

Gabarito da 4ª Lista de Exercícios - MAE1512

Professora: SILVIA NAGIB ELIAN

Monitores: DANIELLE VELLOSO E RODRIGO PASSOS MARTINS

Exercício 3

Numa pesquisa realizada com 500 famílias, coletaram-se informações sobre a variável número de filhos. Os resultados são apresentados na tabela a seguir:

Nº de filhos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total
Frequência	115	130	105	45	35	30	25	5	10	500

Estudos anteriores assumem que os números de filhos iguais a 1, 2, 3, ..., 8 e 9 ocorrem com probabilidade 0,21, 0,24, 0,21, 0,12, 0,09, 0,06, 0,05, 0,01 e 0,01, respectivamente. Um estatístico foi consultado para verificar se houve mudança desse padrão, com base nessa amostra de 500 famílias.

As hipóteses estatísticas H_0 e H_a apropriadas para essa verificação são:

$$\begin{cases} H_0 : \text{A distribuição atual segue o modelo probabilístico apresentado} \\ H_a : \text{A distribuição atual não segue o modelo probabilístico apresentado} \end{cases}$$

Para testarmos, vamos utilizar o teste de qui-quadrado de aderência, em que precisamos calcular o valor esperado de modo:

$$e_i = \text{Total} \times P(\text{Número de filhos} = i)$$

Assim, temos que,

Nº de filhos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total
Frequência observada	115	130	105	45	35	30	25	5	10	500
Frequência esperada	105	120	105	60	45	30	25	5	5	500

O teste de qui-quadrado é dado por:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$$

Com $i = 1, \dots, 9$, temos que a estatística é dada por:

$$\chi_{obs}^2 = \sum_{i=1}^9 \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} = \frac{(115 - 105)^2}{105} + \frac{(130 - 120)^2}{120} + \dots + \frac{(10 - 5)^2}{5} \cong 12,758$$

Agora, vamos definir a região crítica. Para tal, precisamos calcular um q_c tal que:

$$P(\chi_{n-1}^2 \geq q_c) = \alpha$$

Com $\alpha = 0,02$ e $n = 9$, temos que $q_c = 18,17$.

Como $RC = \{q \in R : q \geq q_c\}$, o χ_{obs}^2 não está contido na região crítica, o que nos leva a não rejeitar H_0 . Ou seja, os dados indicam que o número de filhos segue a distribuição especificada em estudos anteriores.

Exercício 4

Um casal está procurando um apartamento para alugar. Duas cidades igualmente atrativas para o casal estão sob consideração. A escolha da cidade depende do custo do aluguel. Por este motivo, eles pesquisaram o preço médio e a variabilidade dos preços em cada uma delas. Na primeira cidade, denominada cidade A, as informações foram obtidas de uma pesquisa com 22 ofertas, que forneceu, respectivamente, preço médio e desvio padrão de R\$ 455,00 e R\$ 25,00. Na segunda cidade, B, foram escolhidas 30 ofertas que forneceram média de R\$ 475,00 e desvio padrão de R\$ 18,00.

a)

Supondo normalidade e igualdade de variâncias populacionais para a variável Preço nas duas cidades, vamos testar a hipótese de igualdade dos preços médios dos aluguéis para as duas cidades, ao nível de significância de 5%.

Vamos definir como A e B as variáveis que descrevem o comportamento do preço dos imóveis nas cidades A e B, respectivamente. Então, temos que:

$$A \sim N(\mu_A, \sigma_A^2) \quad \text{e} \quad B \sim N(\mu_B, \sigma_B^2)$$

Sendo que, vamos supor $\sigma_A^2 = \sigma_B^2 = \sigma^2$.

Da amostragem, temos que:

- Cidade A: $n_A = 22$, $\bar{X}_A = 455$ e $S_A = 25$
- Cidade B: $n_B = 30$, $\bar{X}_B = 475$ e $S_B = 18$

Nesses termos, a hipótese de interesse pode ser descrita como:

$$\begin{cases} H_0 : \mu_A = \mu_B \Leftrightarrow \mu_A - \mu_B = 0 \\ H_a : \mu_A \neq \mu_B \Leftrightarrow \mu_A - \mu_B \neq 0 \end{cases}$$

Para testarmos, vamos calcular T tal que:

$$T = \frac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{S_P \cdot \sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}}}$$

Com S_P dado por:

$$S_P = \sqrt{\frac{(n_A - 1)S_A^2 + (n_B - 1)S_B^2}{n_A + n_B - 2}}$$

Assim, sob H_0 temos:

$$S_P = \sqrt{\frac{(n_A - 1)S_A^2 + (n_B - 1)S_B^2}{n_A + n_B - 2}} = \sqrt{\frac{(22 - 1)25^2 + (30 - 1)18^2}{22 + 30 - 2}} = \sqrt{450,42} \cong 21,22$$

$$T_{obs} = \frac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{S_P \cdot \sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}}} = \frac{(455 - 475) - 0}{21,22 \cdot \sqrt{\frac{1}{22} + \frac{1}{30}}} \cong -3,36$$

Vamos calcular agora a região crítica do teste ao nível de significância de 5%. Como é um teste bilateral e a distribuição t-student é simétrica, temos que:

$$P(-t_c \leq t_{22+30-2} \leq t_c) = 1 - \alpha \Leftrightarrow P(-t_c \leq t_{50} \leq t_c) = 0,95 \Rightarrow P(0 \leq t_{50} \leq t_c) = 0,475$$

Da tabela, temos que $t_c \cong 2,01$. Logo, a RC é dada por:

$$RC = \{t \in \mathbb{R} : t < -2,01 \text{ ou } t > 2,01\}$$

Como $T_{obs} \in RC$, rejeitamos H_0 , o que nos leva a verificar que os dados indicam que há uma diferença de preço médio de aluguéis entre as cidades A e B.

b)

Agora, vamos construir um intervalo com 95% de confiança para a diferença dos preços médios dessas duas cidades:

$$IC(\mu_A - \mu_B; \gamma = 95\%) = (\bar{X}_A - \bar{X}_B) \pm t_{(n_A+n_B-2, \gamma/2)} \cdot S_P \cdot \sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}} = (455 - 475) \pm 2,01 \cdot 21,22 \cdot \sqrt{\frac{1}{22} + \frac{1}{30}} = [-31,97; -8,03]$$

c)

Vamos repetir o item **a)** supondo que não se possa admitir que as variâncias populacionais sejam iguais.

Desse modo, T deve ser calculado por:

$$T = \frac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B}}}$$

Esse T , diferentemente do cenário do item **a)**, vai seguir uma distribuição t-student com ν graus de liberdade, tais que:

$$\nu = \frac{\left(\frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_A^2}{n_A}\right)^2}{n_A - 1} + \frac{\left(\frac{S_B^2}{n_B}\right)^2}{n_B - 1}} = \frac{\left(\frac{25^2}{22} + \frac{18^2}{30}\right)^2}{\frac{\left(\frac{25^2}{22}\right)^2}{22 - 1} + \frac{\left(\frac{18^2}{30}\right)^2}{30 - 1}} \cong 36,21 \cong 36$$

Agora, calculamos, sob H_0 , o T_{obs} :

$$T_{obs} = \frac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B}}} = \frac{(455 - 475) - 0}{\sqrt{\frac{25^2}{22} + \frac{18^2}{30}}} \cong -3,19$$

Vamos calcular agora a região crítica do teste ao nível de significância de 5%. Como é um teste bilateral e a distribuição t-student é simétrica, temos que:

$$P(-t_c \leq t_\nu \leq t_c) = 1 - \alpha \Leftrightarrow P(-t_c \leq t_{36} \leq t_c) = 0,95 \Rightarrow P(0 \leq t_{36} \leq t_c) = 0,475$$

Da tabela, temos que $t_c \cong 2,03$. Logo, a RC é dada por:

$$RC = \{t \in \mathbb{R} : t < -2,03 \text{ ou } t > 2,03\}$$

Como $T_{obs} \in RC$, rejeitamos H_0 , o que nos leva a verificar que os dados indicam que há uma diferença de preço médio de aluguéis entre as cidades A e B.

d)

Vamos supor agora que os desvios padrão apresentados, R\$ 25,00 e R\$ 18,00 sejam os desvios padrão populacionais conhecidos. Solucionaremos o item **a)** nessas condições.

Nesse caso, devemos calcular Z , tal que:

$$Z = \frac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B}}}$$

Z segue uma distribuição Normal e, sob H_0 , é tal que:

$$Z_{obs} = \frac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B}}} = \frac{(455 - 475) - 0}{\sqrt{\frac{25^2}{22} + \frac{18^2}{30}}} \cong -3,19$$

Seguindo, como o teste é um teste bilateral e a distribuição Normal é simétrica, temos que o z_c para uma região crítica ao nível de significância de 5% é 1,96. Sendo assim, a RC é dada por:

$$RC = \{t \in \mathbb{R} : t < -1,96 \text{ ou } t > 1,96\}$$

Como $Z_{obs} \in RC$, rejeitamos H_0 , o que nos leva a verificar novamente que os dados indicam que há uma diferença de preço médio de aluguéis entre as cidades A e B.

Exercício 1 (Seção 9.2)

Para avaliar o nível de tensão ocasionada por exames escolares, doze alunos foram escolhidos e sua pulsação medida antes e depois do exame.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Antes	87	78	85	93	76	80	82	77	91	74	76	79
Depois	83	84	79	88	75	81	74	71	78	73	76	71

Vamos fazer um teste, com nível de significância de 1%, para verificar se existe maior tensão (isto é, maior pulsação) antes da realização dos exames.

Para tal, vamos denotar X e Y como as variáveis que correspondem às medidas de pulsação de antes e depois, respectivamente. Agora, vamos supor normalidade das duas variáveis aleatórias, ou seja,

$$X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2) \quad \text{e} \quad Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$$

Nessas condições, as hipóteses de interesse podem ser descritas como:

$$\begin{cases} H_0 : \mu_X = \mu_Y \text{ (A pulsação é igual entre antes e depois do exame)} \\ H_a : \mu_X > \mu_Y \text{ (A pulsação é maior antes da realização do exame)} \end{cases}$$

Definindo D como sendo a diferença entre antes e depois, temos que:

$$D_i = X_i - Y_i \Rightarrow D \sim N(\mu_D, \sigma_D^2)$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu_D = 0 \text{ (A pulsação é igual entre antes e depois do exame)} \\ H_a : \mu_D > 0 \text{ (A pulsação é maior antes da realização do exame)} \end{cases}$$

Para a realização dos testes, o parâmetro μ_D será estimado pela média amostral das diferenças, ou seja, \bar{D} , e o parâmetro σ_D^2 será estimado pela variância amostral das diferenças, que é dada por:

$$S_D^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2}{n - 1}$$

Na tabela dos dados, podemos encarar D como:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X	87	78	85	93	76	80	82	77	91	74	76	79
Y	83	84	79	88	75	81	74	71	78	73	76	71
D	4	-6	6	5	1	-1	8	6	13	1	0	8

Portanto, temos que:

$$\bar{D} = \frac{45}{12} = 3,75 \quad \text{e} \quad S_D^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2}{n - 1} = \frac{\sum_{i=1}^n (D_i - 3,75)^2}{12 - 1} \cong 25,48$$

Então, sob H_0 , temos que:

$$T_{obs} = \frac{\bar{D} - \mu_D}{\sqrt{\frac{S_D^2}{n}}} = \frac{3,75 - 0}{\sqrt{\frac{25,48}{12}}} \cong 2,57$$

Como T_{obs} segue uma distribuição t-student, temos que a região crítica do teste é dada por:

$$RC = \{t \in \mathbb{R} : t > t_c\}$$

Em que t_c relacionado ao nível de significância de 1% é dado por:

$$P(t_{n-1} > t_c) = 0,01 \Leftrightarrow P(t_{11} > t_c) = 0,01 \Rightarrow t_c \cong 2,72$$

Já que $T_{obs} < t_c \Leftrightarrow 2,57 < 2,72$, nós não rejeitamos H_0 . Sendo assim, a 1% de significância, não temos evidências para afirmar que existe uma tensão média maior antes do exame.

Exercício 2 (Seção 9.2)

Sabe-se que o tempo necessário para percorrer uma determinada rota no final da tarde pode ser estudado por um modelo Normal com desvio padrão de 17 min. Foram instalados sensores para controlar o tempo de abertura dos semáforos presentes na rota e deseja-se verificar se o tempo gasto para completar o percurso diminuiu. Estudos anteriores indicam que o tempo deve continuar se comportando segundo um modelo Normal, com mesmo desvio padrão. Com os sensores desativados, 11 veículos de mesmo ano e marca, denominado Grupo Controle, tiveram o tempo gasto no percurso anotado. Em seguida, os sensores foram ativados e outros 13 veículos (Grupo Teste) percorreram a mesma rota. Os tempos observados, em minutos foram os seguintes:

Grupo	Tempos utilizados no percurso												
Controle	38	26	20	70	16	26	38	32	45	49	32		
Teste	17	31	28	21	50	21	20	51	10	22	18	35	29

Vamos verificar se o uso dos sensores contribui para diminuir o tempo médio de percurso utilizando o nível descritivo do teste.

Para tal, vamos definir como X a v.a. que descreve o comportamento das medidas do grupo de Controle e Y a v.a. que descreve o comportamento das medidas do grupo de Teste, ou seja,

$$X \sim N(\mu_X, 17^2) \quad \text{e} \quad Y \sim N(\mu_Y, 17^2)$$

Da amostragem, temos que:

- Observações que percorreram a rota antes: $n_X = 11$, $\bar{X} = 35,64$
- Observações que percorreram a rota depois: $n_Y = 13$, $\bar{Y} = 27,15$

Podemos definir a variável D como a diferença entre antes e depois da ativação dos sensores, ou seja, $D = X - Y$. Nesses termos, a hipótese de interesse pode ser descrita como:

$$\begin{cases} H_0 : \mu_X = \mu_Y \Leftrightarrow \mu_X - \mu_Y = 0 \Leftrightarrow \mu_D = 0 \\ H_a : \mu_X > \mu_Y \Leftrightarrow \mu_X - \mu_Y > 0 \Leftrightarrow \mu_D > 0 \end{cases}$$

Para testarmos essas hipóteses, vamos calcular Z tal que, sob H_0 :

$$Z_{obs} = \frac{\bar{D} - \mu_D}{\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n_X} + \frac{\sigma_Y^2}{n_Y}}} = \frac{(35,64 - 27,15) - 0}{\sqrt{\frac{17^2}{11} + \frac{17^2}{13}}} \cong 1,22$$

Tendo em vista que Z_{obs} segue uma distribuição Normal padrão, vamos seguir calculando o nível descritivo, em que:

$$\alpha^* = P(Z > Z_{obs}) = P(Z > 1,22) \cong 0,1112 = 11,12\%$$

Com um nível descritivo de $\alpha^* = 11,12\%$, temos que, há evidências para sugerir que o efeito do uso dos sensores na diminuição do tempo para um nível de significância a partir de 11,12% existe. Contudo, como comumente são utilizados níveis de significância abaixo de 10%, não temos evidência estatística a partir dessa amostra de que há um efeito redutor no tempo médio necessário para percorrer a determinada rota no final da tarde.

Exercício 10 (Seção 9.6)

Num programa de diminuição de poluição sonora em cidades grandes, realizou-se uma campanha educativa durante 2 meses. A tabela abaixo apresenta os índices alcançados antes e após a campanha em dez pontos da cidade sorteados ao acaso.

	Pontos da Cidade									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Antes	23	44	56	34	25	67	21	23	73	58
Depois	21	30	45	35	26	50	23	22	57	46

Vamos verificar se a campanha surtiu efeito ao nível de 4%.

Para tal, vamos denotar X e Y como as variáveis que correspondem aos índices de antes e depois da campanha, respectivamente. Agora, vamos supor normalidade das duas variáveis aleatórias, ou seja,

$$X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2) \quad \text{e} \quad Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$$

Nessas condições, as hipóteses de interesse podem ser descritas como:

$$\begin{cases} H_0 : \mu_X = \mu_Y \text{ (A poluição sonora é igual entre antes e depois do programa)} \\ H_a : \mu_X > \mu_Y \text{ (A poluição sonora é maior antes do programa)} \end{cases}$$

Definindo D como sendo a diferença entre antes e depois, temos que:

$$D_i = X_i - Y_i \Rightarrow D \sim N(\mu_D, \sigma_D^2)$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu_D = 0 \text{ (A poluição sonora é igual entre antes e depois do programa)} \\ H_a : \mu_D > 0 \text{ (A poluição sonora é maior antes do programa)} \end{cases}$$

Para a realização dos testes, o parâmetro μ_D será estimado pela média amostral das diferenças, ou seja, \bar{D} , e o parâmetro σ_D^2 será estimado pela variância amostral das diferenças, que é dada por:

$$S_D^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2}{n - 1}$$

Na tabela dos dados, podemos encarar D como:

	Pontos da Cidade									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X	23	44	56	34	25	67	21	23	73	58
Y	21	30	45	35	26	50	23	22	57	46
D	2	14	11	-1	-1	17	-2	1	16	12

Portanto, temos que:

$$\bar{D} = \frac{69}{10} = 6,9 \quad \text{e} \quad S_D^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2}{n - 1} = \frac{\sum_{i=1}^n (D_i - 6,9)^2}{10 - 1} \cong 60,1$$

Então, sob H_0 , temos que:

$$T_{obs} = \frac{\bar{D} - \mu_D}{\sqrt{\frac{S_D^2}{n}}} = \frac{6,9 - 0}{\sqrt{\frac{60,1}{10}}} \cong 2,81$$

Como T_{obs} segue uma distribuição t-student, temos que a região crítica do teste é dada por:

$$\text{RC} = \{t \in \mathbb{R} : t > t_c\}$$

Em que t_c relacionado ao nível de significância de 4% é dado por:

$$P(t_{n-1} > t_c) = 0,04 \Leftrightarrow P(t_9 > t_c) = 0,04 \Rightarrow t_c \cong 1,97$$

Já que $T_{obs} > t_c \Leftrightarrow 2,81 > 1,97$, nós rejeitamos H_0 . Sendo assim, a 4% de significância, os dados sugerem que houve uma diminuição na poluição sonora média após o programa.

1)a)

bebida / área	biológicas	exatas	humanas	total
ingeriu	630	934	970	2534
não ingeriu	328	450	403	1181
total	958	1384	1373	3715

b)

Ho: A ingestão de bebida alcoólica independe da área

Ha: A ingestão de bebida alcoólica depende da área

bebida/ área	biológicas	exatas	humanas	total
ingeriu	653,451413	944,0258	936,523	2534
não ingeriu	304,548587	439,9742	436,477	1181
total	958	1384	1373	3715

valores esperados

bebida/ área	biológicas	exatas	humanas
ingeriu	0,84163684	0,106477	1,19669
não ingeriu	1,80584906	0,228462	2,56766

$(o - e)^2 / e$

Somando $q^2 \text{ obs} = 6,746778$

$(r-1) \times (s-1) = 2$

alfa = 1%

RC = $w > 9,210$

$q^2 \text{ obs}$ não pertence a RC => não rejeitamos a hipótese de independência entre o uso de álcool e a área do curso

$$2) H_0: \mu = 500 \quad \text{vs} \quad H_a: \mu < 500 \quad \left| \begin{array}{l} n = 64 \quad \alpha = 0,05 \\ \bar{x} = 498,4 \quad s = 3,6 \end{array} \right.$$

$$RC = \{x \in \mathbb{R} \mid x < x_c\} \quad \mu \rightarrow \text{peso média dos panetões}$$

$$P(\bar{X} \in RC \mid H_0) = 0,05 \Rightarrow P(\bar{X} < x_c \mid \mu = 500) = 0,05 \Rightarrow$$

$$P\left(T < \frac{x_c - 500}{3,6/\sqrt{64}}\right) = 0,05 \Rightarrow P(T < t) = 0,05 \Rightarrow t = -1,671 \Rightarrow$$

$$\frac{x_c - 500}{3,6/\sqrt{64}} = -1,671 \Rightarrow x_c = 499,25$$

↳ T-Studente 63gl

Como $\bar{x}_{obs} \in RC \Rightarrow$ rejeitamos H_0 , ou seja, os dados sugerem que o peso médio é menor que 500g.

Seção 8.6

$$14) H_0: p = 0,1 \quad \text{vs} \quad H_a: p < 0,1 \quad \hat{p}_{obs} = \frac{6}{120} = 0,05 \quad \alpha = 5\%$$

$p \rightarrow$ proporção de casos tratados com sulfá com complicações

$$P(\hat{p} < \hat{p}_{obs} \mid H_0) = P(\hat{p} < 0,05 \mid p = 0,1) = P\left(Z < \frac{0,05 - 0,1}{\sqrt{\frac{0,1 \cdot 0,9}{120}}}\right)$$

$$= P(Z < -1,83) = 0,5 - P(0 < Z < 1,83) = 0,5 - 0,4664$$

$$= 0,0336 \rightarrow \text{nível descritivo}$$

Como $\alpha > 0,0336 \Rightarrow$ rejeitamos H_0 , ou seja, os dados sugerem que os casos com complicações entre os pacientes tratados com sulfá é menor do que os não tratados.

$$20) a) H_0: p = 0,1 \quad \text{vs} \quad H_a: p < 0,1$$

$p \rightarrow$ proporção de micro-ondas que apresentam a 1ª falha antes de 900 horas de uso

$$b) \hat{p}_{\text{OBS}} = \frac{8}{100} = 0,08$$

$$P(\hat{p} < \hat{p}_{\text{OBS}} | H_0) = P(\hat{p} < 0,08 | p = 0,1) \Rightarrow P\left(Z < \frac{0,08 - 0,1}{\sqrt{\frac{0,1 \cdot 0,9}{100}}}\right)$$

$$= P(Z < -0,67) = 0,5 - P(0 < Z < 0,67) = 0,5 - 0,2486$$

$$= 0,2514 \rightarrow \text{nível descritivo}$$

c) Como $\alpha = 0,06 < 0,2514 \Rightarrow$ não rejeitamos H_0 , ou seja, os dados sugerem que a probabilidade não diminuiu.

36)

classe / filhos	0	1	2	3	>3	total
baixa	15	27	40	64	54	200
média	25	27	28	12	8	100
alta	10	25	15	8	2	60
total	50	79	83	84	64	360

Ho: A distribuição da variável número de filhos é a mesma para as três classes

Ha: A distribuição da variável número de filhos não é a mesma nas três classes

classe / filhos	0	1	2	3	>3	total
baixa	27,7778	43,8889	46,1111	46,6667	35,5556	200
média	13,8889	21,9444	23,0556	23,3333	17,7778	100
alta	8,33333	13,1667	13,8333	14	10,6667	60
total	50	79	83	84	64	360

valores esperados

classe / filhos	0	1	2	3	>3	
baixa	5,87778	6,49902	0,80991	6,4381	9,56806	$(o - e)^2$ e
média	8,88889	1,1647	1,06037	5,50476	5,37778	
alta	0,33333	10,635	0,09839	2,57143	7,04167	

somando χ^2 obs = 71,8692 alfa = 1%

$(r-1) \times (s-1) = 2 \times 4 = 8$ RC = $w > 20,09$

χ^2 obs pertence a RC \Rightarrow rejeitamos a hipótese de que a distribuição da variável número de filhos é a mesma para as três classes