

AULA 3
Introdução às Medidas em Física
4300152

Elisabeth Mateus Yoshimura
emateus@if.usp.br

Bloco F – Conjunto Alessandro Volta – sl
108

1

Experiência III

Curvas Características

Objetivos:

Medidas de grandezas elétricas:

Estudar curvas características de elementos resistivos

Utilização de um multímetro

*** Influência do aparelho medidor no resultado da medida**

Análise de dados:

Análise Gráfica

Média ponderada

Comparação com um modelo

2

Conceitos básicos

A corrente elétrica (i) é definida como o movimento de cargas elétricas em uma direção preferencial

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

O caso mais comum de corrente elétrica é o movimento de elétrons livres em um material condutor

Sua unidade no SI é o ampere que é uma das unidades de base do Sistema Internacional

3

Conceitos básicos

A tensão elétrica (V) é uma diferença de potencial elétrico entre dois pontos

Ela é definida como o trabalho por unidade de carga realizado durante o deslocamento de uma carga positiva de um ponto a outro sob a ação de um campo elétrico (E)

Se o campo elétrico (E) é uniforme entre dois pontos que estão a uma distância d um do outro, podemos escrever:

$$V = \frac{dW}{dq} \qquad V = E \cdot d$$

4

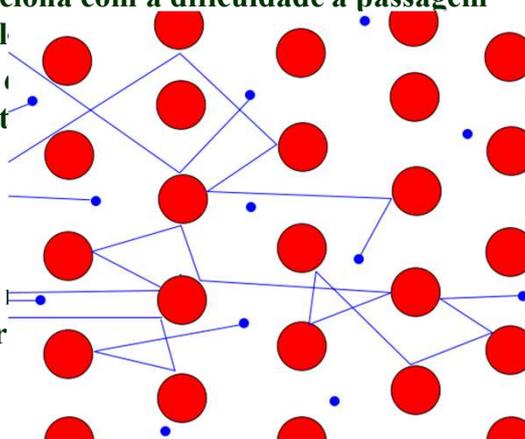
Conceitos básicos

A **resistência elétrica (R)** é uma característica de materiais condutores que se relaciona com a dificuldade à passagem de corrente elétrica pelo

Ela é definida pela razão entre a tensão aplicada a esse elemento e a corrente que o atravessa.

$$R = \frac{V}{i}$$

A resistência depende do material e aumenta com a temperatura.
Quando R é constante...



5

Conceitos Básicos

Quando R é constante, o elemento resistivo é chamado de **ôhmico**, pois obedece à **Lei de Ohm**:

$$V = R \cdot i, \text{ com } R \text{ constante}$$

É uma lei empírica, que se aplica a muitos materiais e a muitas situações, mas não é universal

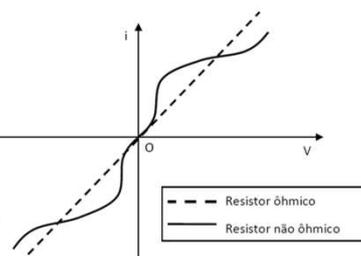


Figura 2.1: Curva característica de dois elementos resistivos hipotéticos.

6

Potência Elétrica

Potência elétrica pode ser definida como o trabalho realizado pela corrente elétrica em um determinado intervalo de tempo.

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = V \cdot I$$

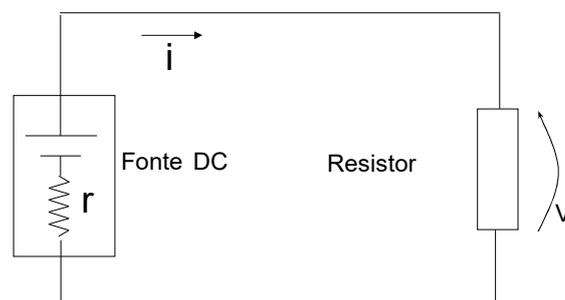
$$V = R \cdot I$$

$$P = R \cdot I^2$$

7

Circuito elétrico

É uma associação de elementos elétricos (resistivos ou não), normalmente formando uma rede fechada por onde passa uma corrente elétrica (i)



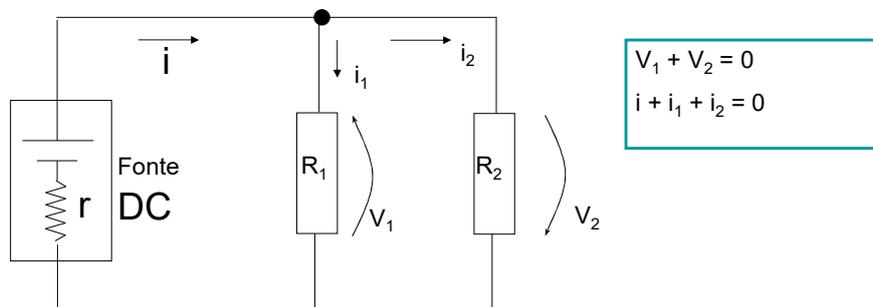
Circuitos elétricos são extremamente importante para a nossa tecnologia, estando presentes em basicamente qualquer aparelho eletrônico

8

Leis de Kirchhoff

A soma das tensões em todos os elementos do circuito fechado são iguais a zero;

A soma das correntes em um nó do circuito é igual a zero;

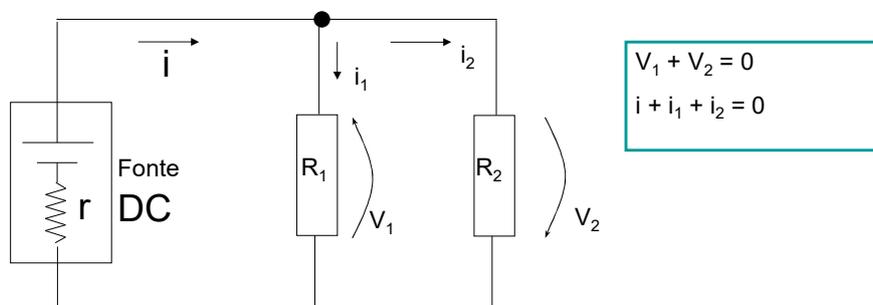


9

Leis de Kirchhoff

Portanto: $V_1 = -V_2$.

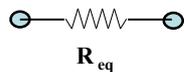
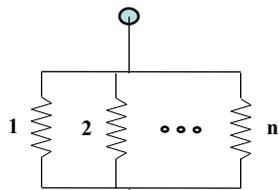
Por exemplo, se desejo medir V_1 , posso medir V_2 através de i_2 e R_2 , que me levará a V_1 .



10

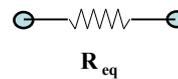
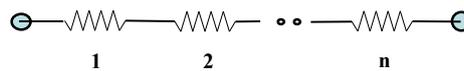
Resistência Equivalente

Resistores em paralelo



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Resistores em série



$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

11

Curva Característica

- Para estudar elementos resistivos em um circuito obtemos sua *curva característica* que nada mais é que **o gráfico da tensão (V) em função da corrente (I)**
- Esse gráfico nos permite caracterizar o comportamento do elemento resistivo e, portanto, do circuito

Para isso é necessário **medir** grandezas elétricas, como **corrente, tensão e resistência. Como fazer?**

Multímetro

Instrumento para medida de tensão, corrente e resistência

Na realidade é um detector sensível a intensidade de corrente

A origem do multímetro é um aparelho chamado galvanômetro

12

Amperímetro, Voltímetro, Ohmímetro Multímetro

Instrumentos que avaliam:

- a corrente no circuito (amperímetro) por meio de um campo magnético induzido em uma bobina interna (princípio galvanômetro);
- ou a corrente em um resistor de resistência conhecida (voltímetro);
- ou a corrente que atravessa um elemento resistivo ao aplicar uma ddp constante e conhecida (ohmímetro).
- Ao ser inserido no circuito de interesse, o multímetro pode afetar o circuito, por exemplo, por introduzir uma resistência adicional – *resistência interna*

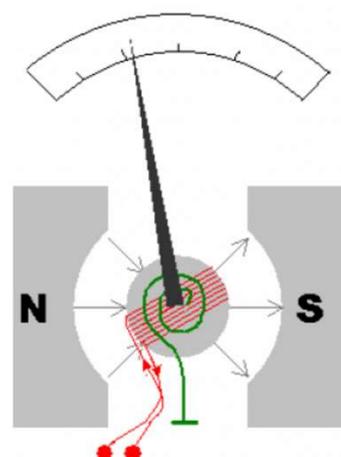
13

Galvanômetro

O galvanômetro, inventado por William Sturgeon em 1836 (cujo nome é uma homenagem a Luigi Galvani), é um detector sensível a intensidade de corrente;

Interação entre a corrente elétrica em uma bobina e um campo magnético

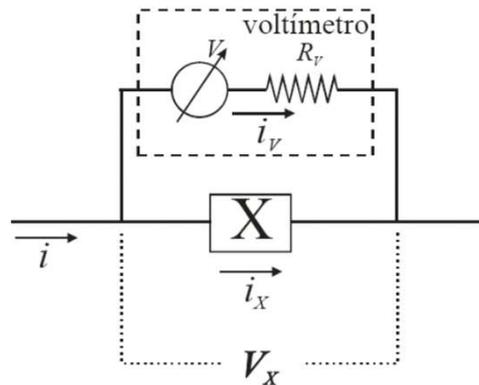
Torque proporcional à corrente elétrica



14

Voltímetro

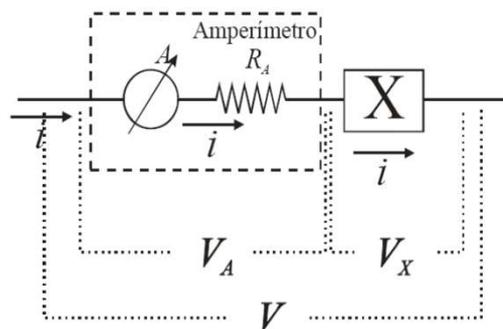
- Quando o multímetro está operando para medir tensão
- Ele sempre é montado em paralelo ao elemento do qual se quer medir a tensão
- A resistência R_V deve ser muito alta para i_V ser muito baixo



15

Amperímetro

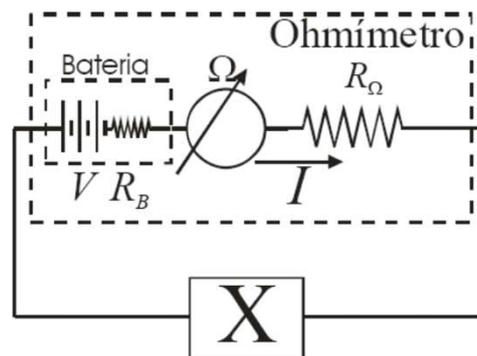
- Quando o multímetro está operando para medir corrente
- Ele sempre é montado em série como elemento do qual se quer medir a corrente
- A resistência R_A deve ser muito baixa para V_A ser muito baixo



16

Ohmímetro

- Quando o multímetro está operando para medir resistência
- Ele sempre é montado em paralelo ao elemento do qual se quer medir a resistência e sem fonte de tensão ligada ao mesmo



17

Uma consequência importante

- Voltímetros, amperímetros e ohmímetros possuem resistência
- Voltímetros, amperímetros e ohmímetros medem através da passagem de corrente para o instrumento (toda a corrente no amperímetro, pequena parte no voltímetro, gerada pela bateria no ohmímetro)
- Voltímetros, amperímetros e ohmímetros MODIFICAM as tensões e correntes em um circuito. Eles alteram as medidas...

18

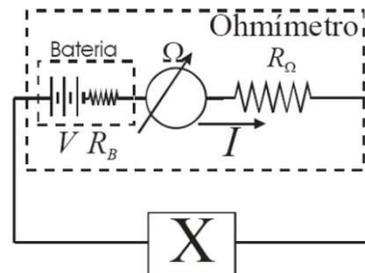
Ohmímetro

A bateria do ohmímetro possui uma resistência interna (R_B):

Essa resistência não é levada em consideração pois varia com o uso do aparelho:

$$i = \frac{V}{R_R + R_B + R_\Omega}$$

$$R_R = \frac{V}{i} - R_B - R_\Omega$$



Se $R_R \gg R_B + R_\Omega$ essa resistência pode ser desprezada e a resistência medida é aproximadamente igual a R_R

19

Voltímetro

O Voltímetro possui resistência interna:

A resistência, por construção, é muito grande;

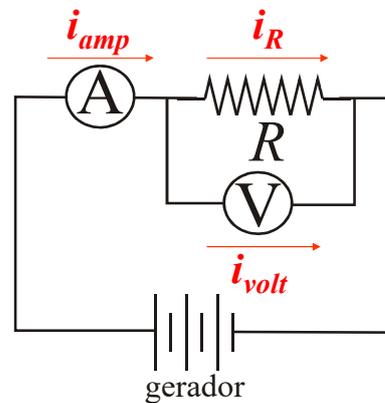
Provoca “desvio” de corrente:

$$V_{volt} = V_R ; i_{amp} = i_{volt} + i_R$$

$$R_{volt} i_{volt} = R_R i_R$$

$$R_{medido} = \frac{V_{volt}}{i_{amp}} = \frac{V_R}{i_{volt} + i_R}$$

$$R_{medido} = \frac{V_R}{i_R \left(1 + \frac{R_R}{R_{volt}}\right)} = \frac{R_R R_{volt}}{(R_R + R_{volt})}$$



Se $R_{volt} \gg R_R$ implica em $i_R \gg i_{volt}$ e a resistência medida é aproximadamente igual a R_R

20

Amperímetro

O Amperímetro possui resistência interna:
 Resistência, por construção, muito pequena
 Provoca queda de tensão

$$V_{volt} = V_{amp} + V_R$$

$$i_{amp} = i_R$$

$$R_{medido} = \frac{V_{volt}}{i_{amp}} = \frac{V_{amp} + V_R}{i_R} = R_{amp} + R_R$$

Se $R_{amp} \ll R_R$
 A resistência medida é aproximadamente igual a R_R

21

Valores nominais

$R_{volt} = 10 \text{ M}\Omega$
 $R_{amp} = 2 \text{ }\Omega$
 $R_{ohm} = 1 \text{ }\Omega$

	1 Ω	100 Ω	6,8 M Ω
$R_{medido} = R_{ohm} + R_R$	2	101	6.800.001
 $R_{medido} = \frac{R_{volt} R_R}{(R_{volt} + R_R)}$	1	100	4.047.519
 $R_{medido} = R_{amp} + R_R$	3	102	6.800.002

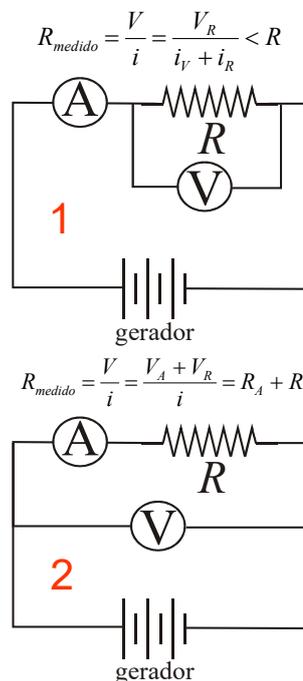
22

Conclusões

Dependendo do valor da resistência elétrica a ser estudada, um circuito é mais adequado que o outro

Para altas resistências, o circuito 2 é mais adequado que o 1 e vice-versa.

Altas resistências significam comparáveis à resistência do voltímetro



23

Qual é a incerteza do voltímetro e do amperímetro?

Como avaliar incerteza para uma medida de tensão = 1,840 V (escala de 2 V) ?

Procurar no manual do instrumento a tabela relativa à função e escala utilizadas

Cada escala possui uma incerteza distinta

Em geral, é fornecida a incerteza estatística (em porcentagem) e a sistemática (em dígitos)

Ex: para tensão elétrica contínua

Incerteza = 0,2% + 3D

O que isso significa?

24

0,2% + 3D - O que é isso?

0,2%

Incerteza estatística

Porcentagem do valor medido

Ex: valor medido: 1,840 V

Incerteza: $0,2 / 100 * 1,840 = 0,004$ V

3D

Significa o algarismo (Dígito) 3 na última casa decimal da medida

Ex: valor medido: 1,840 V

Incerteza: 0,003 V

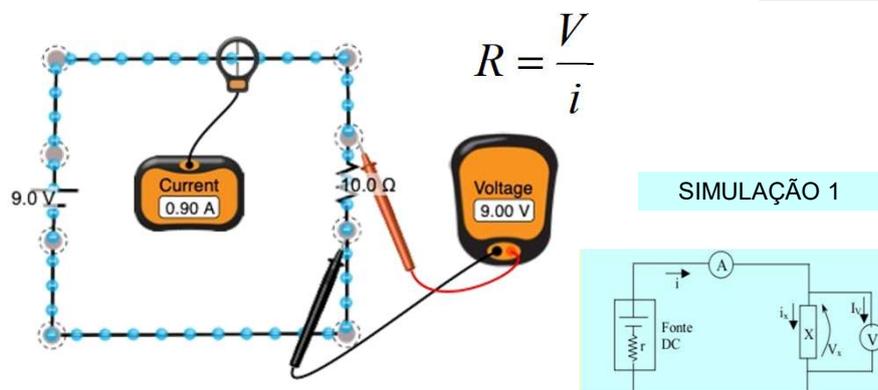
Incerteza total da medida

Soma linear (superestimando) = 0,007 V

25

Experimento – Parte 1 – Simulação de circuito elétrico

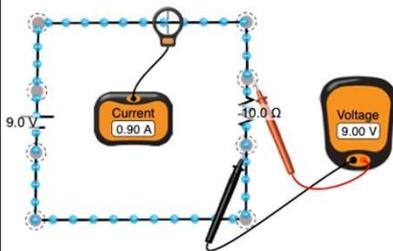
https://phet.colorado.edu/sims/html/circuit-construction-kit-dc-virtual-lab/latest/circuit-construction-kit-dc-virtual-lab_pt_BR.html



26

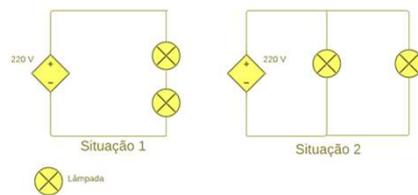
Experimento – Parte 1 – Simulação de circuito elétrico

https://phet.colorado.edu/sims/html/circuit-construction-kit-dc-virtual-lab/latest/circuit-construction-kit-dc-virtual-lab_pt_BR.html



$$P = R \cdot I^2$$

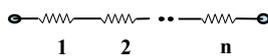
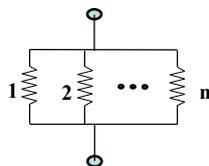
SIMULAÇÃO 2



27

Experimento – Parte 1 – Simulação de circuito elétrico

https://phet.colorado.edu/sims/html/circuit-construction-kit-dc-virtual-lab/latest/circuit-construction-kit-dc-virtual-lab_pt_BR.html



SIMULAÇÃO 3

Medidas utilizando o circuito com associação de resistores em paralelo e uma lâmpada de resistência 10 Ω.

R2/R1	V (V)	I (A)	R-lâmpada (Ω)	R-equivalente (Ω)
1			10	
5			10	
10			10	
100			10	
1000			10	

28

Experimento – Parte 2 - Curva Característica

Para estudar elementos resistivos em um circuito levantamos sua curva característica:

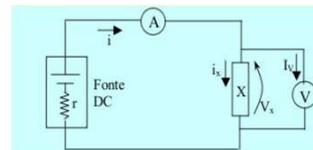
- Gráfico da tensão (V) em função da corrente (I)

Dados já tomados, com o circuito

INCERTEZAS A DETERMINAR

Sorteio dos dados no e-disciplinas

Por grupo



29

Experimento – Parte 2 - Curva Característica

Para estudar elementos resistivos em um circuito levantamos sua curva característica:

- Gráfico da tensão (V) em função da corrente (i)

Objetivo: caracterizar o comportamento do elemento resistivo:

- Ôhmico: resistência é constante para todo par (I, V), ou seja, a corrente varia linearmente com a tensão.
- Não-ôhmico: resistência não é constante para todo par (I, V), ou seja, a corrente varia não-linearmente com a tensão.

30

Análise de Dados

Construa os gráficos de V em função de I sem esquecer de considerar a incerteza de cada ponto.

O resistor comercial é um elemento ôhmico? Como você concluiu isso?

Se o elemento é ôhmico, calcule o valor de sua resistência a partir do gráfico:

$$V = R \cdot I$$

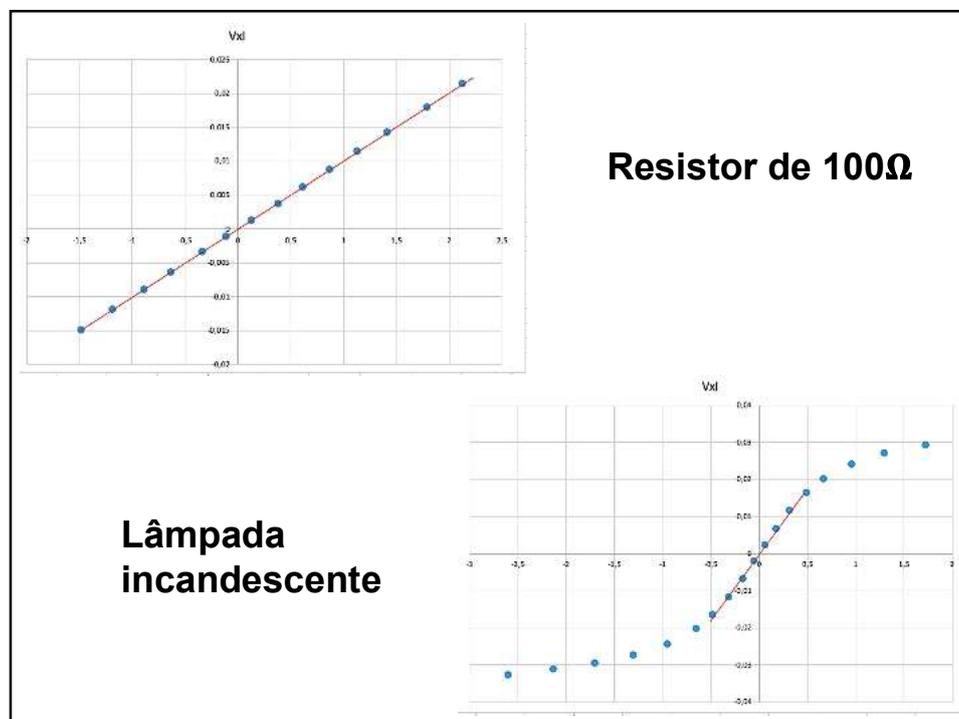
$$Y = a + bx$$

a = coeficiente linear (cruzamento eixo-y)

b = coeficiente angular = $\Delta V / \Delta I$

Se o elemento não for ôhmico, existe alguma região que ele possui esse comportamento? É possível obter sua resistência nessa região?

31



32

Obtenção das Incertezas em V e I

Multímetro ET 1953

Tensão DC

FAIXA	RESOLUÇÃO	PRECISÃO
400mV	100 μ V	$\pm(0.5\%+4D)$
4V	1mV	$\pm(0.8\%+4D)$
40V	10mV	
400V	100mV	
600V	1V	

$$2,00 \text{ V} \rightarrow \pm (0,8\% + 4D)$$

$$0,8\% \text{ de } 2,00 = 0,016$$

$$4D \rightarrow 0,04$$

$$\text{Portanto, } \Delta V = 0,016 + 0,04 = 0,056$$

$$\text{Ou seja, } \Delta V = 0,06 \text{ V}$$

Logo:

$$V = (2,00 \pm 0,06)\text{V}$$

Corrente DC

FAIXA	RESOLUÇÃO	PRECISÃO
400 μ A	0,1 μ A	$\pm(1.2\%+4D)$
4000 μ A	1 μ A	
40mA	10 μ A	
200mA	100 μ A	
10A	10mA	$\pm(2.5\%+4D)$

$$2,00 \text{ A} \rightarrow \pm (2,5\% + 4D)$$

$$2,5\% \text{ de } 2,00 = 0,05$$

$$4D \rightarrow 0,04$$

$$\text{Portanto, } \Delta I = 0,05 + 0,04 = 0,09$$

$$\text{Ou seja, } \Delta I = 0,09 \text{ A}$$

Logo:

$$I = (2,00 \pm 0,09)\text{A}$$

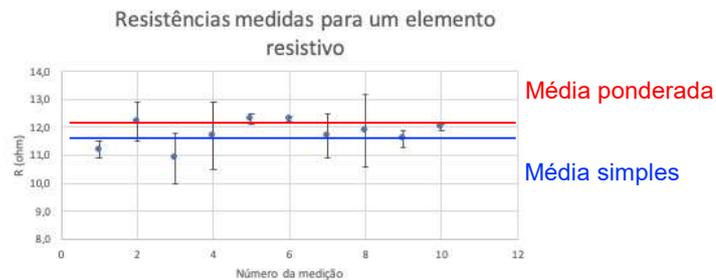
33

Análise por Média ponderada

Várias determinações de uma grandeza (exemplo: resistência de um elemento Ôhmico)

Cada valor com sua incerteza.

Qual o valor final?



Para os cálculos, utilizar os valores obtidos para o resistor de 100 ohms.

34

Análise por Média ponderada

Tabela 3: Medidas de tensão e corrente para o resistor de 100 Ω.

Pontos	V (V)	Resolução	ΔV (V)	Resolução	I (A)	ΔI (A)	R (ohm)	ΔR (ohm)
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								

Para cada valor de R_i calculado, a incerteza é

$$\Delta R = R \sqrt{\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2}$$

35

Média ponderada

Seja cada medida R_i , com incerteza Δ_{R_i} tem $(R_i \pm \Delta_{R_i})$.
O valor médio de R , pode ser obtido por média ponderada:

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^N p_i \cdot R_i}{\sum_{i=1}^N p_i} \quad \text{com } p_i = \frac{1}{\Delta_{R_i}^2}$$

e a incerteza final de R é:

$$\Delta_{\bar{R}} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^N p_i}}$$

36