

PTC3420 - Prova Substitutiva 2020

1a. QUESTÃO - Valor: 2,0: Uma pessoa em dieta deve ingerir pelo menos 40 unidades de vitamina A, 30 unidades de vitamina B, e 12 unidades de vitamina C. Os alimentos que fornecem as vitaminas são A_1 e A_2 . Tem-se a seguinte tabela com a quantidade das vitaminas por unidade de alimento, e os preços por unidade.

Alimento	Vitamina A	Vitamina B	Vitamina C	Preço Unitário
A_1	5	2	2	40
A_2	4	6	1	20

- a) Escreva o problema acima como um problema de Programação Linear (PL), minimizando os custos. Represente graficamente a região factível em \mathbb{R}^2 e determine os pontos extremos e direções extremas (caso haja alguma). A cada ponto extremo identifique as variáveis básicas e não básicas.
- b) Determine a(s) solução(ões) ótima(s) do problema de PL. O ponto $\left(\frac{4}{3}, \frac{28}{3}\right)$ (isto é, $\frac{4}{3}$ unidades do alimento A_1 e $\frac{28}{3}$ unidades do alimento A_2) seria uma solução ótima? Justifique.

2a. QUESTÃO - Valor: 2,0: Considere o seguinte sistema dinâmico escalar:

$$x(k+1) = \frac{1}{3}x(k) + 4u(k), \quad x(0) = 9.$$

Deseja-se obter os controles $u(0)$, $u(1)$, $u(2)$ de forma a levar o sistema para $x(3) = 0$, minimizando o gasto de energia dado por $z = |u(0)| + |u(1)| + |u(2)|$. Escreva o problema acima como um problema de PL e obtenha o controle ótimo $u(k)$, $k = 0, 1, 2$ e os valores do $x(k)$, $k = 0, 1, 2$, quando se utiliza esse controle.

3a. QUESTÃO - Valor: 2,0: Determine a solução ótima do seguinte problema de PL pelo método simplex:

$$\begin{aligned} \text{maximizar} \quad & \frac{5}{4}x_1 + 2x_2 + \frac{3}{2}x_3 \\ \text{sujeito a} \quad & 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 1 \\ & x_1 + 2x_2 + x_3 \leq \frac{3}{2} \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

4a. QUESTÃO - Valor: 2,0: Determine todos os pontos de máximo local, mínimo local e pontos de sela (caso existam) da equação:

$$f(x_1, x_2) = x_1^3 - 3x_1x_2^2 + x_2^4.$$

5a. QUESTÃO - Valor: 2,0: Aplique as condições de otimalidade de 1ª e 2ª ordem ao problema

$$\min x_1^2 - 2x_2^2 + 2x_1$$

sujeito a

$$x_1^2 + x_2^2 \leq \frac{37}{9}$$

e identifique os pontos de mínimo (caso haja algum).