

2o Trabalho Computacional

Considere a equação de Poisson, no quadrado unitário

$$u_{xx} + u_{yy} = f(x, y), \quad 0 < x < 1, 0 < y < 1$$

Vamos definir uma solução manufaturada:

$$u(x, y) = \cos(\pi x) \cdot \cos(\pi y)$$

e deduzir a $f(x, y)$.

l) Resolva o problema de Dirichlet para:

a) Esquema 2ª ordem básico (5-pontos):

$$u_{i,j} = \frac{1}{4} \{u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - h^2 f_{i,j}\}$$

b) Esquema de 2ª ordem diagonal (5-pontos):

$$u_{i,j} = \frac{1}{4} \{u_{i+1,j+1} + u_{i-1,j-1} + u_{i-1,j+1} + u_{i+1,j-1} - 2h^2 f_{i,j}\}$$

c) Esquema de 4ª ordem (9-pontos):

$$\begin{aligned} u_{i,j} = & \frac{1}{5} \{u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1}\} \\ & + \frac{1}{20} \{u_{i+1,j+1} + u_{i-1,j-1} + u_{i-1,j+1} + u_{i+1,j-1}\} \\ & - \frac{h^2}{40} \{f_{i+1,j} + f_{i-1,j} + f_{i,j+1} + f_{i,j-1} + 8f_{i,j}\} \end{aligned}$$

Estabeleça uma sequência de valores de h ($= k$) cada vez menores e obtenha a convergência do método iterativo para uma mesma tolerância fixa, usando como critério de convergência alguma norma da diferença de soluções consecutivas. Compare a norma do erro da sua solução convergida com a solução exata manufaturada.

Escolha um valor de h fixo, e repita o estudo para tolerâncias cada vez menores.

Pesquise uma técnica de estimativa de ordem e aplique. Os métodos implementados respeitam a ordem esperada?

Comente os resultados dos estudos, comparando normas, número de iterações, tempos de CPU, etc... Use preferencialmente tabelas e gráficos.

O objetivo do trabalho é analisar os resultados dedique o seu relatório mais a profundidade dos comentários do que ao volume de resultados.

A entrega consiste num relatório **substanciado** contendo os resultados, preferencialmente na forma de gráficos e/ou tabelas, e do código fonte com instruções sobre como obter os resultados. Os arquivos devem estar numa pasta compactada com indicação do autor do trabalho na forma NUSP_T2.zip (ou .rar), que devem ser enviados e-mail.