Lista de exercícios propostos de Distribuições Contínuas
Estatística I

1. O diâmetro X de rolamentos de esfera fabricados por certa indústria tem distribuição $N(0.6140, 0.00252^2)$. O lucro T de cada esfera depende de seu diâmetro e
T=0.10, se a esfera é boa ($0.6100 < X < 0.6180$),
T=0.05, se a esfera é recuperável ($0.6080 < X < 0.6100$ ou $0.6180 < X < 0.6200$)e
T=-0.10, se a esfera é defeituosa ($X < 0.6080$ ou $X > 0.6200$).
Calcule:
(a) As probabilidades de as esferas serem boas, recuperáveis e defeituosas
(b) E(T)

2. Se $X \sim$ Uniforme(a,b), calcule E(X), V(X) e a funcão de distribuicão acumulada de X.

3. O diâmetro de certo tipo de anel industrial é uma variável aleatória com distribuição Normal de média 0.10 cm e desvio padrão 0.02 cm. Se o diâmetro do anel diferir da média em mais de 0.03 cm, ele é vendido por R$ 5,00. Caso contrário, é vendido por R$ 10,00. Qual o preço médio de venda de cada anel?

4. A mediana de uma variável aleatória X é, por definição, o valor m tal que $F(m) = P(X \leq m) = 0.5$. Encontre a mediana m nas situações em que X tem distribuição:
(a) Uniforme(a,b)
(b) Normal(μ,σ^2)
(c) Exponencial(λ)

5. Sejam X e Y variáveis aleatórias, tais que $X \sim$ Uniforme(0,1) e $Y=2X+5$. Obtenha:
(a) a função densidade de probabilidade de Y
(b) E(Y)
(c) V(Y)

6. Você chega a um ponto de ônibus às 10 horas. Suponha que o ônibus chega no ponto em algum momento uniformemente distribuído entre 10:00 e 10:30.
(a) Qual a probabilidade de você ter que esperar mais de 10 minutos pelo ônibus?
(b) Se às 10:15 o ônibus ainda não chegou, qual a probabilidade de você ainda ter que esperar pelo menos 10 minutos?

7. O tempo de vida de chips de computadores de uma determinada marca são normalmente distribuídos com parâmetros μ=1.4x10^6 horas e σ=3x10^5 horas. Qual a probabilidade aproximada de, num lote com 100 chips, pelo menos 20 terem tempo de vida menor que 1.8x10^6 horas?

8. O tempo (em horas) necessário para o reparo de uma máquina tem distribuição exponencial com parâmetro λ=0.5.
(a) Qual a probabilidade do tempo de reparo ser maior do que 2 horas?

(b) Qual é a probabilidade do reparo durar mais de 10 horas dado que a sua duração excedeu 9 horas?

9. Uma variável X tem distribuição Normal, com média 10 e desvio padrão 4. Aos participantes de um jogo, é permitido observar uma amostra de qualquer tamanho e calcular a média amostral. Ganha um prêmio aquele cuja média amostral for maior do que 12.

   (a) Se um participante escolher uma amostra de tamanho 16, qual a probabilidade de ele ganhar o prêmio?

   (b) Escolha um tamanho de amostra diferente de 16 para participar do jogo. Qual a probabilidade de você ganhar um prêmio?

   (c) Baseado nos resultados acima, qual o melhor tamanho de amostra para participar do jogo?

10. Se uma amostra com 36 observações é tomada de uma população, qual deve ser o tamanho de uma outra amostra para que seu erro padrão seja 2/3 do erro padrão da média da primeira amostra? (Erro padrão é o desvio padrão do estimador, neste caso, da média)

11. A distribuição dos comprimentos dos elos de uma corrente de bicicleta é Normal, com média 2 cm e desvio padrão 0,1 cm. Para que uma corrente se ajuste à bicicleta, deve ter comprimento total entre 58 e 61 cm.

    (a) Qual a probabilidade de uma corrente com 30 elos não se ajustar à bicileta?

    (b) E uma corrente com 29 elos?

12. Um professor dá um teste rápido, constante de 18 questões do tipo certo ou errado, Para testar a hipótese de o estudante estar adivinhando a resposta, ele adota a seguinte regra de decisão: "Se 12 ou mais estão corretas, ele não está adivinhando". Qual a probabilidade de rejeição da hipótese, quando verdadeira?

13. Um distribuidor de sementes determina, através de testes, que 5% das sementes não germinam. Ele vende pacotes de 200 sementes com garantia de 90% de germinação. Qual a probabilidade de um pacote não satisfazer a garantia?

RESPOSTAS:

1 a) $P(\text{boa}) = 0,89$; $P(\text{recuperável}) = 0,094$; $P(\text{defeituosa}) = 0,017$ b) $E(T) = 0,092$.

2 $E(X) = \frac{a+b}{2}$; $V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$
$F(k) = \int_a^k \frac{1}{b-a} dx = \frac{x}{b-a}\Big|_a^k = \frac{k-a}{b-a}$

Logo, $F(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b. \\ 1, & x > b \end{cases}$

3 $E(\text{preço}) = 9,33$ reais.

4 a) $m = \frac{a+b}{2}$ b) $m = \mu$ c) $m = \frac{\ln 2}{\lambda}$.

5 a) $f_y(y) = \frac{dF_y(y)}{dy} = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 5 \leq x \leq 7 \\ 0, & c.c \end{cases}$

b) $E(Y) = 6$ c) $V(Y) = \frac{1}{3}$.

6 a) $P(X > 10) = \frac{2}{3}$ b) $P(X > 25|X > 15) = \frac{1}{3}$.

7 $P(Y \geq 20) \cong 1$.

8 a) $P(x > 2) = e^{-1}$ b) $P(X \geq 10|X > 9) = e^{-0,5}$.

9 a) $P(\overline{X} \geq 12) = 0.0227$ b) $P(\overline{X} \geq 12) \approx 0$ c) A amostra de tamanho menor é melhor.

10 Resp.: 81.

11 a) 0,03375; b) 0,5.

12 Resp.: 0,07927

13 Resp. : 0,0006.