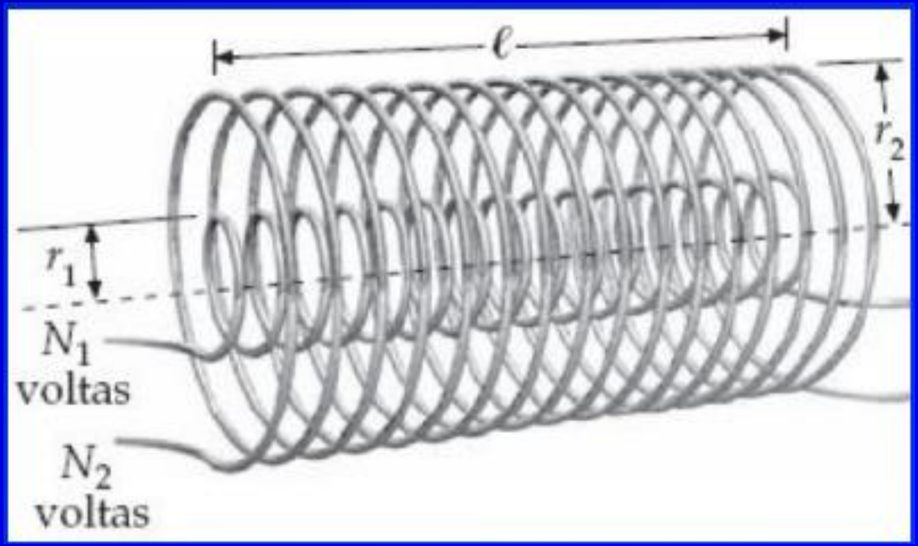
Exercícios do Capítulo 28 do Tipler

(48) Um solenóide de 300 voltas tem raio igual a 2,00 cm e comprimento igual a 25,0 cm; um solenóide de 1000 voltas tem raio igual a 5,00 cm e também tem 25,0 cm de comprimento. Os dois solenóides são coaxiais, estando um completamente inserido dentro do outro. Qual é a indutância mútua entre ambos?

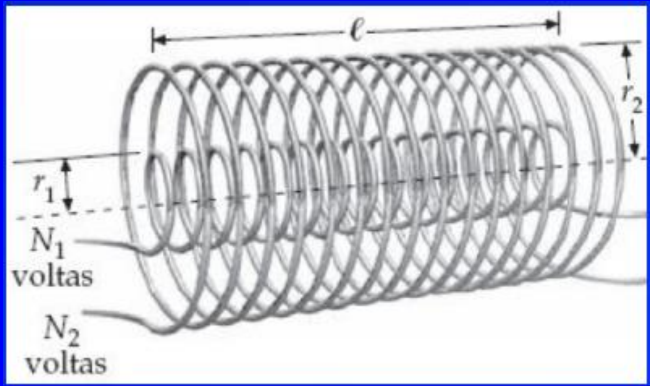


Solução

(48) Um solenóide de 300 voltas tem raio igual a 2,00 cm e comprimento igual a 25,0 cm; um solenóide de 1000 voltas tem raio igual a 5,00 cm e também tem 25,0 cm de comprimento. Os dois solenóides são coaxiais, estando um completamente inserido dentro do outro. Qual é a indutância mútua entre ambos?

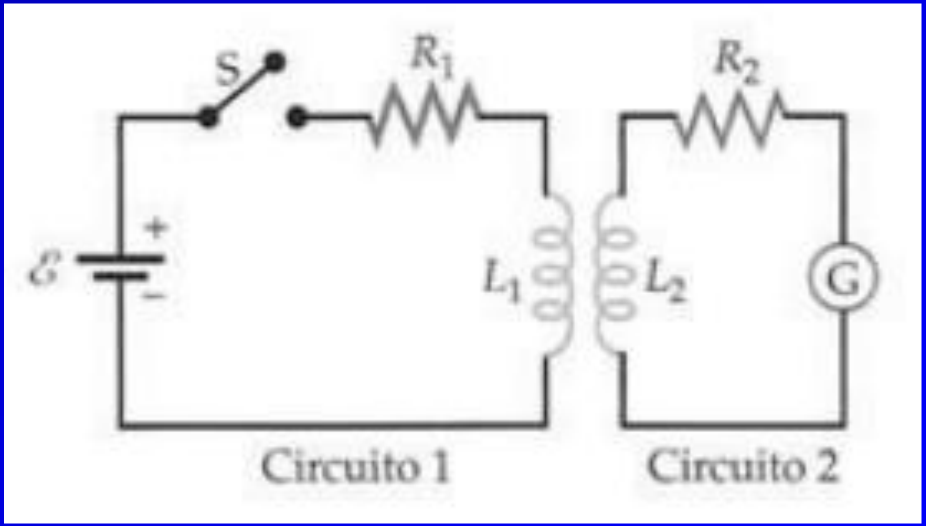
$$M_{2,1} = \frac{\phi_{m2}}{I_1} = \mu_0 n_2 n_1 \ell \pi r_1^2$$

$$M_{2,1} = \left(4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{N/A^2}\right)\left(\frac{300}{0.250\,\mathrm{m}}\right)\left(\frac{1000}{0.250\,\mathrm{m}}\right)(0.250\,\mathrm{m})\pi(0.0200\,\mathrm{m})^2 = \boxed{1.89\,\mathrm{mH}}$$



Exercícios do Capítulo 28 do Tipler

(52) Na Figura 28-51, o circuito 2 tem uma resistência total de 300 Ω. Depois de a chave S ter sido fechada, a corrente no circuito 1 aumenta – atingindo um valor de 5,00 A depois de um longo tempo. Uma carga de 200 μC passa através do galvanômetro no circuito 2 durante o tempo que a corrente no circuito 1 está aumentando. Qual é a indutância mútua entre as duas bobinas?



Solução

(52) Na Figura 28-51, o circuito 2 tem uma resistência total de 300 Ω. Depois de a chave S ter sido fechada, a corrente no circuito 1 aumenta – atingindo um valor de 5,00 A depois de um longo tempo. Uma carga de 200 μC passa através do galvanômetro no circuito 2 durante o tempo que a corrente no circuito 1 está aumentando. Qual é a indutância mútua entre as duas bobinas?

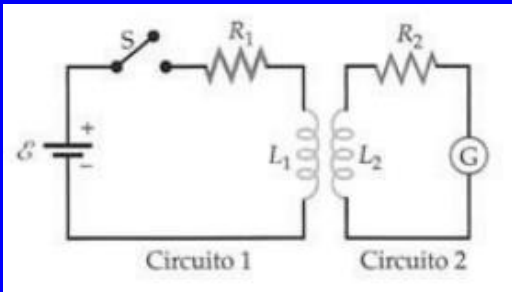
Podemos aplicar a regra de loop de Kirchhoff ao circuito 2

Relembrando: $$\varepsilon = -\frac{d\phi_{m12}}{dt} = -\frac{d(MI_1)}{dt} = -M\frac{dI_1}{dt}$$

$$\varepsilon_{induzida,2} = -M\frac{dI_1}{dt}$$

$$\varepsilon_{auto-induzida,2} = -L\frac{dI_2}{dt} \qquad \varepsilon_{R_2,2} = -L\frac{dI_2}{dt}$$

$$-M\frac{dI_1}{dt} = -\left(-L_2\frac{dI_2}{dt}\right) - RI$$



Solução

(52) Na Figura 28-51, o circuito 2 tem uma resistência total de 300 Ω. Depois de a chave S ter sido fechada, a corrente no circuito 1 aumenta – atingindo um valor de 5,00 A depois de um longo tempo. Uma carga de 200 μC passa através do galvanômetro no circuito 2 durante o tempo que a corrente no circuito 1 está aumentando. Qual é a indutância mútua entre as duas bobinas?

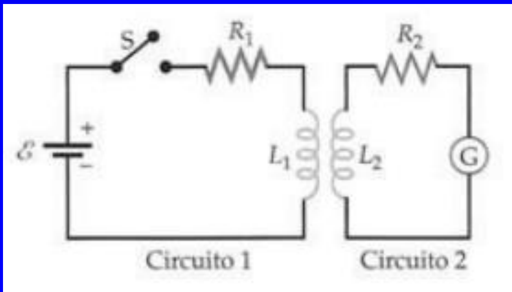
$$-M\frac{dI_1}{dt} = -\left(-L_2\frac{dI_2}{dt}\right) - RI \;\Rightarrow\; M\frac{dI_1}{dt} + L_2\frac{dI_2}{dt} - R_2 I_2 = 0$$

$$M dI_1 + L_2 dI_2 - R_2 I_2 dt = 0$$

Integrando cada termo da equação em t = 0 até t = ∞ :

$$M\int_0^\infty dI_1 + L_2\int_0^\infty dI_2 - R_2\int_0^\infty I_2 dt = 0$$

$$MI_{1\infty} + L_2 I_{2\infty} - R_2 Q = 0$$



Solução

(52) Na Figura 28-51, o circuito 2 tem uma resistência total de 300 Ω. Depois de a chave S ter sido fechada, a corrente no circuito 1 aumenta – atingindo um valor de 5,00 A depois de um longo tempo. Uma carga de 200 μC passa através do galvanômetro no circuito 2 durante o tempo que a corrente no circuito 1 está aumentando. Qual é a indutância mútua entre as duas bobinas?

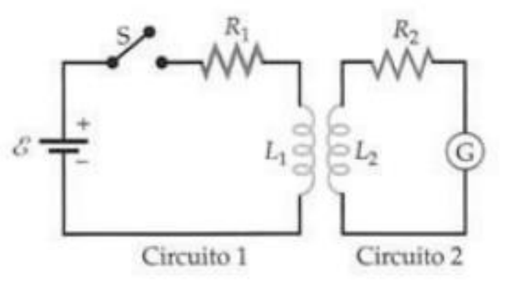
$$MI_{1\infty} + L_2 I_{2\infty} - R_2 Q = 0$$

Como I_2=0:

$$MI_{1\infty} - R_2 Q = 0 \Rightarrow M = \frac{R_2 Q}{I_{1\infty}}$$

$$M = \frac{(300\,\Omega)(2.00\times 10^{-4}\,\text{C})}{5.00\,\text{A}}$$

$$M = \boxed{12.0\,\text{mH}}$$



Exercícios do Capítulo 28 do Tipler

(57) Um longo fio cilíndrico tem raio igual a 2,0 cm e conduz uma corrente de 80 A uniformemente distribuída ao longo da área da seção transversal. Determine a energia magnética por unidade de comprimento no interior do fio.

Solução

(57) Um longo fio cilíndrico tem raio igual a 2,0 cm e conduz uma corrente de 80 A uniformemente distribuída ao longo da área da seção transversal. Determine a energia magnética por unidade de comprimento no interior do fio.

A energia magnética dentro de um fio cilíndrico:

$$U_m = \frac{1}{2} L I^2$$

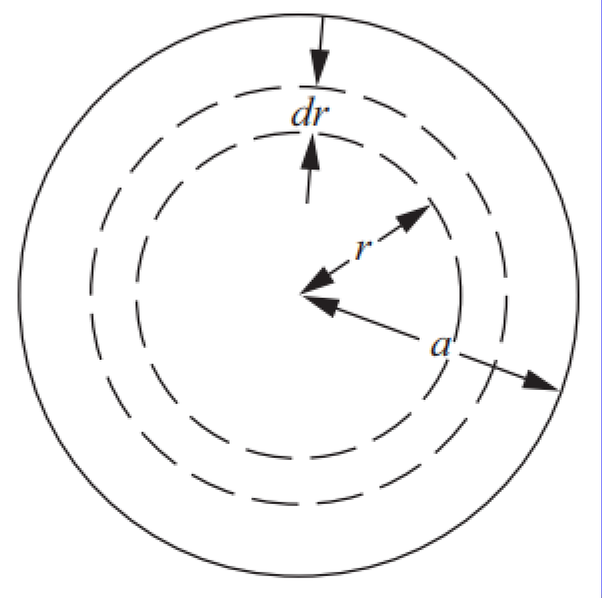
Lembrando que: $B = \mu_0 n I \Rightarrow I = \frac{B}{\mu_0 n}$ **e** $L = \mu_0 n^2 A l$

$$U_m = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 A l \left(\frac{B}{\mu_0 n} \right)^2$$

$$dU_m = \frac{B^2}{2\mu_0} V = \frac{B^2}{2\mu_0} 2\pi r \ell dr = \frac{B^2}{\mu_0} \pi r \ell dr$$

$$dU'_m = \frac{B^2}{\mu_0} \pi r dr$$

$$dU'_m = \frac{dU_m}{l}$$



Solução

(57) Um longo fio cilíndrico tem raio igual a 2,0 cm e conduz uma corrente de 80 A uniformemente distribuída ao longo da área da seção transversal. Determine a energia magnética por unidade de comprimento no interior do fio.

De acordo com a Lei de Ampère:

$$2\pi rB = \mu_0 I_C \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I_C}{2\pi r}$$

$$\frac{I_C}{I} = \frac{\pi r^2}{\pi a^2} \Rightarrow I_C = \frac{r^2}{a^2} I$$

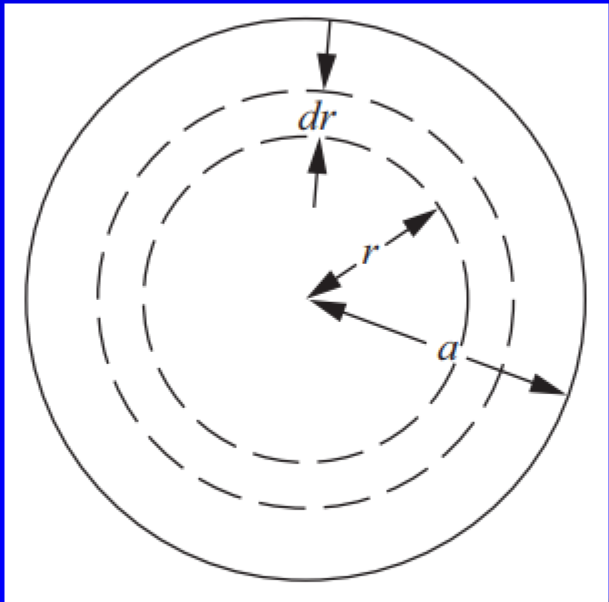
$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r}\frac{r^2}{a^2} I$$

$$B = \frac{\mu_0 r I}{2\pi a^2}$$

Do slide anterior:

$$dU'_m = \frac{B^2}{\mu_0}\pi r dr$$

$$dU'_m = \frac{\left(\dfrac{\mu_0 r I}{2\pi a^2}\right)^2}{\mu_0}\pi r dr = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi a^4} r^3 dr$$



Solução

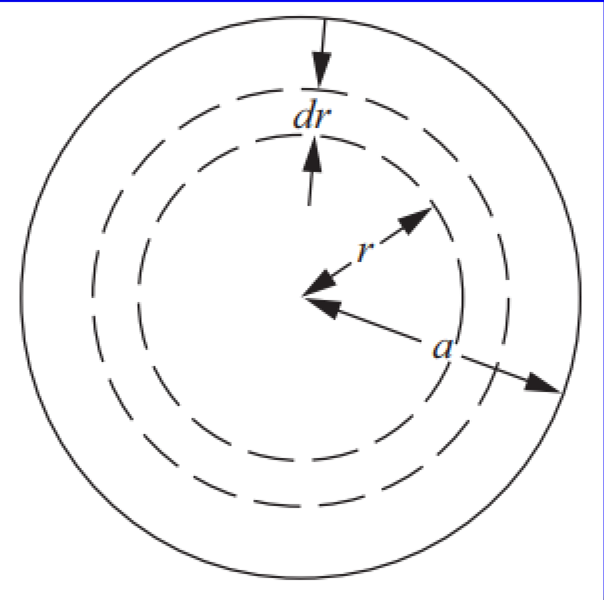
(57) Um longo fio cilíndrico tem raio igual a 2,0 cm e conduz uma corrente de 80 A uniformemente distribuída ao longo da área da seção transversal. Determine a energia magnética por unidade de comprimento no interior do fio.

$$dU'_m = \frac{\left(\frac{\mu_0 r I}{2\pi a^2}\right)^2}{\mu_0}\pi r\,dr = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi a^4} r^3 dr$$

$$U'_m = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi a^4}\int_0^a r^3 dr = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi a^4}\cdot\frac{a^4}{4} = \frac{\mu_0 I^2}{16\pi}$$

$$U'_m = \frac{\left(4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{N/A^2}\right)(80\ \mathrm{A})^2}{16\pi}$$

$$U'_m = \boxed{0.16\ \mathrm{mJ/m}}$$



Exercícios do Capítulo 28 do Tipler

(50) Você recebe um comprimento *l* de fio e raio *a* e deve transformá-lo em um indutor enrolando-o na forma de uma hélice com seção circular de raio *r*. As voltas devem estar o mais próximas possível sem sobreposição entre elas. Mostre que a auto-indutância deste indutor é $L = \mu_0 r l / 2a$.

Solução

(50) Você recebe um comprimento *l* de fio e raio *a* e deve transformá-lo em um indutor enrolando-o na forma de uma hélice com seção circular de raio *r*. As voltas devem estar o mais próximas possível sem sobreposição entre elas. Mostre que a auto-indutância deste indutor é $L = \mu_0 r l / 2a$.

A indutância de um indutor de um comprimento *d* e área de seção transversal *A* é:

$$L = \mu_0 n^2 A d$$

O número de voltas do indutor é:

$$N = \frac{d}{2a} \Rightarrow n = \frac{N}{d} = \frac{1}{2a}$$

$$\ell = N(2\pi r) = \left(\frac{d}{2a}\right) 2\pi r = \frac{\pi r}{a} d$$

Solução

(50) Você recebe um comprimento *l* de fio e raio *a* e deve transformá-lo em um indutor enrolando-o na forma de uma hélice com seção circular de raio *r*. As voltas devem estar o mais próximas possível sem sobreposição entre elas. Mostre que a auto-indutância deste indutor é $L = \mu_0 r l/2a$.

$$\ell = N(2\pi r) = \left(\frac{d}{2a}\right)2\pi r = \frac{\pi r}{a} d$$

$$d = \frac{a\ell}{\pi r}$$

$$N = \frac{d}{2a} \Rightarrow n = \frac{N}{d} = \frac{1}{2a}$$

$$L = \mu_0 n^2 A d$$

$$L = \mu_0 \left(\frac{1}{2a}\right)^2 (\pi r^2)\left(\frac{a\ell}{\pi r}\right) = \boxed{\tfrac{1}{4}\mu_0 r\ell/a}$$