# Parte II: Os atores

→ Tipos de sistemas físicos:

- **Partículas:** Linha-de-mundo $x^\mu(\lambda)$ + possíveis grandezas (tensoriais) definidas ao longo de $x^\mu(\lambda)$ (massa, spin, ...)

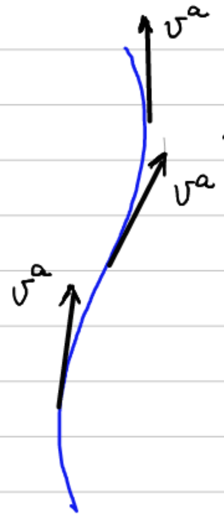
- **Fluidos:** Campo de 4-velocidades $v^a(p)$ + possíveis grandezas (tensoriais) definidas no suporte de $v^a$ (densidade de energia, pressão, temperatura, ...)

- **Campos:** Campos tensoriais, considerados como "primitivos", a partir dos quais todos os observáveis associados ao sistema (densidade de energia, pressão, ...) são calculados. (Exemplo: campo eletromagnético.)

Obs: Fluido ≡ distribuição de partículas, assim como partículas ≡ fluido suportado em linhas-de-mundo

Campos ≡ fluido sem uma noção privilegiada de 4-velocidade, assim como fluidos ≡ campos com uma noção privilegiada de 4-velocidade

## ■ Partículas




$$x^\mu(\lambda) \Rightarrow v^\mu(\lambda) = \frac{dx^\mu}{d\lambda}$$

(Se $v^\mu v_\mu < 0$, então escolhe-se $\lambda = \tau$ de modo que $v^\mu v_\mu = -c^2$.)

$$\Downarrow$$

$$a^\mu(\lambda) = v^\alpha \nabla_\alpha v^\mu = \frac{dv^\mu}{d\lambda} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta} v^\alpha v^\beta$$

- Massa (de repouso): Grandeza escalar que fornece a inércia da linha-de-mundo para um observador inercial instantaneamente em repouso com a partícula. (Partículas sem estrutura interna têm massa de repouso constante.)

- 4-momentum: Outra forma de pensar na massa de repouso é como o coeficiente de proporcionalidade entre o 4-vetor que codifica a "quantidade de movimento" da partícula no espaço-tempo (4-momentum $p^a$) e a 4-velocidade $v^a$:

$$\boxed{p^a = m v^a} \qquad (\Rightarrow p^a p_a = -m^2 c^2)$$

- **4-Força:** $F^a = \dfrac{dp^a}{d\tau} = ma^a$ partícula sem estrutura interna ($m = cte$)

Note que num sistema de coordenadas cartesiano inercial, tem-se:

$$F^\mu = \frac{d}{d\tau}p^\mu = \frac{dt}{d\tau}\frac{d}{dt}p^\mu = \gamma\left(\frac{dp^0}{dt}, \frac{d\vec{p}}{dt}\right) = \left(\gamma\frac{dp^0}{dt}, \gamma\vec{F}\right)$$

Por outro lado:

$$ma^\mu = m\frac{d}{d\tau}v^\mu = m\frac{d}{d\tau}\left(\frac{dx^\mu}{d\tau}\right) = m\gamma\frac{d}{dt}\left(\gamma\frac{dx^\mu}{dt}\right) = m\gamma\frac{d}{dt}(\gamma c, \gamma\vec{v}) =$$

$$= m\gamma^2(0,\vec{A}) + m\gamma(c,\vec{v})\frac{d\gamma}{dt} = m\gamma^2\vec{A} + m\gamma^4\frac{\vec{v}\cdot\vec{A}}{c^2}(c,\vec{v}) =$$

$$= \left(m\gamma^4\frac{\vec{v}\cdot\vec{A}}{c}, m\gamma^4\vec{A}_\parallel + m\gamma^2\vec{A}_\perp\right), \quad \vec{A}_\parallel := \left(\frac{\vec{A}\cdot\vec{v}}{v^2}\right)\vec{v} \text{ e } \vec{A}_\perp = \vec{A} - \vec{A}_\parallel$$

Assim:

$$\boxed{\vec{F} = m\gamma^3\vec{A}_\parallel + m\gamma\vec{A}_\perp}$$

Além disso: $\vec{F}\cdot\vec{v} = m\gamma^3\vec{A}_\parallel\cdot\vec{v} = m\gamma^3\vec{A}\cdot\vec{v} \Rightarrow \dfrac{dp^0}{dt} = \dfrac{\vec{F}\cdot\vec{v}}{c} = \dfrac{1}{c}\dfrac{d\xi}{dt} \Rightarrow$ (ENERGIA: $\xi$)

$$\Rightarrow p^0 = \xi_c/c + \text{constante} \Rightarrow p^0 = \frac{\xi_c}{c} + mc = \frac{1}{c}(\xi_c + mc^2) = \frac{\xi}{c}$$

($mc^2$: ENERGIA de repouso)

Logo, da relação $p^a p_a = -m^2c^2$, segue: $\xi^2 = m^2c^4 + \vec{p}^2c^2$, que é a relação entre energia e momentum relativística.