AULA 4
Introdução às Medidas em Física
4300152

CORDAS VIBRANTES

Elisabeth Mateus Yoshimura
emateus@if.usp.br

1

Experiência IV
Cordas Vibrantes

Objetivos:

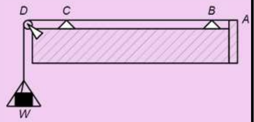
- **Estudar os modos de vibração de uma corda presa em suas extremidades. (analogia com instrumentos musicais de corda)**
- **Análise de dados**
  - **Análise gráfica – linearização com escala logarítmica**
  - **Dedução empírica de uma lei física**

2

Conceitos Básicos

Vibração de uma corda

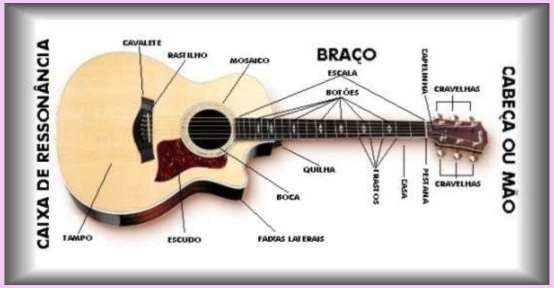
- Pitágoras estudou a dependência de diferentes fatores no som de uma corda tensionada (monocórdio)
- **Seja uma corda ou um fio preso em suas extremidades (como uma corda de violão). Ao puxarmos essa corda, como ela deverá vibrar?**
- **Quais características da corda e da forma como ela está presa determinam a maneira como ela vibrará?**



Veja em http://www.if.ufrgs.br/cref/ntef/gram/monocordio.pdf como construir um monocórdio

3

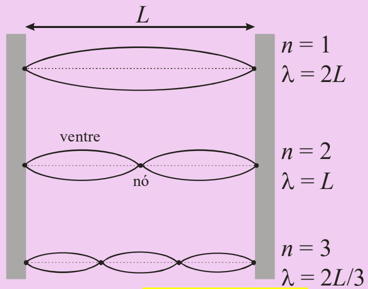
O Violão – como se variam os sons (frequências) no instrumento?



4

Violão (simplificado) na Física: Modos de vibração de um fio

- Fio preso nas duas extremidades
  - Essa condição limita as configurações possíveis de ondas estacionárias
  - Surgem os modos de vibração ou frequências de ressonância



$$\lambda = \frac{2L}{n}$$

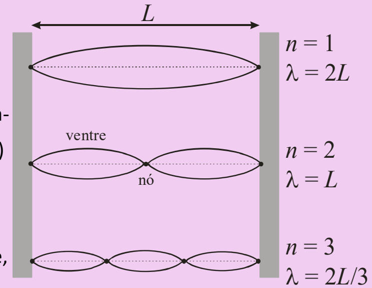
5

Violão (simplificado) na Física:
de que parâmetros dependem as frequências de ressonância?

$v = \sqrt{T/\mu}$

$f = \frac{v}{\lambda}$

- Densidade do fio
  - Fios de densidade diferentes vibram em frequências diferentes (as cordas)
- Tensão aplicada ao fio
  - Variando-se a tensão, varia-se a frequência (afinação nas cravelhas ou tarrachas)
- Comprimento
  - Acordes
- Harmônicos
  - modos de vibração (timbre, harmonia)



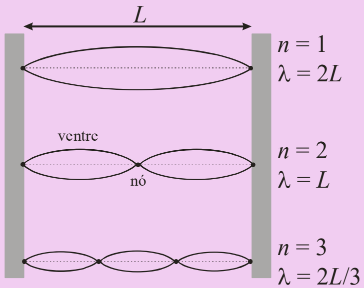
$$\lambda = \frac{2L}{n}$$

6

As frequências de ressonância dependem de que parâmetros?

$f = \frac{v}{\lambda}$

- Modo de vibração – *n* – inversamente proporcional a λ, (diretamente a *f*)
  - Maior o "número de ventres" (*n*), maior a frequência
- Comprimento do fio
  - Quanto maior o comprimento, maior o comprimento de onda (menor frequência) para o mesmo modo de vibração *n*.
- A espessura do fio (densidade linear)
  - quanto mais espesso menor a frequência para o mesmo modo de vibração *n*.
- A tensão aplicada ao fio
  - quanto maior a tensão maior a frequência para o mesmo modo de vibração *n*.



$$\lambda = \frac{2L}{n}$$

7

Resumindo: de que parâmetros dependem as frequências de ressonância?

Função esperada:

$$f_n = \frac{1}{\lambda_n}\sqrt{T/\mu} = \frac{n}{2L}\sqrt{T/\mu}$$

- Modo de vibração (*n*)
- Comprimento do fio (*L*)
- Densidade do fio (μ)
  - Vamos usar a densidade linear (propriedade do fio)

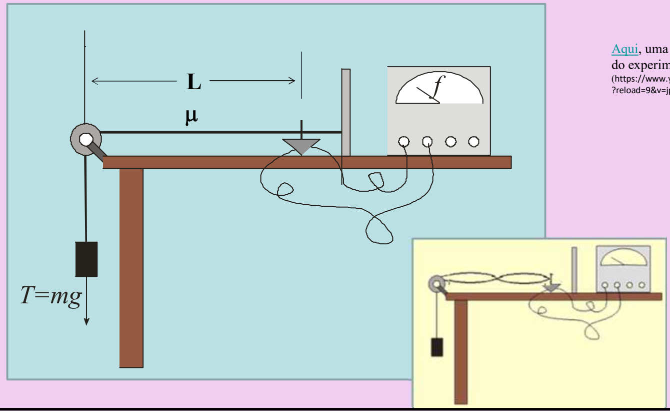
$$\mu = m_{fio} / L_{fio}$$

- Tensão aplicada (*T*)
- Como correlacionar a frequência com esses parâmetros?
  - Tomar os dados e analisá-los
    - Fixar todos os parâmetros, menos um deles
    - Estudar variação da frequência com este parâmetro

8

Arranjo experimental

Veja neste link a corda nos modos normais: Furukawa (http://eaulas.usp.br/portal/video.action?idItem=6866)



Aqui, uma demonstração do experimento (https://www.youtube.com/watch?reload=9&v=jplFqvqW6V8)

9

Experimento

- Vamos estudar como as frequências de ressonância variam com alguns desses parâmetros
  - **O arranjo para Cordas Vibrantes com fios de nylon com um gerador de frequências que transmite à corda, pelo alto-falante, ondas senoidais (*f* fixo). O fio é estimulado a vibrar gerando ondas estacionárias**
- Parâmetros variados em cada série de medidas (um por vez):
  - **Modos de frequência - *n* (se observar ao variar a frequência do gerador)**
  - **Tensão aplicada à ponta da corda *T=mg* (massas adicionadas ao porta peso), e observação do segundo modo de vibração (n = 2)**
  - **Comprimento da corda *L* (movimentação do alto-falante), e observação do segundo modo de vibração (n = 2)**
- Tudo isso feito para cada fio com densidade linear conhecida

Dados já tomados. Sorteio de 1 conjunto (n, T, L) para cada grupo

10

Análise dos dados

Como obter uma expressão para a frequência de ressonância em função dos parâmetros?

Hipótese:

A frequência depende dos parâmetros em uma lei de potências do tipo

$$f_n = Cn^{\alpha}L^{\beta}T^{\gamma}\mu^{\delta}$$

Os parâmetros são independentes. Para cada um que se varie obtém-se

$$f(x) = A\ x^{b}$$

em que *A* depende dos outros parâmetros (fixos) e *b* é um dos expoentes (*α, β, δ, γ*)

11

Análise dos dados

$$f_n = Cn^{\alpha}L^{\beta}T^{\gamma}\mu^{\delta}$$

Por exemplo:

Se tivermos a variação da tensão:

$$f(T) = A\ T^{\gamma}$$

e os outros parâmetros fixos são:

$$n = n_0 \quad L = L_0 \quad \mu = \mu_0$$

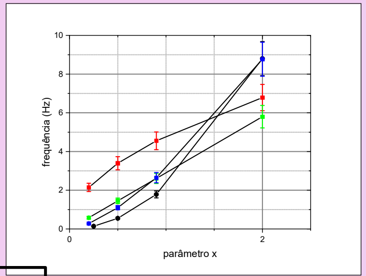
então *A* é um valor dado por esses parâmetros fixos e a constante *C*:

$$f = Cn^{\alpha}L^{\beta}T^{\gamma}\mu^{\delta} \rightarrow f = [Cn^{\alpha}L^{\beta}\mu^{\delta}]T^{\gamma}$$

$$f = AT^{\gamma} \Rightarrow f = Cn_0^{\alpha}L_0^{\beta}\mu_0^{\delta}T^{\gamma} \Rightarrow A = Cn_0^{\alpha}L_0^{\beta}\mu_0^{\delta}$$

12

Análise de Dados



Como analisar uma dependência de potência genérica?

Linearizar com gráfico logarítmico: uma função do tipo $f(x) = A\,x^b$

Usando as propriedades dos logaritmos:

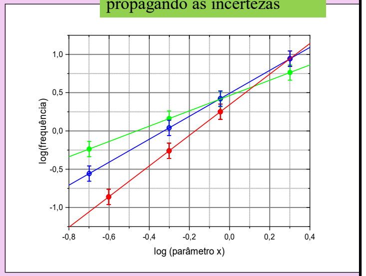
$f(x) = A\,x^b \Rightarrow \boxed{\log(f) = \log(A) + b\log(x)}$

Equação de uma reta

13

Análise de Dados

Calculando os logaritmos de todo o conjunto de dados e propagando as incertezas



Como analisar uma dependência de potência genérica?

Linearizar com gráfico logarítmico: uma função do tipo $f(x) = A\,x^b$

$f(x) = A\,x^b \Rightarrow \boxed{\log(f) = \log(A) + b\log(x)}$

Equação de uma reta

14

Análise de Dados

FAZENDO O GRÁFICO COM ESCALAS LOGARITMICAS!!!

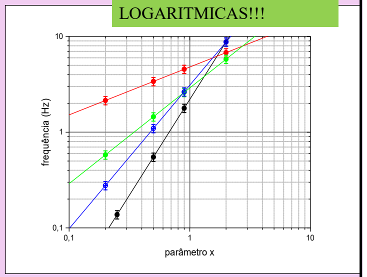


Gráfico dilog: em papel apropriado, ou com o uso de escala log no software usado para fazer o gráfico e ajustar as retas!!

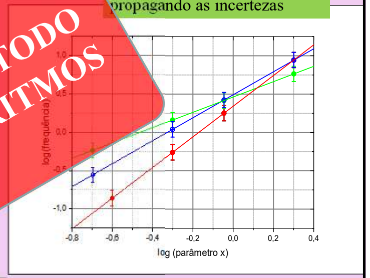
$f(x) = A\,x^b \Rightarrow \boxed{\log(f) = \log(A) + b\log(x)}$

Equação de uma reta

15

Análise de Dados

Calculando os logaritmos de todo o conjunto de dados e propagando as incertezas



Como analisar uma dependência de potência genérica?

Linearizar com gráfico logarítmico: uma função do tipo $f(x) = A\,x^b$

$f(x) = A\,x^b \Rightarrow \boxed{\log(f) = \log(A) + b\log(x)}$

Equação de uma reta

NÃO VAMOS USAR O MÉTODO DO CÁLCULO DE LOGARITMOS

16

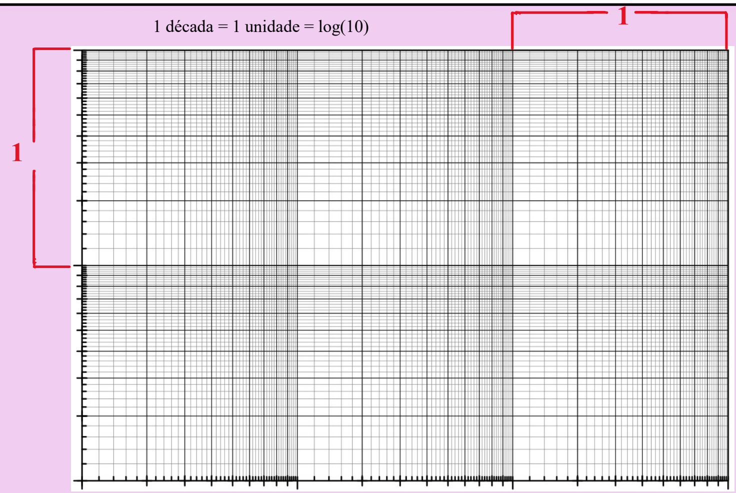
Escalas Logarítmicas

A fim de facilitar a construção desse gráfico e evitar que tenhamos que calcular o logaritmo de todos os dados, podemos utilizar o chamado papel di-log quando fazemos à mão, ou usar o software com escalas logarítmicas.

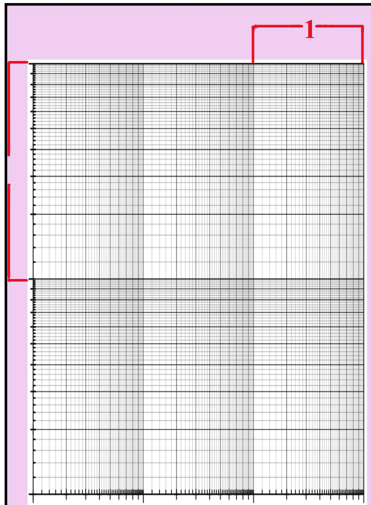
Nesse papel, tanto o eixo-x como o eixo-y são construídos de forma que o comprimento real no papel corresponde ao logaritmo do número marcado na escala do gráfico

17

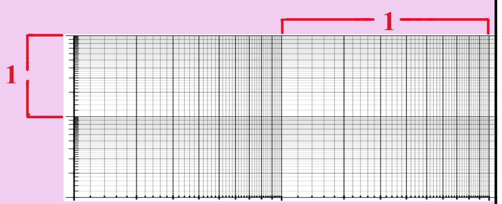
1 década = 1 unidade = log(10)



18



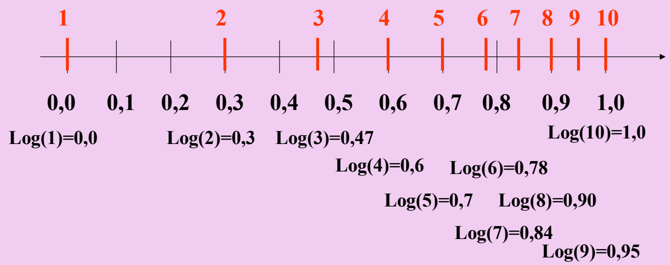
1 década = 1 unidade = log(10)



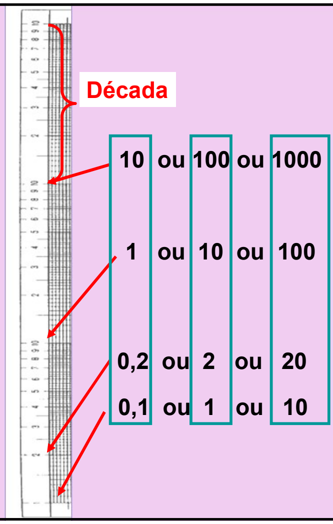
19

Análise de dados: Escala Logarítmica

A escala é construída de forma que o comprimento real (em cm) na escala corresponde ao logaritmo do número marcado na escala do gráfico (em cm)



20

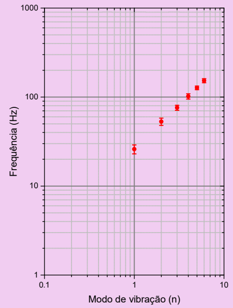


VALORES NA ESCALA: uma mesma potência de 10 multiplica cada década.

21

Análise de dados com papel dilog (para observar coeficientes angulares – potências de variação entre as variáveis

$\log(f) = \log(A) + b\log(x)$
$Y = a + bX$ com: $Y \equiv \log(f)$, $a \equiv \log(A)$, $X = \log(x)$
$b \equiv$ coeficiente angular da reta obtida



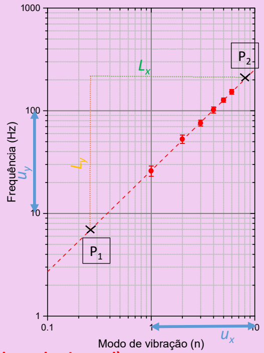
22

Análise de dados com papel dilog

$\log(f) = \log(A) + b\log(x)$
$Y = a + bX$ com: $Y \equiv \log(f)$, $a \equiv \log(A)$, $X = \log(x)$
$b \equiv$ coeficiente angular da reta obtida

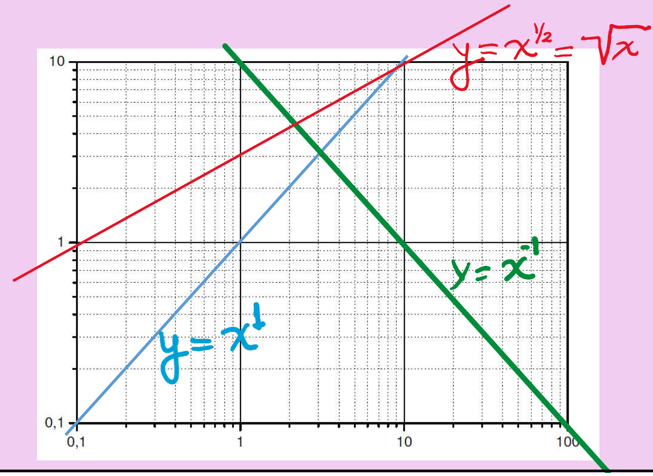
Além disso:
- diferenças de logaritmos são obtidas com régua!

$$b = \frac{\log(f_2) - \log(f_1)}{\log(n_2) - \log(n_1)} = \frac{L_y/u_y}{L_x/u_x}$$

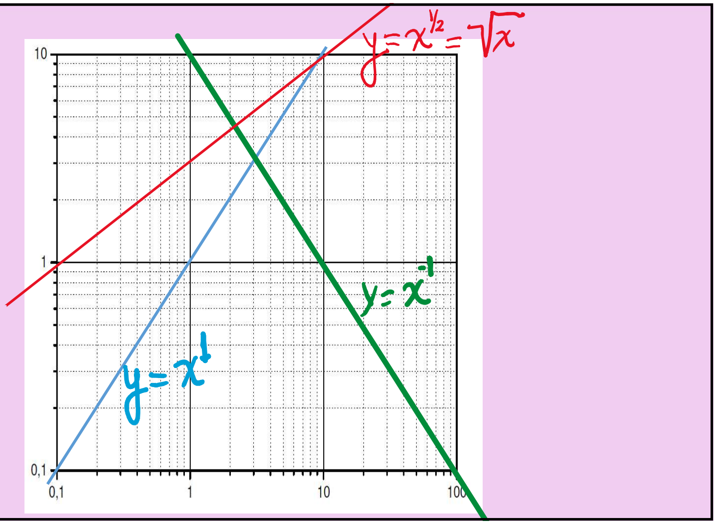


Para diferenças de log (T) meça com régua (na vertical e na horizontal); u_y e u_y são a unidade (década medida com régua em mm ou cm) e L_x ou L_y são as distâncias P1 – P2 (em cm mm)

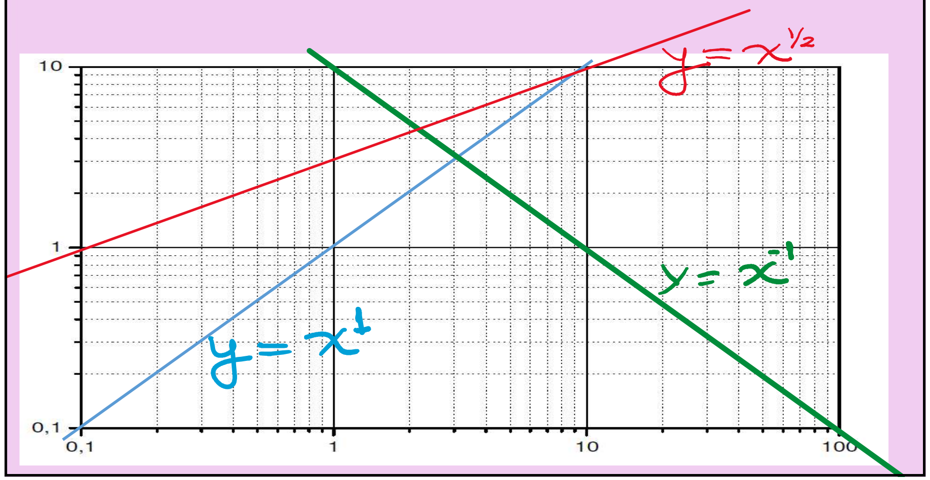
23



24



25



26

CONJUNTOS DE DADOS EXPERIMENTAIS

Etapa	Parâmetro Variável	Parâmetros fixos
1 Tabela 1	**n**	**L**= fixo; corda com densidade μ; **m** ou **T** fixo; variação de frequência com **n**
2 Tabela 2	**m, T=mg**	**L**= fixo; corda com densidade μ; **n=2**; variação de frequência com **m** ou **T**
3 Tabela 3	**L**	corda com densidade μ; **m** ou **T** fixo; n = 2; variação de frequência com **L**

27

Análise de Dados

1. Gráfico de frequência × modos de vibração com escalas dilog
2. Gráfico de frequência × Tensão (T=mg) aplicada à corda com escalas dilog
3. Gráfico de frequência × Comprimento (L) da corda com escalas dilog

Fazer ajustes de retas (no webroot, ajustar a função **y = 10^(log10(x)*[0]+[1])** e o coeficiente angular é o parâmetro [0]), e obter o coeficiente angular, com incerteza.

Espera-se obter do coeficiente linear da relação entre **log *f*** e **log *L*** o logaritmo da velocidade de propagação da onda na corda para essa situação experimental. Determine então essa velocidade, com incerteza, a partir do ajuste linear já feito.

28

Análise de Dados

1. Gráfico de frequência × modos de vibração com escalas dilog
2. Gráfico de frequência × Tensão (T=mg) aplicada à corda com escalas dilog
3. Gráfico de frequência × Comprimento (L) da corda com escalas dilog

Fazer ajustes de retas (no webroot, ajustar a função **y = 10^(log10(x)*[0]+[1])** e o coeficiente angular é o parâmetro [0]), e obter o coeficiente angular, com incerteza.

Espera-se obter do coeficiente linear da relação entre **log *f*** e **log *T*** o comprimento da corda para essa situação experimental (conhecida a densidade linear da corda). Determine então o comprimento da corda, com incerteza, a partir do ajuste linear já feito.

29

Análise de Dados

1. Gráfico de frequência × modos de vibração com escalas dilog
2. Gráfico de frequência × Tensão (T=mg) aplicada à corda com escalas dilog
3. Gráfico de frequência × Comprimento (L) da corda com escalas dilog

Fazer ajustes de retas (no webroot, ajustar a função **y = 10^(log10(x)*[0]+[1])** e o coeficiente angular é o parâmetro [0]), e obter o coeficiente angular, com incerteza.

Função esperada:

$$f_n = \frac{1}{\lambda_n}\sqrt{T/\mu} = \frac{n}{2L}\sqrt{T/\mu}$$

$$v = \sqrt{T/\mu}$$

Espera-se obter do coeficiente linear da relação **log *f*** e **log *L*,** o logaritmo da velocidade de propagação da onda na corda e de **log *f*** e **log *T*,** seu comprimento. Determine então essa velocidade e comprimento (conhecida a densidade linear da corda), com incerteza, a partir do ajuste linear já feito.

30