

MAP2220 - Fundamentos de Análise Numérica

2º Semestre de 2020 - Prof. Nelson Kuhl

Prova Substitutiva - 17/12/2020

Questão 1 Sabendo que $1, t, t^2 - \frac{1}{3}$ e $t^3 - \frac{3t}{5}$ são ortogonais relativamente ao produto interno $\langle u, v \rangle_1 = \int_{-1}^1 u(t)v(t) dt$, determine q_0, q_1, q_2 e q_3 base ortogonal dos polinômios de grau menor ou igual a 3 em relação ao produto interno $\langle f, g \rangle_2 = \int_0^3 f(x)g(x) dx$. Determine $\alpha_i, i = 0, 1, 2, 3$, tais que $\sum_{i=0}^3 \alpha_i q_i(x)$ seja a melhor aproximação de $f(x) = x^3$ em $[0, 3]$ segundo o MMQ.

Questão 2 Faça a análise harmônica até o harmônico de ordem 2 da função periódica de período 2π definida por $f(x) = |\text{sen}(x)|$.

Questão 3 Construa a tabela para a função $f(x) = 4^x$ nos pontos $x = -1, -1/2, 0$ e $1/2$ e obtenha o polinômio interpolador usando a forma de Newton. Aproxime então $\sqrt[3]{4}$ e estime o erro usando a fórmula do erro.

Questão 4 Deseja-se calcular $\int_0^b \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx$ onde $b > 0$ e f é uma função suave. A singularidade do integrando pode ser eliminada com a mudança de variável $x = y^2$.

a) Mostre que, com a mudança de variável acima,

$$\int_0^b \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx = \int_0^{\sqrt{b}} 2f(y^2) dy.$$

b) Aproxime $\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{x}} dx$ pelo método de Simpson com duas repetições e estime o erro.