Exercícios: Introdução à probabilidade

1. Para cada um dos casos abaixo, escreva o espaço amostral correspondente e diga quantos são seus elementos. (a) Uma moeda é lançada duas vezes e observam-se as faces obtidas.
(b) Um dado é lançado duas vezes e a ocorrência de face par ou ímpar é observada.
(c) Uma urna contém 10 bolas azuis e 10 vermelhas. Três bolas são selecionadas ao acaso com reposição e as cores são anotadas.
(d) Dois dados são lançados simultaneamente estamos interessados na soma das faces observadas.
(e) Em uma cidade, famílias com 3 crianças são selecionadas ao acaso, anotando-se o sexo de cada uma.

2. Sendo A e B dois eventos em um mesmo espaço amostral, "traduza" para a linguagem de conjuntos as seguintes situações:
(a) Pelo menos um dos eventos ocorre.
(b) Exatamente um dos eventos ocorre.
(c) Nenhum deles ocorre.
(d) O evento A ocorre, mas B não.

3. Considere o lançamento de dois dados. Considere os eventos: $A =$ soma dos número obtidos igual a 9 e $B =$ número no primeiro dado maior ou igual a 4. Enumere os elementos de A e B. Obtenha $A \cup B$, $A \cap B$ e A^c.

4. Obtenha as probabilidades dos eventos que aparecem no **Exercício acima**.

5. (*Meyer E. 3.10 p. 61*). Sejam A e B dois eventos associados a um experimento.
Suponha que $P(A) = 0,4$ e $P(A \cup B) = 0,7$. Seja $P(B) = p$. **(a)** Para que valor de p tem-se A e B mutuamente exlusivos? **(b)** Para que valor de p tem-se A e B independentes?

6. (*Walpole et al. E. 2.55 p. 35*). A probabilidade de que uma indústria norte-americana será localizada em Xangai é de 0,7; a probabilidade de que será localizada em Pequim é de 0,4: e a probabilidade de que será localizada em Xangai ou em Pequim, ou em ambos os lugares, é de 0,8. Qual é a probabilidade de que a empresa seja localizada

   a) em ambas as cidades?
   b) em nenhuma das cidades?

7. (*Meyer E. 3.24 p. 63*). Uma montagem eletrônica é formada por dois subsistemas A e B. De experimentos anteriores, as seguintes probabilidades se admitem conhecidas:
$P(A \text{ falhe}) = 0{,}20$, $P(A \text{ e } B \text{ falhem}) = 0{,}15$
$P(B \text{ falhe sozinho}) = 0{,}15$
Calcule as seguintes probabilidades:
(a) $P(A \text{ falhe}|B \text{ tenha falhado})$.
(b) $P(A \text{ falhe sozinho})$.

8. (*Walpole et al. E. 2.107 p. 46*). A poluição dos rios nos Estados Unidos é um problema há anos. Considere os seguintes eventos:
$A = \{$O rio é poluído$\}$;
$B = \{$Uma amostra da água testada detecta poluição$\}$
$C = \{$A pesca é permitida$\}$.
Assuma $P(A) = 0.3$, $P(B|A) = 0,75$, $P(B|A^c) = 0,20$, $P(C|A \cap B) = 0,20$, $P(C|A^c \cap B) = 0,15$,$P(C|A \cap B^c) = 0,80$, $P(C|A^c \cap B^c) = 0,90$.
(a) Determine $P(A \cap B \cap C)$.
(b) Determine $P(B^c \cap C)$.
(c) Determine $P(C)$.
(d) Determine a probabilidade de o rio ser poluído dado que a pesca é permitida e a amostra testada não detectou poluição.

9. Dois processadores tipos A e B são colocados em teste por 50 mil horas. A probabilidade de que um erro de cálculo aconteça em um processador do tipo A é de 0,4, no tipo B, 0,7 e, em ambos, 0,3. Qual a probabilidade de que:
(a) Pelo menos um dos processadores tenha apresentado erro?
(b) Nenhum processador tenha apresentado erro?
(c) Apenas o processador A tenha apresentado erro?
(d) O processador A apresente erro, dado que B não apresentou?

10. (*Walpole et al. E. 2.58 p. 35*). Uma indústria automobilística está preocupada com uma possível *recall* de seu sedã quatro portais mais vendido. Se houver um *recall*, há 0,25 de probabilidade de que o defeito seja no sistema de freios; 0,18 de que seja na transmissão; 0,17 de que seja no sistemas de combustível e 0,40 de que seja em alguma outra parte.
a) Qual é a probabilidade de que o defeito esteja nos freios ou no sistema de combustível, se a probabilidade de defeitos em ambos os sistemas, simultaneamente, é de 0,15?
b) Qual é a probabilidade de que não haja de-

feitos nem no sistema de freios nem no sistemas de combustível?

11. (*Walpole et al. E. 2.73 p. 37*). É comum, em muitas áreas industriais, o uso de máquinas envasadoras para colocar os produtos em caixas. Isso ocorre na indústria alimentícia, bem como em outras áreas nas quais os produtos têm uso doméstico, como o detergente. Tais máquinas não são perfeitas e podem: A, atender às especificações; B, encher as caixas menos do que o necessário; ou C, encher mais do que o necessário. Geralmente, o não enchimento das caixas é o que se deseja evitar. Seja $P(B) = 0,001$ enquanto $P(A) = 0,990$.
(a) Forneça $P(C)$.
(b) Qual é a probabilidade de a máquina não encher as caixas menos do que o necessário?
(c) Qual é a probabilidade de a máquina encher as caixas mais do que o necessário ou encher menos do que o necessário?

12. (*Walpole et al. E. 2.84 p. 42*). A probabilidade de que um automóvel sendo abastecido com gasolina também necessite de uma troca de óleo é de 0,25; a probabilidade de que ele precise de um novo filtro de óleo é de 0,40; e a probabilidade de que sejam necessárias tanto a troca de óleo quanto a de filtro é de 0,14.

    (a) Se o óleo tiver de ser trocado, qual é a probabilidade de que o filtro também tenha de ser trocado?
    (b) Se for preciso um novo filtro, qual é a probabilidade de que o óleo também precise ser trocado?

13. (*Walpole et al. E. 2.94 p. 43*). A probabilidade de que Tom estará vivo daqui a 20 anos é de 0,7 e a de que Nancy estará viva é de 0,9. Se assumirmos a independência para ambos, qual é a probabilidade de que nenhum deles esteja vivo em 20 anos?

14. (*Mayer E. 3.15 p.62*). Cada uma de duas pessoas joga trêss moedas balanceadas. Qual a probabilidade de que elas obtenham o mesmo número de caras?

15. (*Walploe et al. E.2.101 p. 45*). Em certa região do país, sabe-se, baseado em experiências anteriores, que a probabilidade de selecionar um adulto com mais de 40 anos, com câncer, é de 0,05. Se a probabilidade de o médico diagnosticar corretamente uma pessoa com câncer como portadora da doença é de 0,78 e a probabilidade de diagnosticar incorretamente uma pessoa sem câncer como sendo portadora da doença é de 0,06, qual é a probabilidade de que a pessoa seja diagnosticada com câncer?

16. (*Walpole et al. E. 2.108 p. 46*). Uma cadeia de lojas de produtos para pintura produz e vende látex e tinta semibrilho. Com base nas vendas de longo prazo, a probabilidade de que o cliente compre a tinta látex é de 0,75. Daqueles que compram látex, 60% também compram rolos. Mas somente 30% dos que compram tinta semibrilho compram também rolos. Um comprador selecionado aleatoriamente compra um rolo e uma lata de tinta. Qual é a probabilidade de que a tinta seja látex?

17. Num mercado, três corretoras A, B e C são responsáveis por 20%, 50% e 30% do volume total de contratos negociados, respectivamente. Do volume de cada corretora, 20%, 5% e 2%, respectivamente, são contratos futuros em dólares. Um contrato é escolhido ao acaso e este é futuro em dólares. Qual a probabilidade de ter sido negociado pela corretora A? E pela corretora C?

18. (*Ross, 127, ex. 3c*). Um participante de um programa de auditório deve responder a duas questões, 1 e 2, as quais deve ser escolhidas na ordem que ele preferir. Se ele decidir tentar a questão i, então ele só pode responder à questão $j \neq i$, $i = j = 1, 2$, se ele acertar a questão i. Se ele erra a primeira questão, ele perde a chance de responder à segunda questão. O participante recebe V_i reais se ele responder à questão $i = 1, 2$ corretamente. Se ele responder ambas as questões de forma correta, ele recebe $V_1 + V_2$ reais. Se a probabilidade de que ele saiba a resposta da questão i é P_i, qual questão ele deve responder primeiro para maximizar seu ganho? Assuma que os eventos: E_i : "ele sabe a resposta da questão i", $i = 1, 2$, são independentes.

Respostas:

1. a)$\Omega = \{CC, CK, KC, KK\}$ b) $\Omega = \{PP, PI, IP, II\}$ c) $\Omega = \{AAA, AAV, AVA, VAA, AVV, VAV, VVA, VVV\}$ d)$\Omega = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ e)$\Omega = \{FFF, FFM, FMF, MFF, FMM, MFM, MMF, MMM\}$

2. a)$A \cup B$ b)$(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$ c)$(A \cup B)^c$ d)$A \cap B^c$

3. $A = \{(3,6), (4,5), (5,4), (6,3)\}$, $B = \{(4,1), ..., (4,6), (5,1), ..., (5,6), (6,1), ..., (6,6)\}$, $A \cup B = \{(3,6), (4,1), ..., (6,6)\}$, $A \cap B = \{(4,5), (5,4), (6,3)\}$, $A^c = \{(1,1), ..., (3,5), (4,1), ..., (4,4), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,5), ..., (6,2), (6,4), (6,5), (6,6)\}$

4. a)P(A)=4/36, P(B)=18/36, P(A∪B)=19/36, P(A∩B)=3/36, P(A^c)=32/36

5. a)0,3 b)0,5 **6.** a)0,3 b)0,2 **7.** a)0,5 b)0,05 **8.** a)0,045 b)0,564 c)0,630 d)0,1064

9. a)0,8 b)0,2 c)0,1 d)0,33 **10.** a)0,27 b)0,73 **11.** a)0,009 b)0,999 c)0,01 **12.** a)0,56 b)0,35

13. 0,03 **14.** 5/16 **15.** 0,096 **16.** 0,8571 **17.** 0,563 e 0,084.

18. Deve escolher a questão 1 se: $V_1 P_1 (1 - P_2) \geq V_2 P_2 (1 - P_1)$