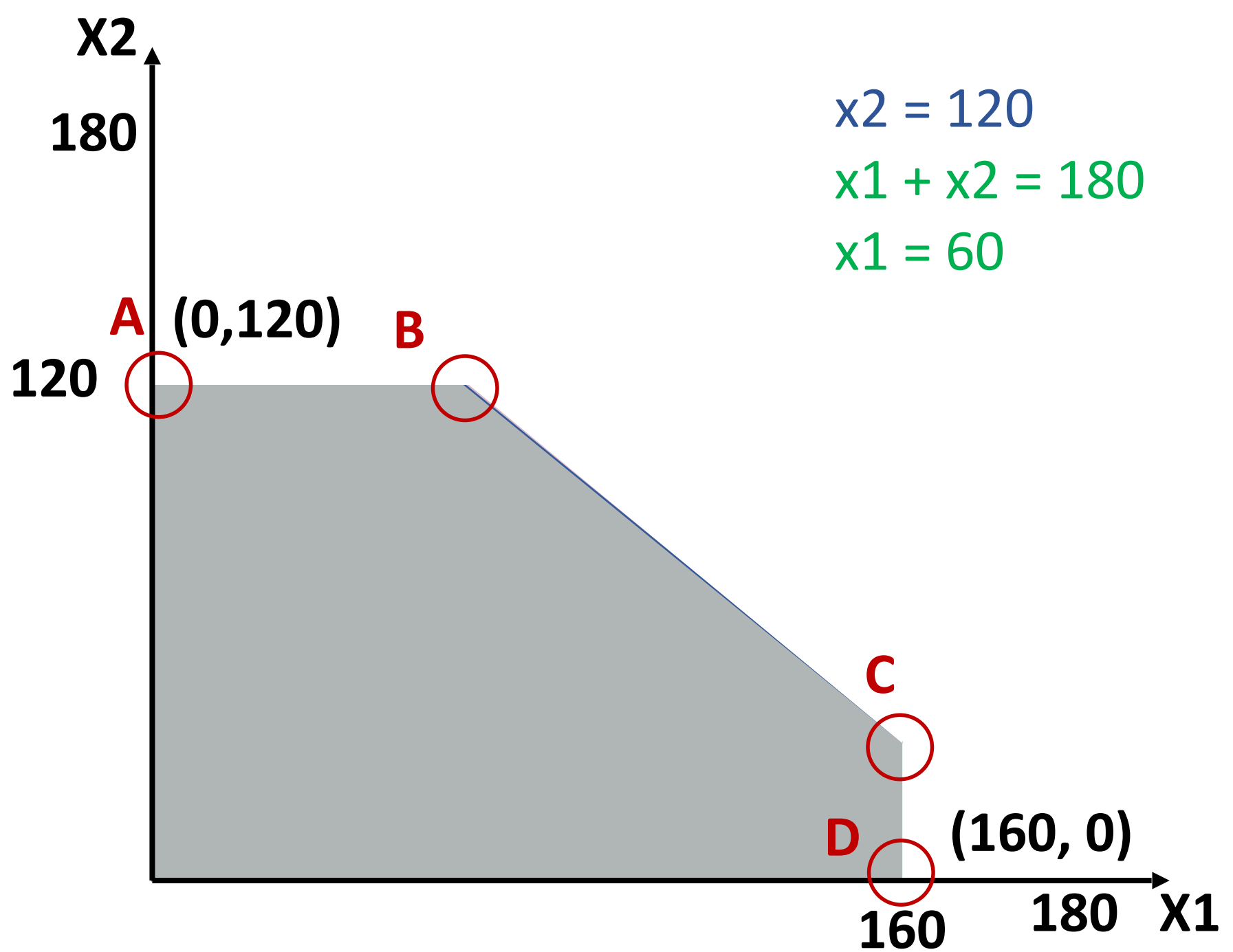
$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

$$x_2 = 120$$

$$x_1 + x_2 = 180$$

$$x_1 = 60$$



$$L = 35x_1 + 55x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

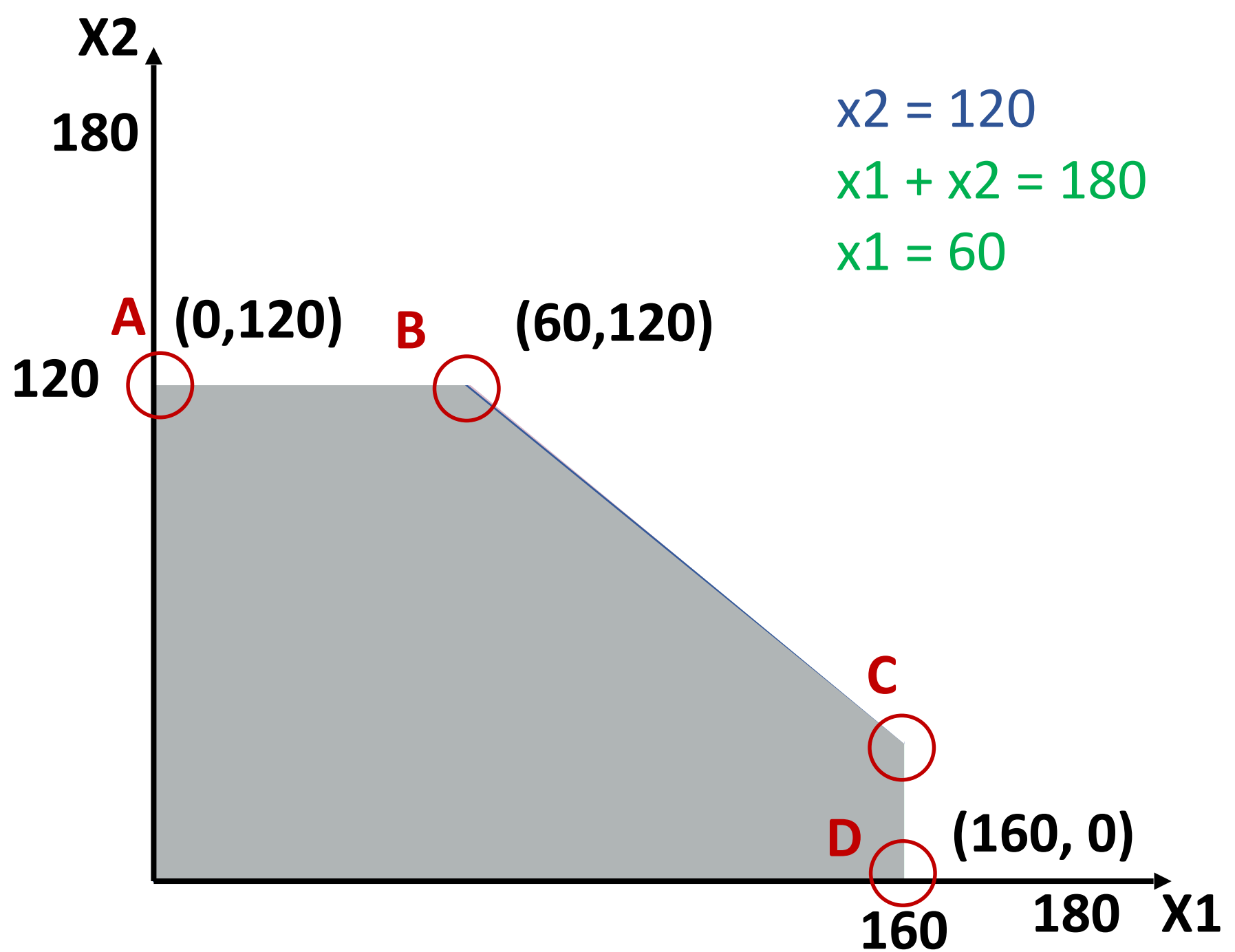
$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

$$x_2 = 120$$

$$x_1 + x_2 = 180$$

$$x_1 = 60$$

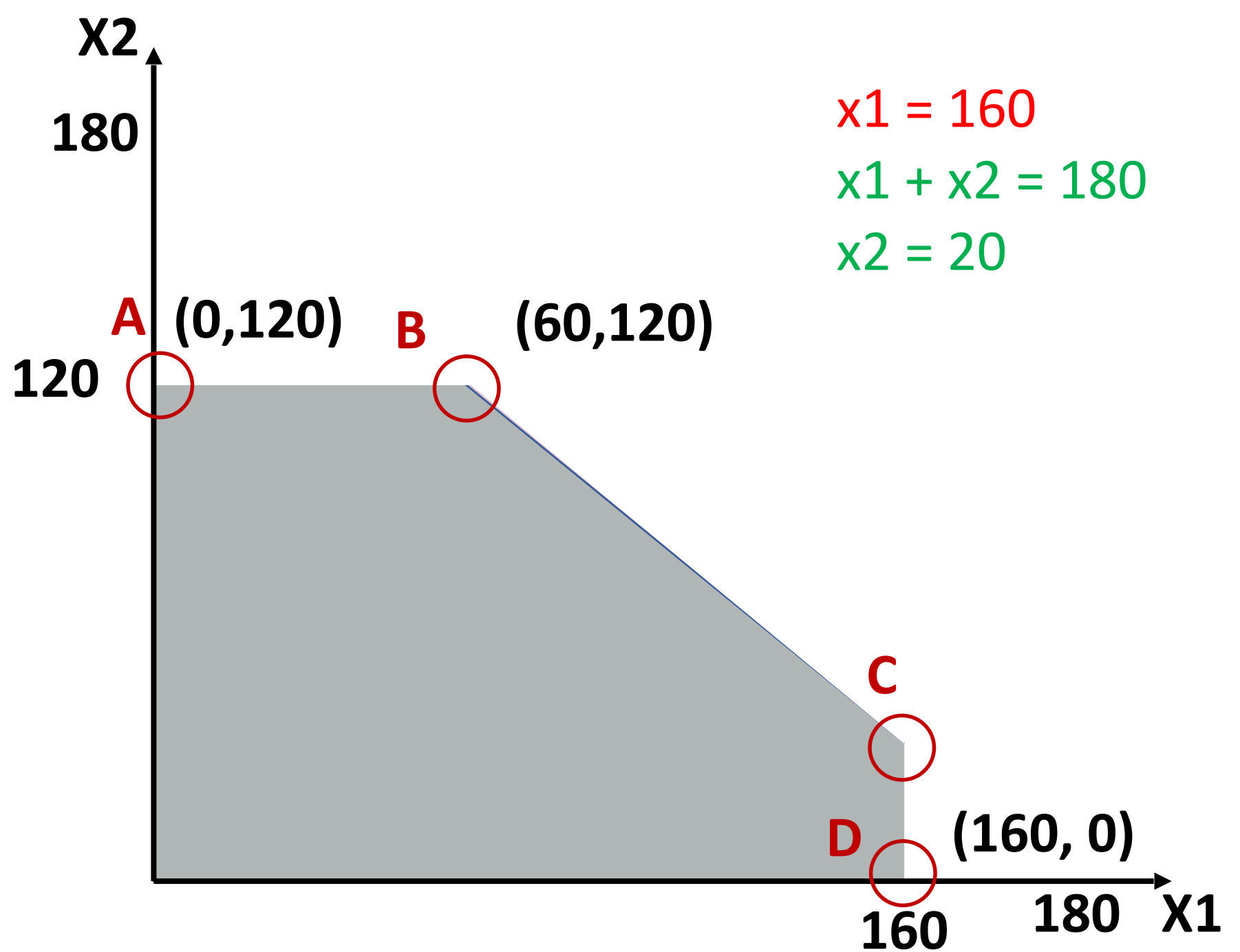


$$L = 35x_1 + 55x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

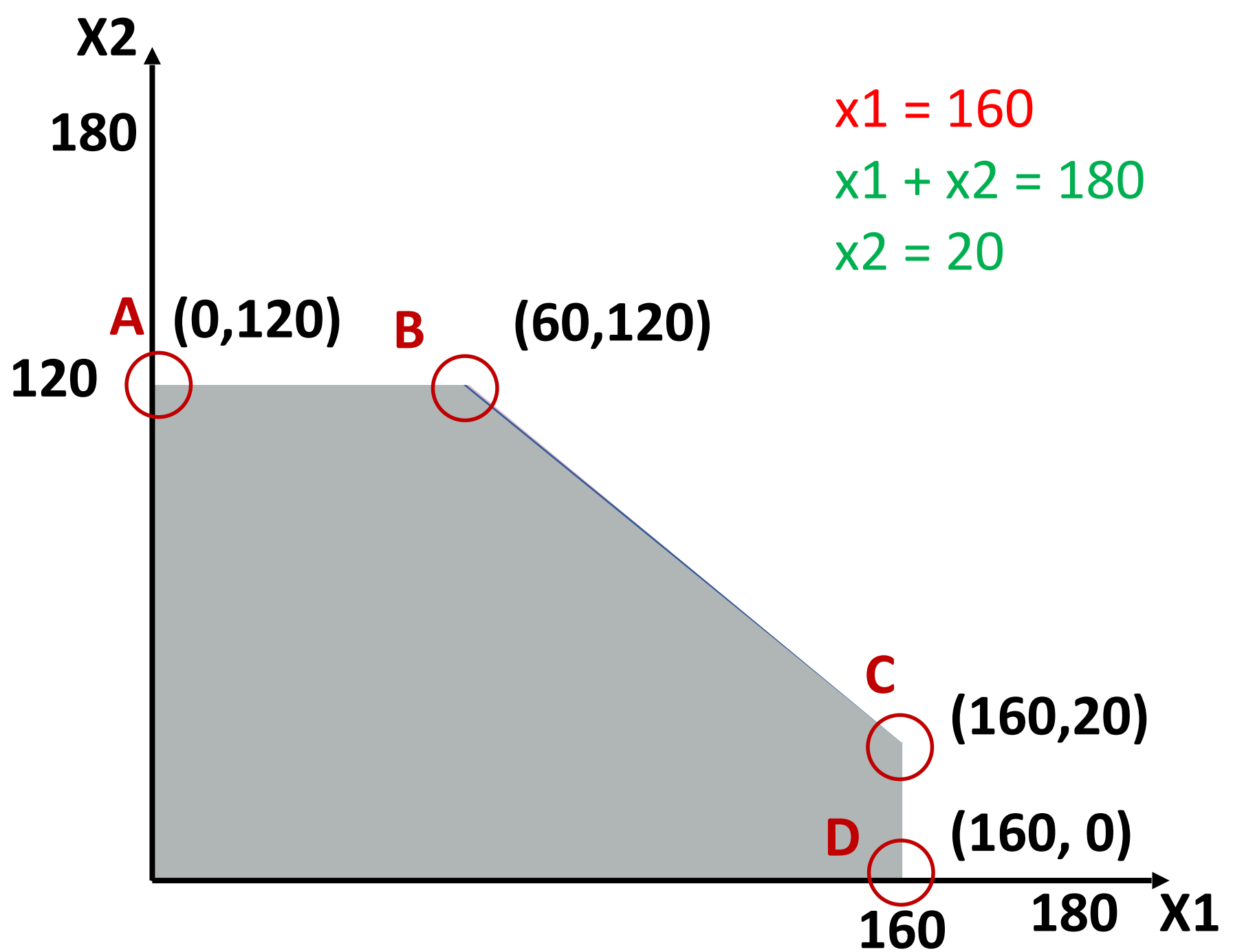


$$L = 35x_1 + 55x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

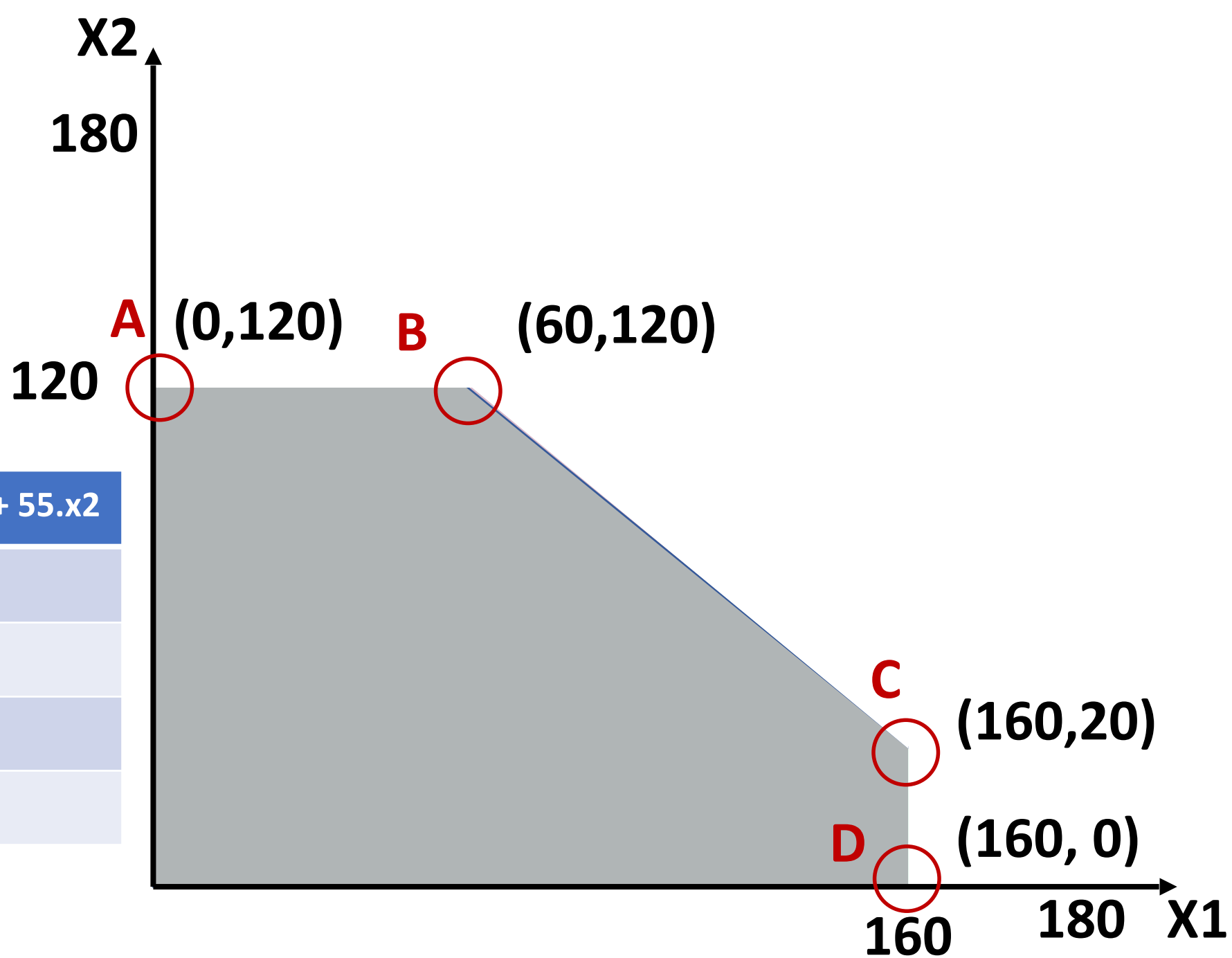


$$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$



	x_1	x_2	$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$
--	-------	-------	-----------------------------------

A

B

C

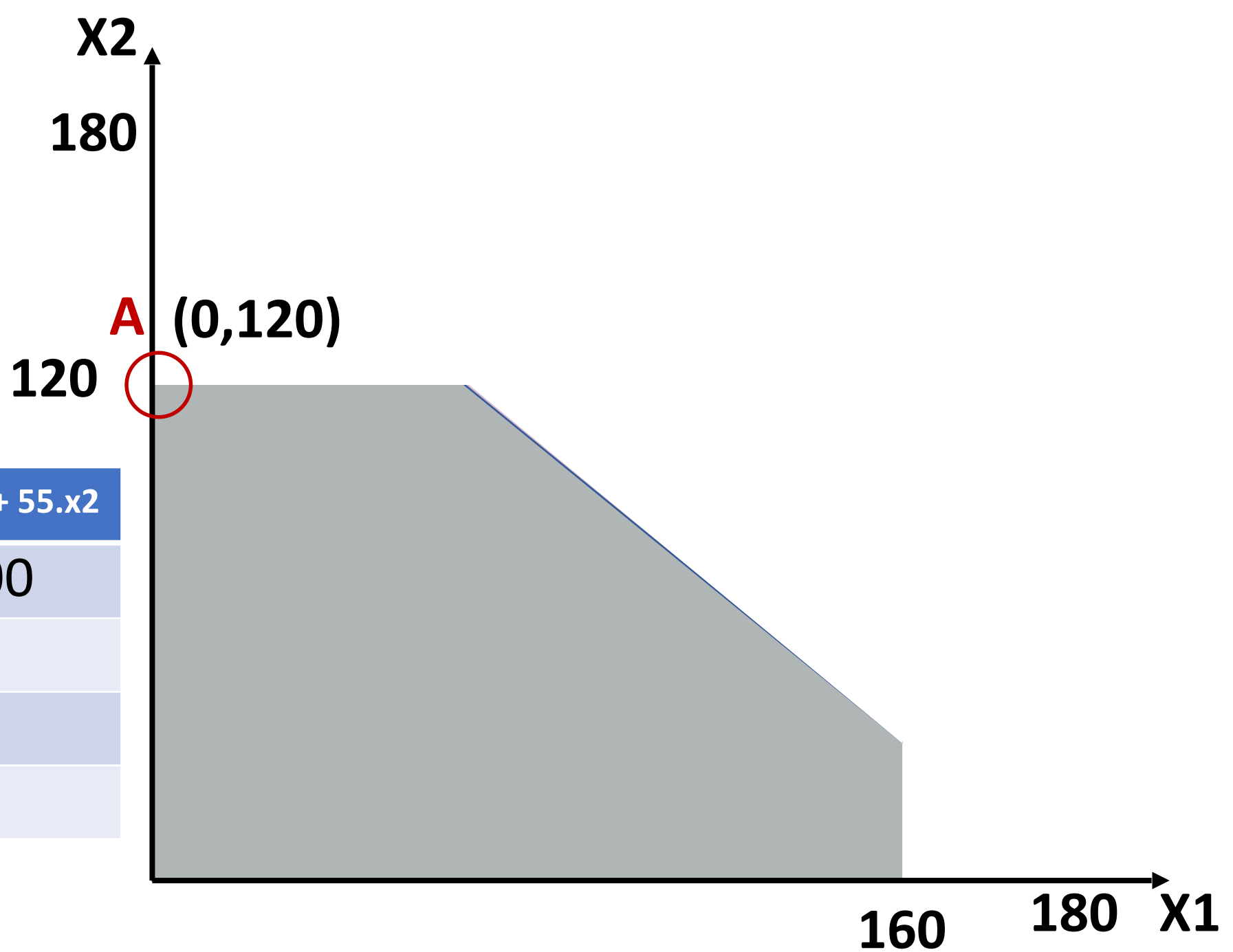
D

$$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$



	X_1	X_2	$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$
A	0	120	6600
B			
C			
D			

$$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

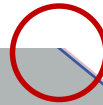
x_2

180

120

B

(60,120)



x_1

x_2

$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$

A 0 120 6600

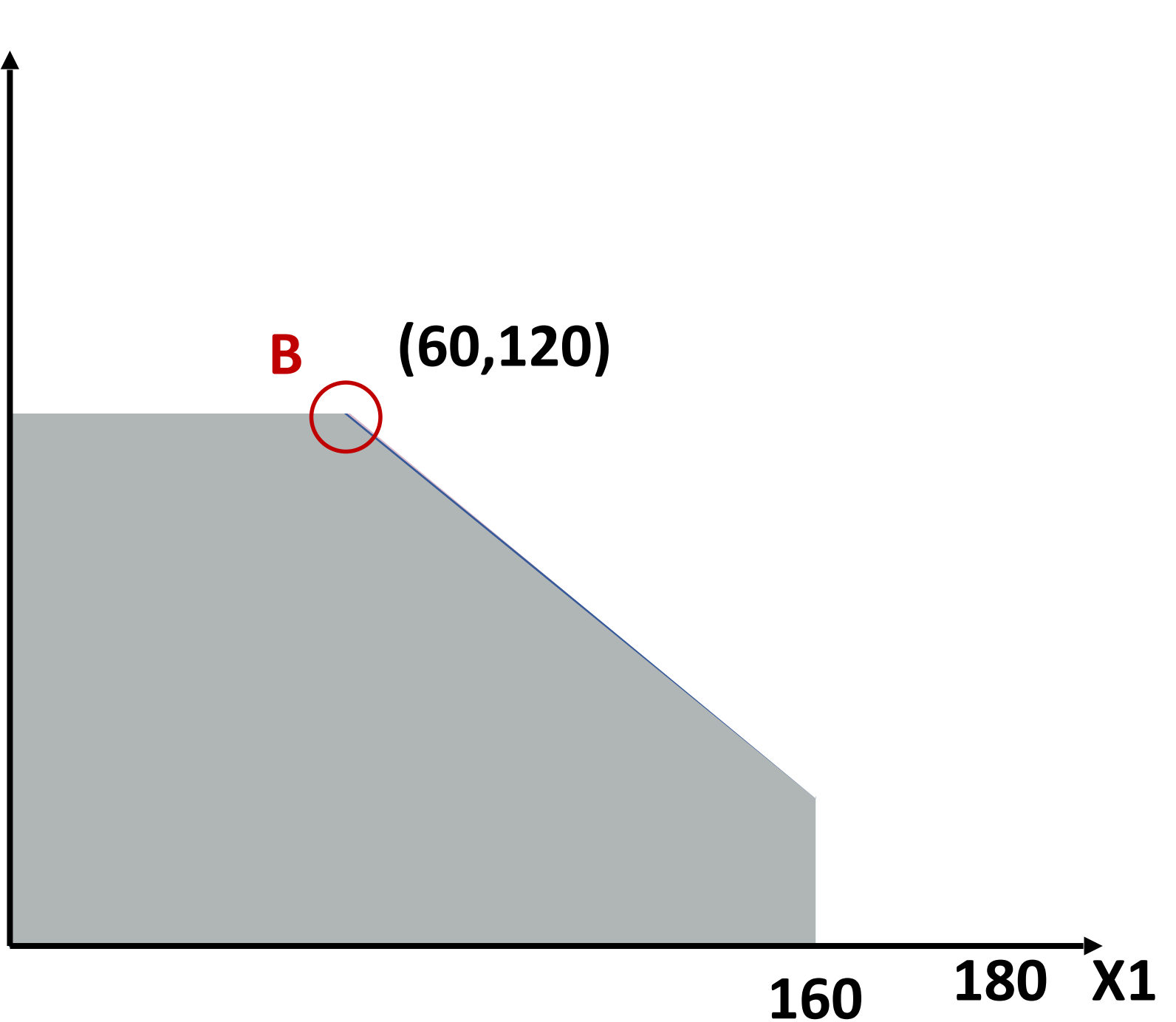
B 60 120 8700

C

D

160

180 x_1



$$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

120

180

x_2

x_1

x_2

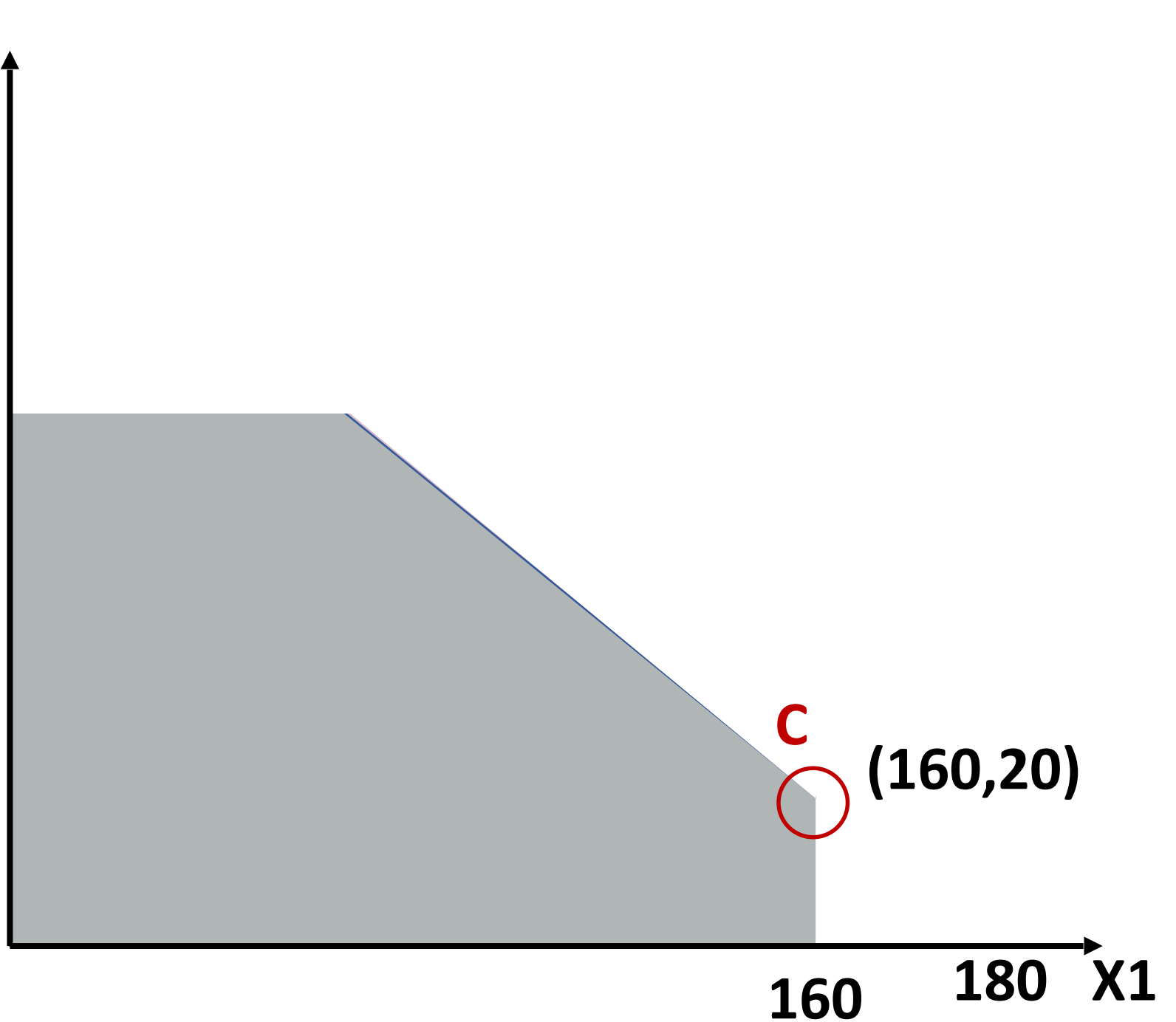
$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$

	x_1	x_2	$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$
A	0	120	6600
B	60	120	8700
C	160	20	6700
D			

160

180 x_1

C
(160, 20)



$$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$$

$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

120

180

x_2

x_1

x_2

$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$

	x_1	x_2	$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$
A	0	120	6600
B	60	120	8700
C	160	20	6700
D	160	0	5600

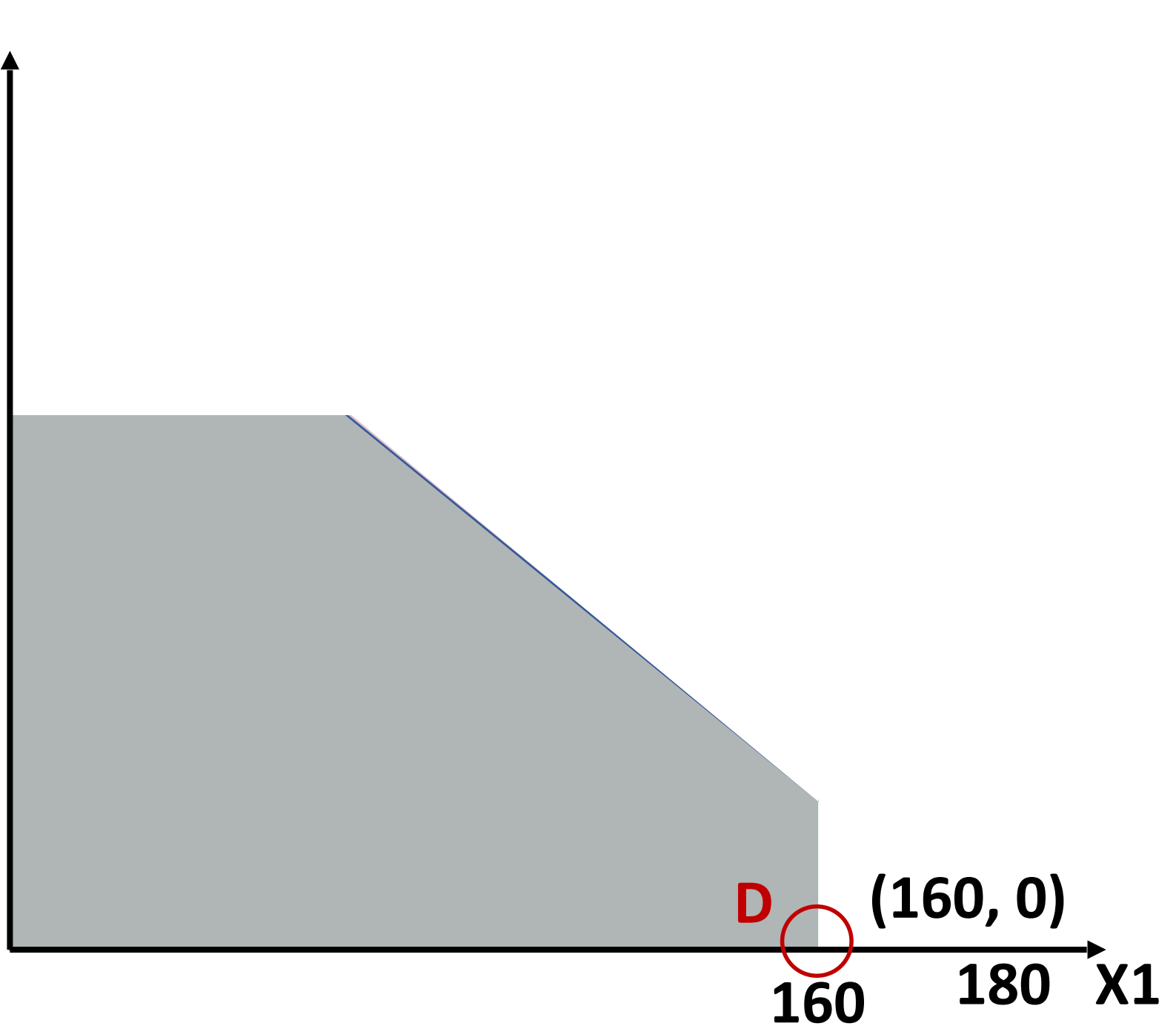
D

(160, 0)

160

180

x_1



$$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$$

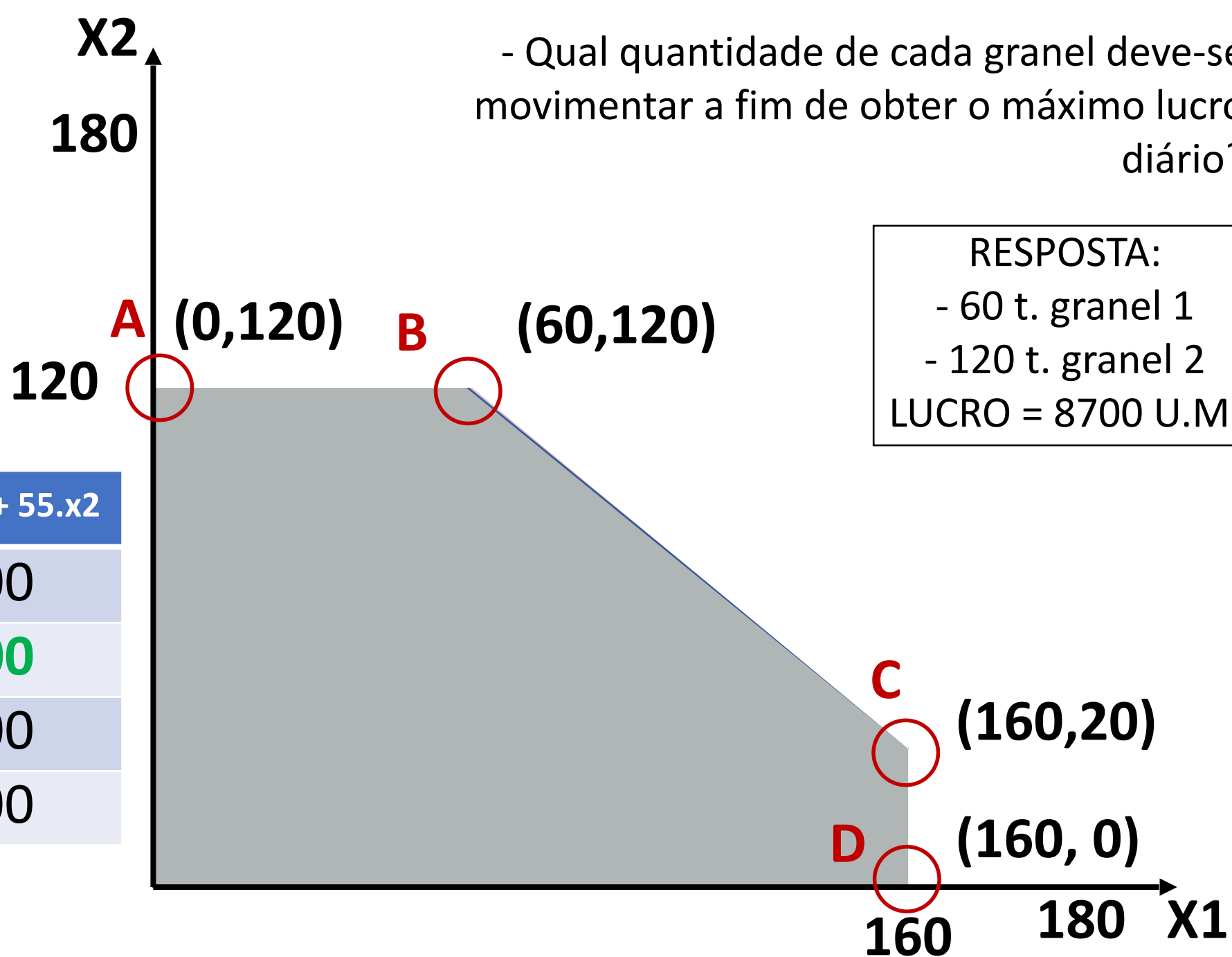
$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

- Qual quantidade de cada granel deve-se movimentar a fim de obter o máximo lucro diário?

RESPOSTA:
- 60 t. granel 1
- 120 t. granel 2
LUCRO = 8700 U.M.



A (0,120)

B (60,120)

C (160,20)

D (160,0)

	x_1	x_2	$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$
A	0	120	6600
B	60	120	8700
C	160	20	6700
D	160	0	5600

$$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$$

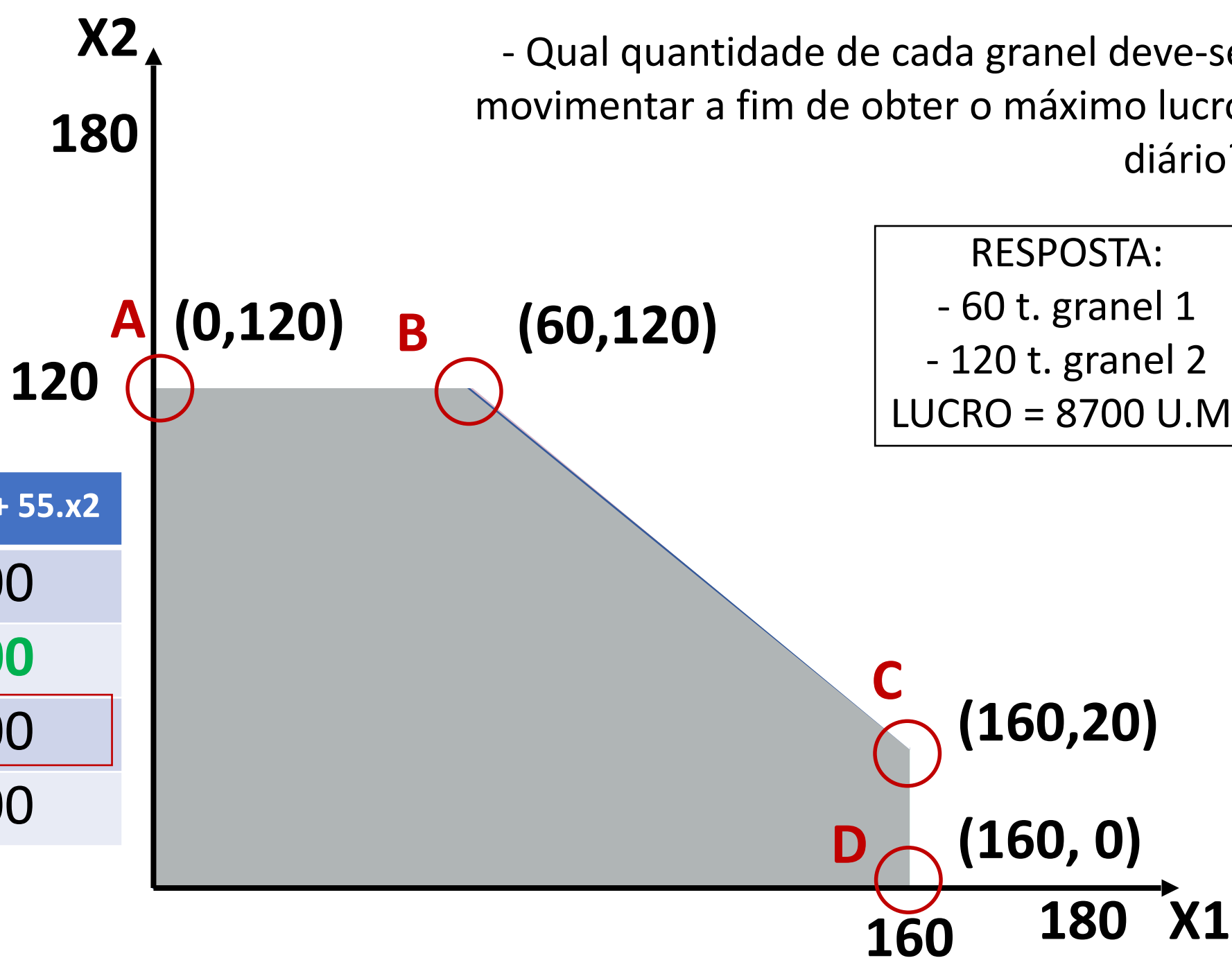
$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

- Qual quantidade de cada granel deve-se movimentar a fim de obter o máximo lucro diário?

RESPOSTA:
- 60 t. granel 1
- 120 t. granel 2
LUCRO = 8700 U.M.



	x_1	x_2	$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$
A	0	120	6600
B	60	120	8700
C	160	20	6700
D	160	0	5600

$$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$$

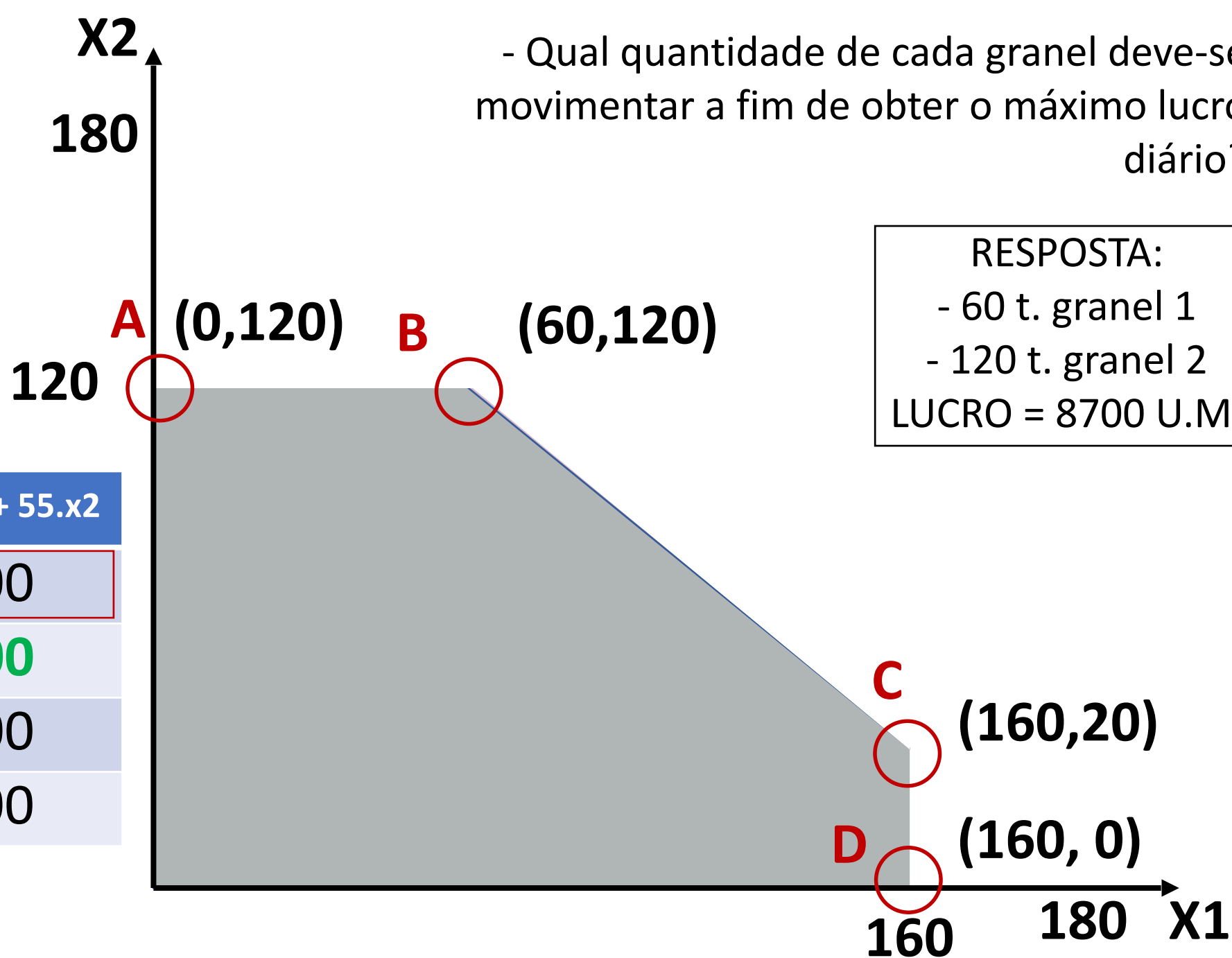
$$x_1 \leq 160$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_1 + x_2 \leq 180$$

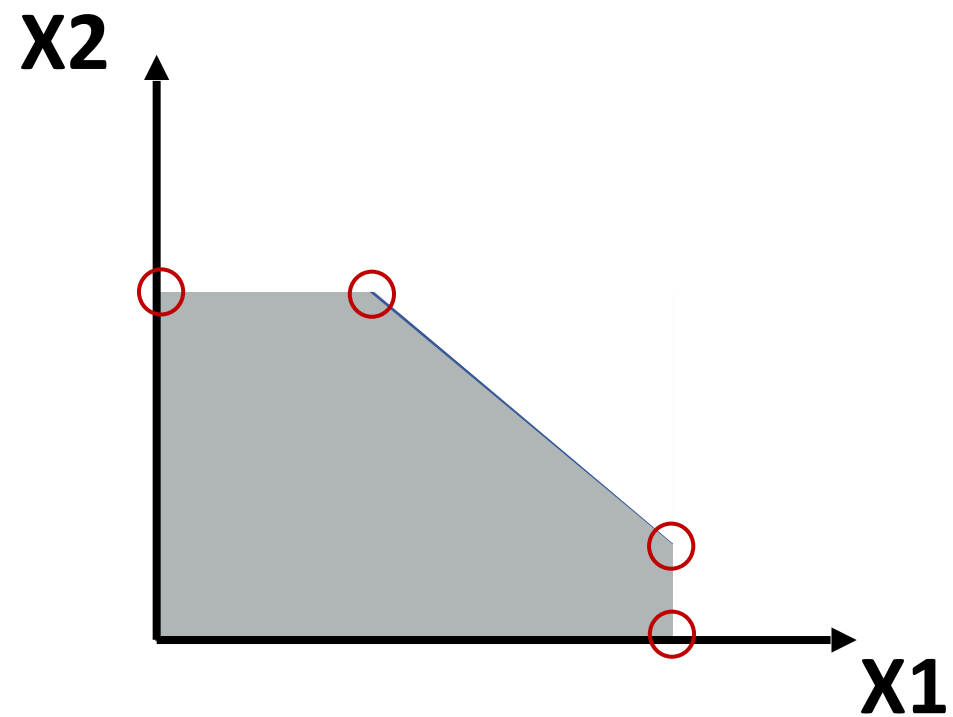
- Qual quantidade de cada granel deve-se movimentar a fim de obter o máximo lucro diário?

RESPOSTA:
- 60 t. granel 1
- 120 t. granel 2
LUCRO = 8700 U.M.



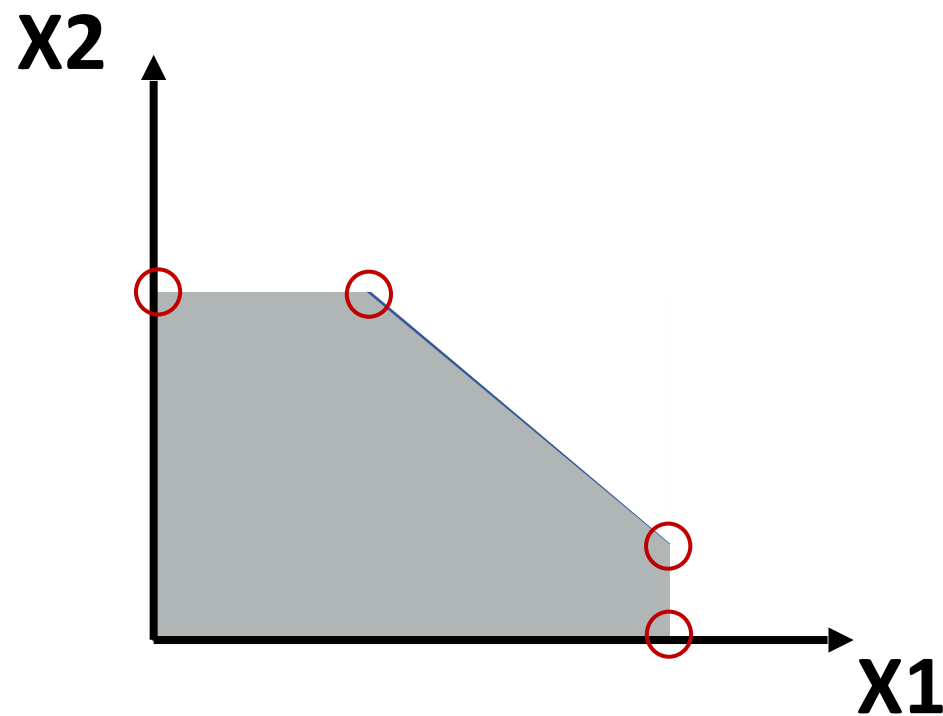
	x_1	x_2	$L = 35 \cdot x_1 + 55 \cdot x_2$
A	0	120	6600
B	60	120	8700
C	160	20	6700
D	160	0	5600

Considerações:



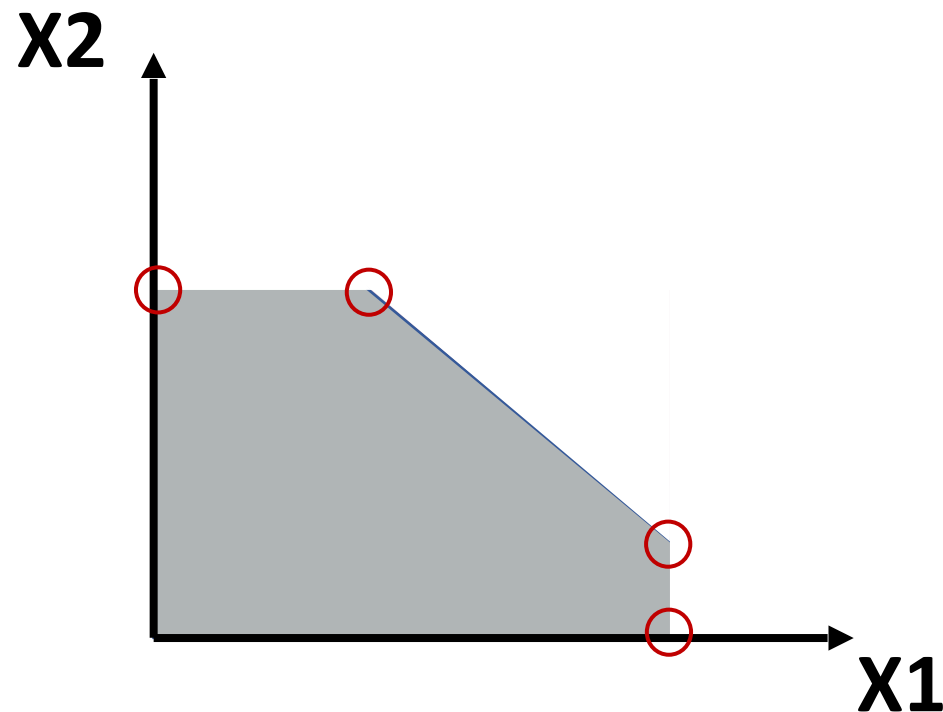
Considerações:

- Método gráfico é simplificado



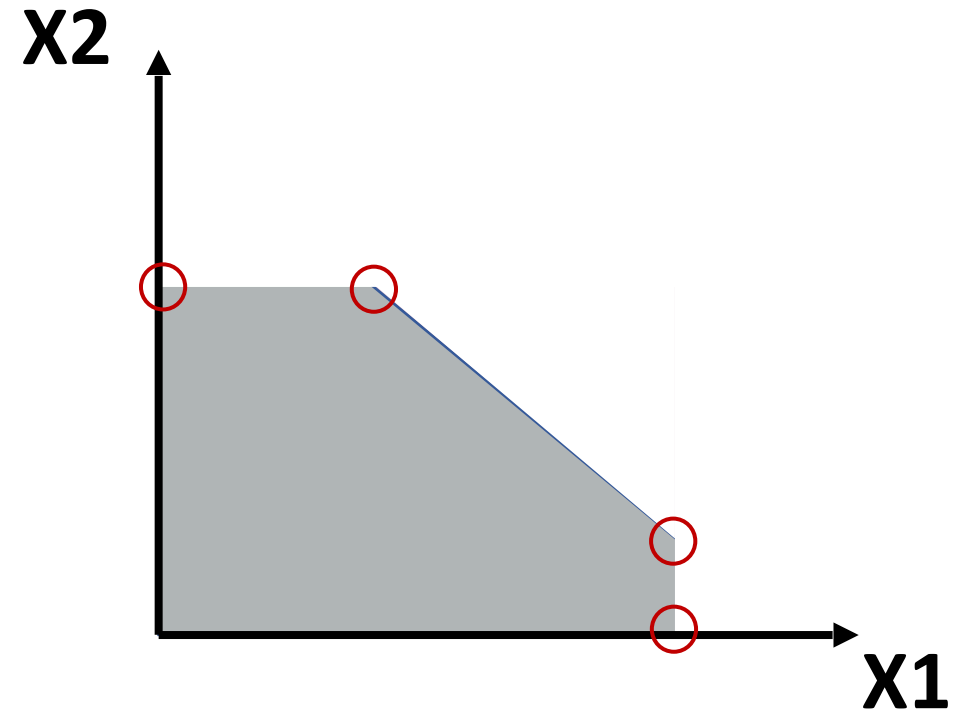
Considerações:

- Método gráfico é simplificado
- Caráter didático



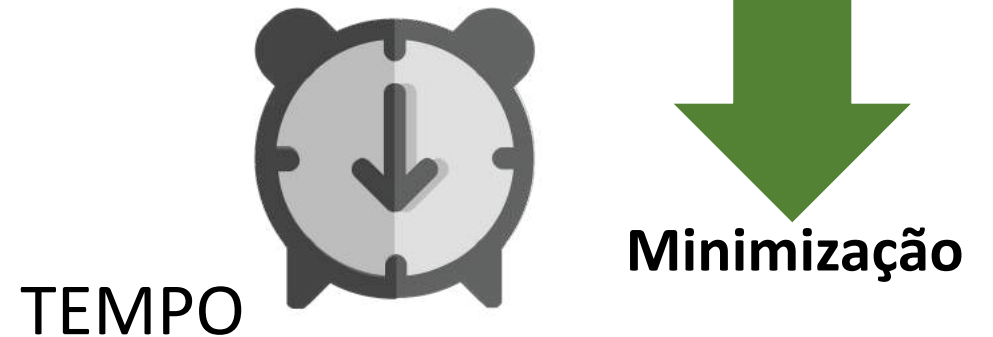
Considerações:

- Método gráfico é simplificado
- Caráter didático
- SIMPLEX



2 – Alocação de Recursos

- Modelo de designação por redução de linhas & colunas



2 – Alocação de Recursos

- Modelo de designação por redução de linhas & colunas

Dimensionamento temporal básico

$$T_p = T_w + T_m + T_s$$

}	$T_p \rightarrow$	tempo no porto
	$T_w \rightarrow$	Tempo de espera (tempo para atracação no berço)
	$T_m \rightarrow$	Tempo de manobra
	$T_s \rightarrow$	Tempo de serviço

2 – Alocação de Recursos

- Modelo de designação por redução de linhas & colunas

Dimensionamento temporal básico

$$T_p = T_w + T_m + T_s$$

$T_p \rightarrow$ tempo no porto

$T_w \rightarrow$ Tempo de espera (tempo para atracação no berço)

$T_m \rightarrow$ Tempo de manobra

$T_s \rightarrow$ Tempo de serviço



2 – Alocação de Recursos

- Modelo de designação por redução de linhas & colunas

Dimensionamento temporal básico

$$T_p = T_w + T_m + T_s$$

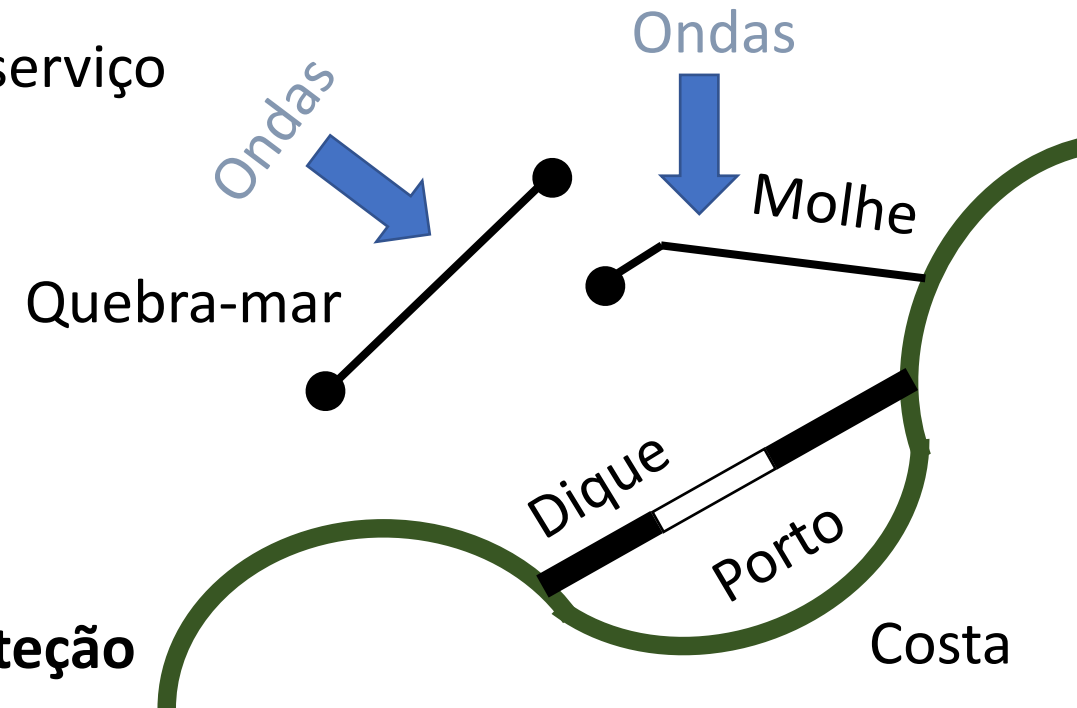
$T_p \rightarrow$ tempo no porto

$T_w \rightarrow$ Tempo de espera (tempo para atracação no berço)

$T_m \rightarrow$ **Tempo de manobra**

$T_s \rightarrow$ Tempo de serviço

Porto naturalmente protegido



Obras de proteção

Costa

2 – Alocação de Recursos

- Modelo de designação por redução de linhas & colunas

Dimensionamento temporal básico

$$T_p = T_w + T_m + T_s$$

$T_p \rightarrow$ tempo no porto

$T_w \rightarrow$ Tempo de espera (tempo para atracação no berço)

$T_m \rightarrow$ Tempo de manobra

$T_s \rightarrow$ **Tempo de serviço**

Nível técnico: Especialização



2 – Alocação de Recursos

- Modelo de designação por redução de linhas & colunas

Dimensionamento temporal básico

$$T_p = T_w + T_m + T_s$$

$T_p \rightarrow$ tempo no porto

$T_w \rightarrow$ Tempo de espera (tempo para atracação no berço)

$T_m \rightarrow$ Tempo de manobra

$T_s \rightarrow$ **Tempo de serviço**

Nível técnico: Especialização



2 – Alocação de Recursos

- Modelo de designação por redução de linhas & colunas

Dimensionamento temporal básico

$$T_p = T_w + T_m + T_s$$

$T_p \rightarrow$ tempo no porto

$T_w \rightarrow$ Tempo de espera (tempo para atracação no berço)

$T_m \rightarrow$ Tempo de manobra

$T_s \rightarrow$ Tempo de serviço

Nível técnico: Especialização



2 – Alocação de Recursos

- Modelo de designação por redução de linhas & colunas

Dimensionamento temporal básico

$$T_p = T_w + T_m + T_s$$

$T_p \rightarrow$ tempo no porto

$T_w \rightarrow$ Tempo de espera (tempo para atracação no berço)

$T_m \rightarrow$ Tempo de manobra

$T_s \rightarrow$ Tempo de serviço

Nível técnico: Especialização



2 – Alocação de Recursos

- Modelo de designação por redução de linhas & colunas

Dimensionamento temporal básico

$$T_p = T_w + T_m + T_s$$

$T_p \rightarrow$ tempo no porto

$T_w \rightarrow$ Tempo de espera (tempo para atracação no berço)

$T_m \rightarrow$ Tempo de manobra

$T_s \rightarrow$ **Tempo de serviço**

Nível técnico: Especialização



- Em um terminal de contêineres, três equipamentos precisam ser operados:

- Em um terminal de contêineres, três equipamentos precisam ser operados:
 - a) Empilhadeira;



a) Empilhadeira
(*Reach stacker*)

- Em um terminal de contêineres, três equipamentos precisam ser operados:
a) Empilhadeira; b) Guindaste;



a) Empilhadeira
(*Reach stacker*)



b) Guindaste
(*Harbour crane*)

- Em um terminal de contêineres, três equipamentos precisam ser operados:
a) Empilhadeira; b) Guindaste; c) Grua transportadora



a) Empilhadeira
(Reach stacker)



b) Guindaste
(Harbour crane)



c) Grua transportadora
(Straddle carrier crane)

- Em um terminal de contêineres, três equipamentos precisam ser operados:
 - a) Empilhadeira; b) Guindaste; c) Grua transportadora
- Para tal, a instalação conta com três funcionários, sendo que os três sabem operar os equipamentos, porém têm habilidades diferentes.

- Em um terminal de contêineres, três equipamentos precisam ser operados:
a) Empilhadeira; b) Guindaste; c) Grua transportadora
- Para tal, a instalação conta com três funcionários, sendo que os três sabem operar os equipamentos, porém têm habilidades diferentes.
- A tabela apresenta o tempo (em hrs) com que cada funcionário opera os equipamentos.

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	1,5	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	3,7
Func 3	2,0	1,8	4,0

- Em um terminal de contêineres, três equipamentos precisam ser operados:
a) Empilhadeira; b) Guindaste; c) Grua transportadora
- Para tal, a instalação conta com três funcionários, sendo que os três sabem operar os equipamentos, porém têm habilidades diferentes.
- A tabela apresenta o tempo (em hrs) com que cada funcionário opera os equipamentos.

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	1,5	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	3,7
Func 3	2,0	1,8	4,0

- Em um terminal de contêineres, três equipamentos precisam ser operados:
a) Empilhadeira; b) Guindaste; c) Grua transportadora
- Para tal, a instalação conta com três funcionários, sendo que os três sabem operar os equipamentos, porém têm habilidades diferentes.
- A tabela apresenta o tempo (em hrs) com que cada funcionário opera os equipamentos.
- Qual é a designação que resultará na minimização do tempo de serviço para essa instalação? Obs: cada funcionário pode tomar parte de apenas um equipamento.

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	1,5	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	3,7
Func 3	2,0	1,8	4,0

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	1,5	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	3,7
Func 3	2,0	1,8	4,0

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	1,5	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	3,7
Func 3	2,0	1,8	4,0

Redução das linhas:

Subtrair o menor valor de cada linha pela linha inteira

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1			
F2			
F3			

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	1,5	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	3,7
Func 3	2,0	1,8	4,0

Redução das linhas:

Subtrair o menor valor de cada linha pela linha inteira

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	0	1,0	2,0
F2			
F3			

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	1,5	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	3,7
Func 3	2,0	1,8	4,0

Redução das linhas:

Subtrair o menor valor de cada linha pela linha inteira

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	0	1,0	2,0
F2	0	0,1	0,8
F3			

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	1,5	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	3,7
Func 3	2,0	1,8	4,0

Redução das linhas:

Subtrair o menor valor de cada linha pela linha inteira

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	0	1,0	2,0
F2	0	0,1	0,8
F3	0,2	0	2,2

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	1,5	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	3,7
Func 3	2,0	1,8	4,0

Redução das colunas:

Na matriz de linhas reduzidas - Subtrair o menor valor de cada coluna pela coluna inteira

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	0	1,0	2,0
F2	0	0,1	0,8
F3	0,2	0	2,2



	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1			
F2			
F3			

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	1,5	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	3,7
Func 3	2,0	1,8	4,0

Redução das colunas:

Na matriz de linhas reduzidas - Subtrair o menor valor de cada coluna pela coluna inteira

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	0	1,0	2,0
F2	0	0,1	0,8
F3	0,2	0	2,2

→

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	0		
F2	0		
F3	0,2		

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	1,5	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	3,7
Func 3	2,0	1,8	4,0

Redução das colunas:

Na matriz de linhas reduzidas - Subtrair o menor valor de cada coluna pela coluna inteira

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	0	1,0	2,0
F2	0	0,1	0,8
F3	0,2	0	2,2

→

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	0	1,0	
F2	0	0,1	
F3	0,2	0	

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	1,5	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	3,7
Func 3	2,0	1,8	4,0

Redução das colunas:

Na matriz de linhas reduzidas - Subtrair o menor valor de cada coluna pela coluna inteira

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	0	1,0	2,0
F2	0	0,1	0,8
F3	0,2	0	2,2

→

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	0	1,0	1,2
F2	0	0,1	0
F3	0,2	0	1,4

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	1,5	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	3,7
Func 3	2,0	1,8	4,0

Alocação:

- Buscar "zeros" únicos em cada linha
- Impasse: dois zeros na mesma linha
 - Escolher baseado em colunas

Premissa: Cada func deve tomar partido de apenas uma tarefa

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	0	1,0	1,2
F2	0	0,1	0
F3	0,2	0	1,4

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	1,5	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	3,7
Func 3	2,0	1,8	4,0

Alocação:

- Buscar "zeros" únicos em cada linha
- Impasse: dois zeros na mesma linha
 - Escolher baseado em colunas

Premissa: Cada func deve tomar partido de apenas uma tarefa

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	0	1,0	1,2
F2	0	0,1	0
F3	0,2	[0]	1,4

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	1,5	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	3,7
Func 3	2,0	1,8	4,0

Alocação:

- Buscar "zeros" únicos em cada linha
- Impasse: dois zeros na mesma linha
 - Escolher baseado em colunas

Premissa: Cada func deve tomar partido de apenas uma tarefa

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	[0]	1,0	1,2
F2	0	0,1	0
F3	0,2	[0]	1,4

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	1,5	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	3,7
Func 3	2,0	1,8	4,0

Alocação:

- Buscar "zeros" únicos em cada linha
- Impasse: dois zeros na mesma linha
 - Escolher baseado em colunas

Premissa: Cada func deve tomar partido de apenas uma tarefa

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	[0]	1,0	1,2
F2	0	0,1	[0]
F3	0,2	[0]	1,4

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	[1,5]	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	[3,7]
Func 3	2,0	[1,8]	4,0

Alocação:

- Buscar "zeros" únicos em cada linha
- Impasse: dois zeros na mesma linha
 - Escolher baseado em colunas

Premissa: Cada func deve tomar partido de apenas uma tarefa

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	[0]	1,0	1,2
F2	0	0,1	[0]
F3	0,2	[0]	1,4

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	[1,5]	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	[3,7]
Func 3	2,0	[1,8]	4,0

Alocação:

- Buscar "zeros" únicos em cada linha
- Impasse: dois zeros na mesma linha
- Escolher baseado em colunas

Premissa: Cada func deve tomar partido de apenas uma tarefa

Solução:

Func1	→	Empilhadeira
Func3	→	Guindaste
Func2	→	Grua

TEMPO = 7 horas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	[0]	1,0	1,2
F2	0	0,1	[0]
F3	0,2	[0]	1,4

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	[1,5]	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	[3,7]
Func 3	2,0	[1,8]	4,0

Alocação:

- Buscar "zeros" únicos em cada linha
- Impasse: dois zeros na mesma linha
- Escolher baseado em colunas

Premissa: Cada func deve tomar partido de apenas uma tarefa

Solução:

Func1	→	Empilhadeira
Func3	→	Guindaste
Func2	→	Grua

TEMPO = 7 horas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	[0]	1,0	1,2
F2	0	0,1	[0]
F3	0,2	[0]	1,4

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	[1,5]	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	[3,7]
Func 3	2,0	[1,8]	4,0

Alocação:

- Buscar "zeros" únicos em cada linha
- Impasse: dois zeros na mesma linha
- Escolher baseado em colunas

Premissa: Cada func deve tomar partido de apenas uma tarefa

Solução:

Func1	→	Empilhadeira
Func3	→	Guindaste
Func2	→	Grua

TEMPO = 7 horas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	[0]	1,0	1,2
F2	0	0,1	[0]
F3	0,2	[0]	1,4

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	[1,5]	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	[3,7]
Func 3	2,0	[1,8]	4,0

Alocação:

- Buscar "zeros" únicos em cada linha
- Impasse: dois zeros na mesma linha
- Escolher baseado em colunas

Premissa: Cada func deve tomar partido de apenas uma tarefa

Solução:

Func1	→	Empilhadeira
Func3	→	Guindaste
Func2	→	Grua

TEMPO = 7 horas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	[0]	1,0	1,2
F2	0	0,1	[0]
F3	0,2	[0]	1,4

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	[1,5]	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	[3,7]
Func 3	2,0	[1,8]	4,0

Alocação:

- Buscar "zeros" únicos em cada linha
- Impasse: dois zeros na mesma linha
- Escolher baseado em colunas

Premissa: Cada func deve tomar partido de apenas uma tarefa

Solução:

Func1	→	Empilhadeira
Func3	→	Guindaste
Func2	→	Grua

TEMPO = 7 horas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	[0]	1,0	1,2
F2	0	0,1	[0]
F3	0,2	[0]	1,4

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	[1,5]	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	[3,7]
Func 3	2,0	[1,8]	4,0

Alocação:

- Buscar "zeros" únicos em cada linha
- Impasse: dois zeros na mesma linha
- Escolher baseado em colunas

Premissa: Cada func deve tomar partido de apenas uma tarefa

Solução:

Func1 → Empilhadeira
Func3 → Guindaste
Func2 → Grua

TEMPO = 7 horas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	[0]	1,0	1,2
F2	0	0,1	[0]
F3	0,2	[0]	1,4

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	[1,5]	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	[3,7]
Func 3	2,0	[1,8]	4,0

Alocação:

- Buscar "zeros" únicos em cada linha
- Impasse: dois zeros na mesma linha
- Escolher baseado em colunas

Premissa: Cada func deve tomar partido de apenas uma tarefa

Solução:

Func1 → Empilhadeira
Func3 → Guindaste
Func2 → Grua

TEMPO = 7 horas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	[0]	1,0	1,2
F2	0	0,1	[0]
F3	0,2	[0]	1,4

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	[1,5]	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	[3,7]
Func 3	2,0	[1,8]	4,0

Alocação:

- Buscar "zeros" únicos em cada linha
- Impasse: dois zeros na mesma linha
- Escolher baseado em colunas

Premissa: Cada func deve tomar partido de apenas uma tarefa

Solução:

Func1 → Empilhadeira
Func3 → Guindaste
Func2 → Grua

TEMPO = 7 horas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	[0]	1,0	1,2
F2	0	0,1	[0]
F3	0,2	[0]	1,4

Redução de linhas & colunas

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
Func 1	[1,5]	2,5	3,5
Func 2	2,9	3,0	[3,7]
Func 3	2,0	[1,8]	4,0

Total: 8,2 horas

Alocação:

- Buscar "zeros" únicos em cada linha
- Impasse: dois zeros na mesma linha
- Escolher baseado em colunas

Premissa: Cada func deve tomar partido de apenas uma tarefa

Solução:	Func1 →	Empilhadeira
	Func3 →	Guindaste
	Func2 →	Grua
<u>TEMPO = 7 horas</u>		

	Empilhadeira	Guindaste	Grua
F1	[0]	1,0	1,2
F2	0	0,1	[0]
F3	0,2	[0]	1,4

Considerações:

Considerações:

- Método de redução de linhas & colunas é simplificado

Considerações:

- Método de redução de linhas & colunas é simplificado
- Caráter didático

Considerações:

- Método de redução de linhas & colunas é simplificado
- Caráter didático
- Método de designação húngaro