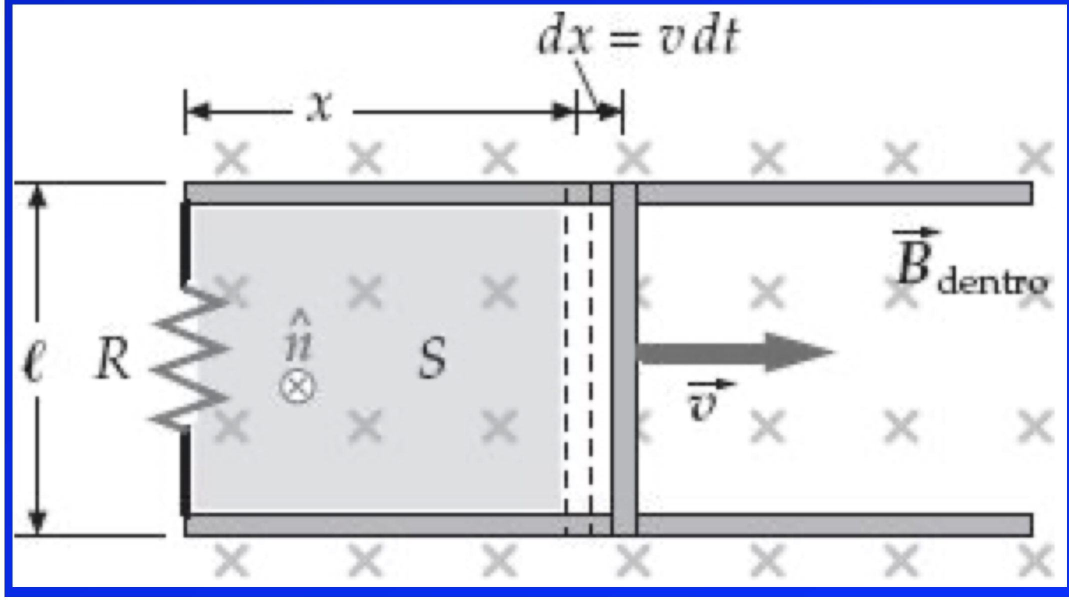
Na aula passada vimos o sistema descrito na figura, onde temos um bastão condutor deslizando para a direita ao longo de trilhos condutores conectados por um resistor, sendo que um campo magnético uniforme está presente, dirigido para dentro da tela. Foi tomado a normal à superfície *S* para dentro da tela. Consideramos *x* como a distância desde a extremidade esquerda dos trilhos até o bastão. A área da superfície *S* é, então, *ℓx*, assim o fluxo magnético através de *S* é

$$\phi_m = \vec{B} \cdot \hat{n} A = B_n A = B\ell x$$

pela lei de Faraday temos que $\mathcal{E} = -\frac{d\phi_m}{dt} = -B\ell v$ **onde**



$$\frac{d\phi_m}{dt} = B\ell \frac{dx}{dt} = B\ell v$$

Assim, utilizaremos

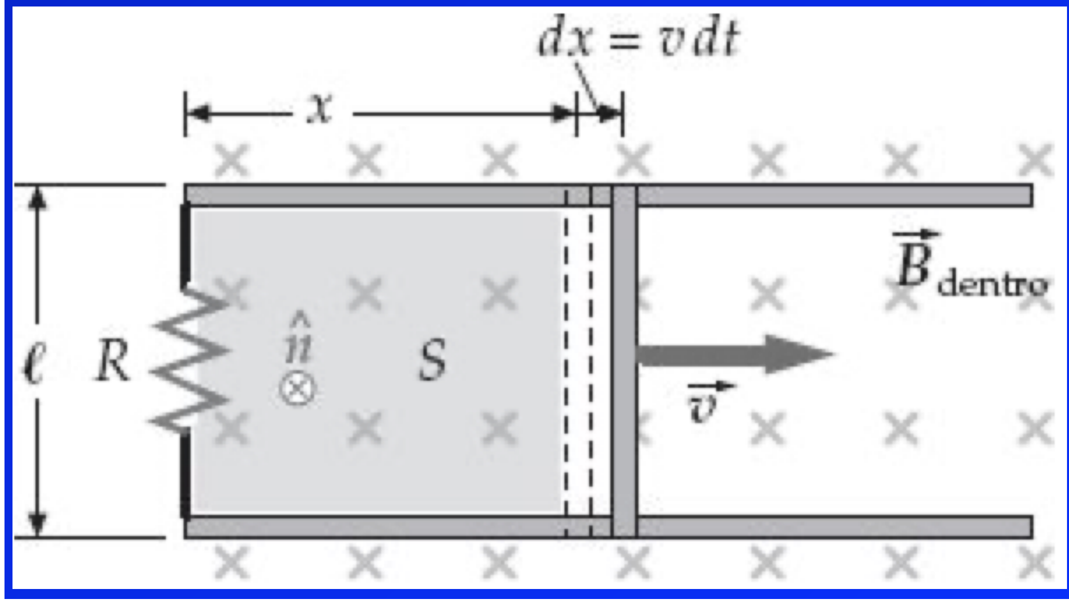
$$|\varepsilon| = B\ell v$$

para o exemplo que veremos a seguir.

Exemplo 28-8 Um condutor com formato em U e um bastão deslizante

Usando a figura, seja
B = 0,600 T, v = 8,00 m/s, ℓ = 15,0 cm e R = 25,0 Ω.
Determine (a) a fem induzida no circuito, (b) a corrente no circuito, (c) a força necessária para mover o bastão com velocidade constante e (d) a potência dissipada no resistor.

(a) $\mathcal{E} = Bv\ell = \boxed{0{,}720\ \text{V}}$



(b) $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R} = \boxed{28{,}8\ \text{mA}}$

(c) $F = IB\ell = \boxed{2{,}59\ \text{mN}}$

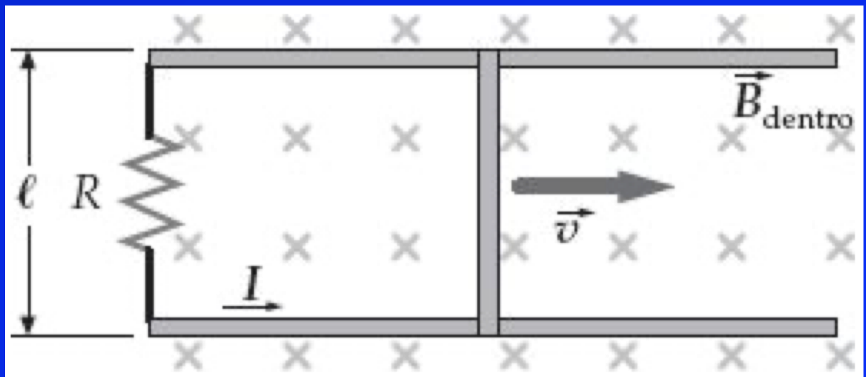
A força necessária para mover o bastão com velocidade constante é igual em módulo e em direção, mas tem sentido contrário à força exercida pelo campo magnético no bastão $\vec{F} = I\vec{L}\times\vec{B}$

(d) $P = I^2R = \boxed{20{,}7\ \text{mW}}$

Exemplo 28-9 Arraste magnético

Um bastão com massa m desliza em trilhos condutores sem atrito em uma região que tem um campo magnético uniforme e estático $\vec{B}$ dirigido para dentro da página (veja figura). Um agente externo está empurrando o bastão, mantendo seu movimento para a direita a uma velocidade constante v_0. No instante $t = 0$, o agente para de empurrar e o bastão continua se movendo para frente enquanto é desacelerado pela força magnética. Determine a velocidade v do bastão como função do tempo.

A velocidade do bastão varia devido à força magnética exercida pela corrente induzida. O movimento do bastão através de um campo magnético induz uma fem $\varepsilon = B\ell v$ (lei de Faraday) e, portanto,



uma corrente no bastão, $I = \varepsilon/R$. Este resultado provoca uma força magnética no bastão, $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$ que resulta em $F = -I\ell B$.

Do slide anterior temos

$\varepsilon = B\ell v$ (lei de Faraday) $I = \varepsilon/R$ (lei de Ohm) e $F = -I\ell B$.

Assim, pela segunda lei de Newton

$$m\frac{dv}{dt} = -I\ell B$$

Substituindo $I = \varepsilon/R$ **temos** $m\frac{dv}{dt} = -\frac{\varepsilon}{R}\ell B,$ **onde** $\varepsilon = B\ell v$

portanto $m\frac{dv}{dt} = -\frac{B\ell v}{R}\ell B$

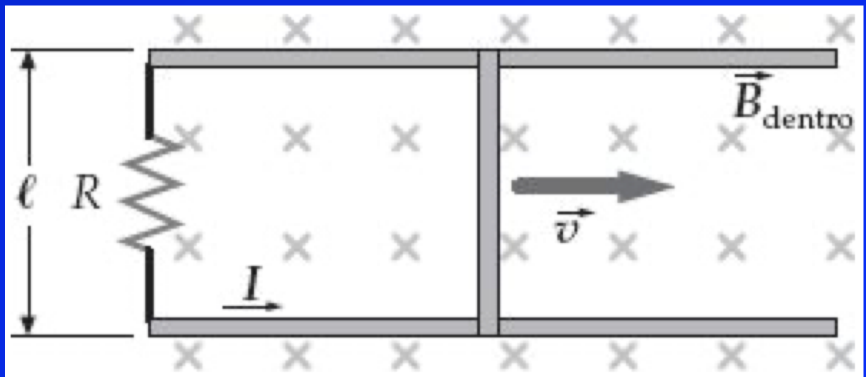
ou $\frac{dv}{dt} = -\frac{B^2\ell^2 v}{mR}$

na forma diferencial, temos $\frac{dv}{v} = -\frac{B^2\ell^2}{mR}dt$

$$\int_{v_0}^{v_f}\frac{dv}{v} = -\frac{B^2\ell^2}{mR}\int_0^{t_f}dt$$

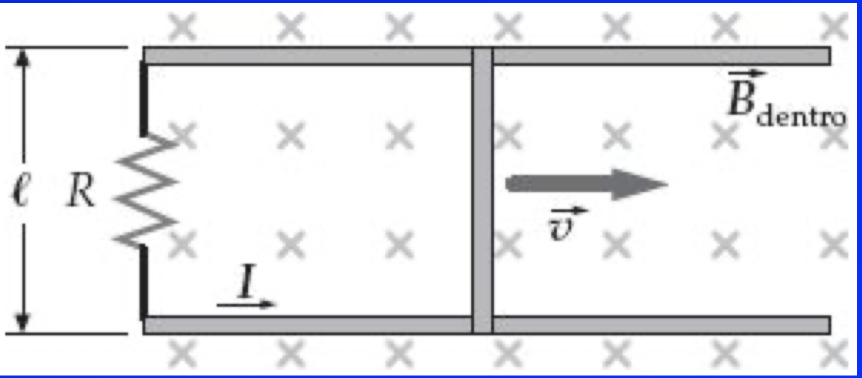
$$\ln\frac{v_f}{v_0} = -\frac{B^2\ell^2}{mR}t_f$$

$$v = \boxed{v_0 e^{-t/\tau} \quad \text{onde } \tau = \frac{mR}{B^2\ell^2}}$$



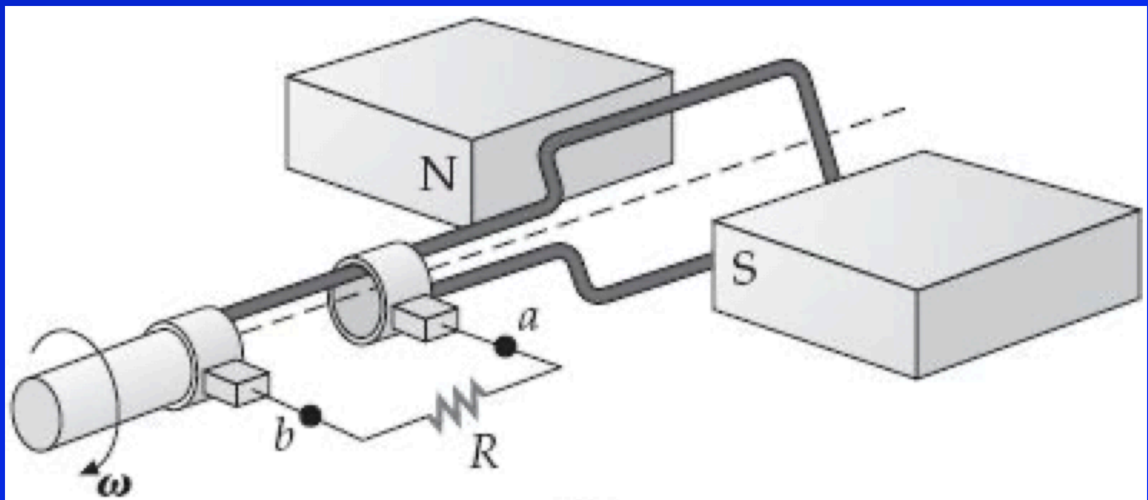
Comentários a respeito do exemplo discutido:

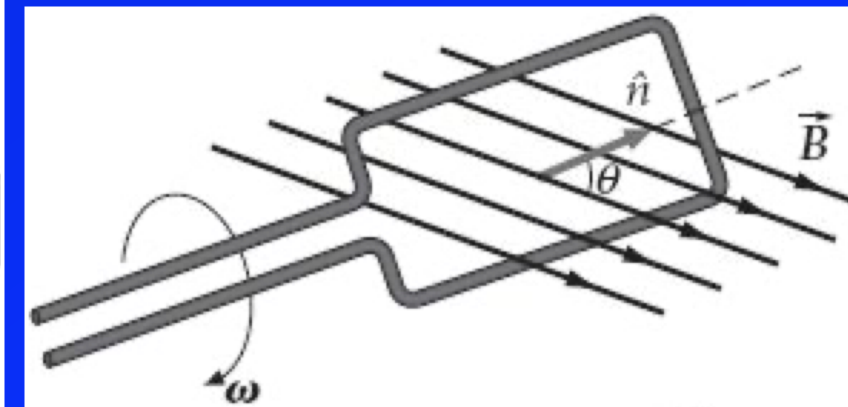
A energia cinética do bastão é transformada em energia térmica no resistor.
Para conservar a energia,
a energia cinética do bastão deve diminuir,
o que significa que a velocidade deve diminuir.



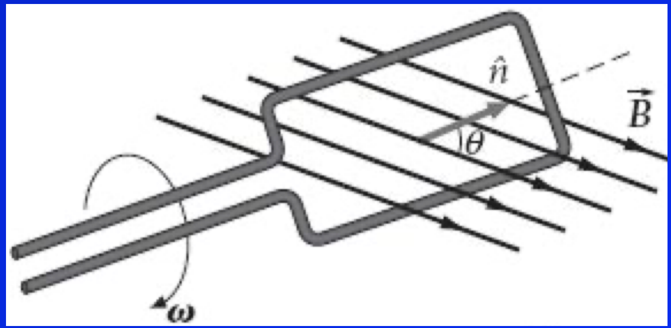
Geradores e motores

A maior parte da energia elétrica usada atualmente é produzida por geradores elétricos na forma de corrente alternada (ac).
Um gerador simples de corrente alternada é uma bobina girando em um campo magnético uniforme, como mostrado a figura.
As extremidades da bobina são ligadas a anéis, chamados anéis coletores, que giram com a bobina.
Escovas condutoras fazem contato com os anéis coletores e ligam a bobina ao circuito externo.





Quando a normal ao plano da bobina $\hat{n}$ faz um ângulo θ com um campo magnético uniforme $\vec{B}$, como mostra a figura, o fluxo magnético através da bobina é



$\phi_m = NBA\cos\theta$, onde N é o número de voltas na bobina e A é a área da superfície plana delimitada pela bobina.

Quando a bobina é girada mecanicamente, o fluxo magnético através dela irá variar e uma fem será induzida na bobina de acordo com a lei de Faraday.

Se o ângulo inicial entre $\hat{n}$ e $\vec{B}$ é zero, então o ângulo em algum instante posterior t é dado por $\theta = \omega t$ onde ω é a frequência angular de rotação.

Assim, o fluxo magnético pode ser escrito como

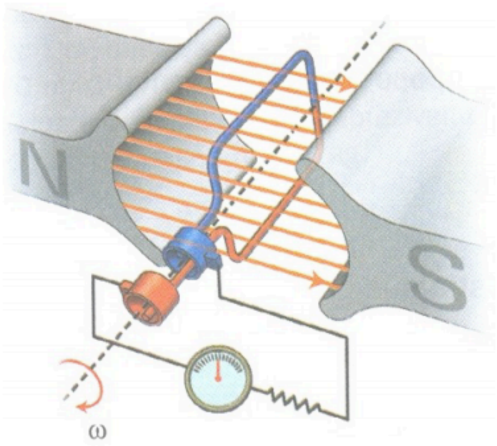
$$\phi_m = NBA\cos\omega t = NBA\cos 2\pi f t$$

e a fem na bobina será

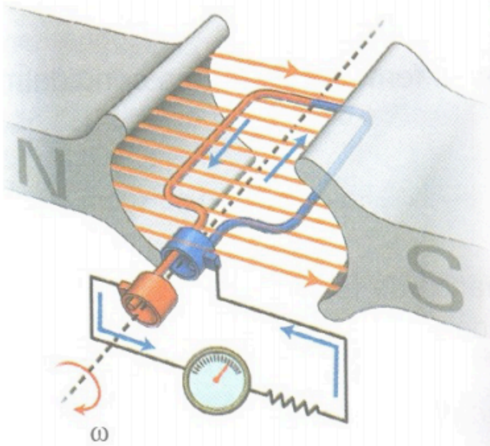
$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_m}{dt} = -NBA\frac{d}{dt}\cos\omega t = \omega NBA\,\text{sen}\,\omega t$$

ou $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{máx}\,\text{sen}\,\omega t$ **onde**

$$\mathcal{E}_{máx} = \omega NBA$$

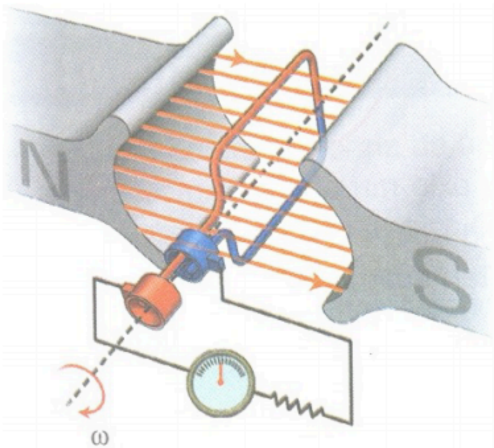


Posição: 0°

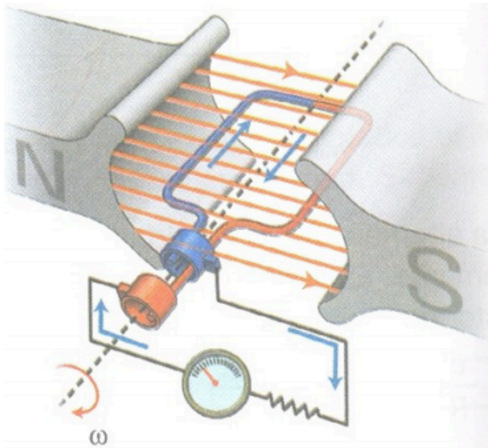


Posição: 90°

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{máx}} \operatorname{sen} \omega t$$



Posição: 180°



Posição: 270°

Fig. 1-2 : Geração de 1 ciclo de tensão CA com um alternador de uma única espira.

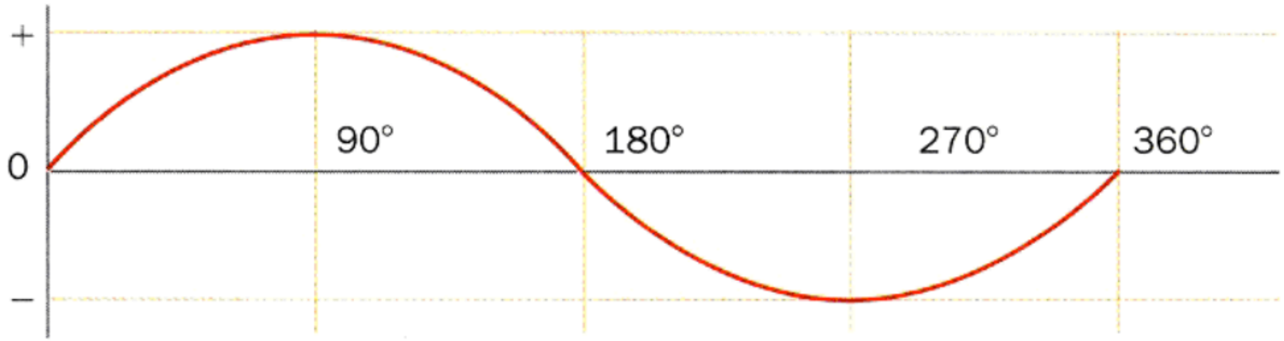


Fig. 1-3 : Forma de onda da tensão de saída correspondente a uma rotação completa da espira.

Hélio Pinheiro
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
Rio Grande do Norte

Podemos, então, produzir uma fem senoidal em uma bobina girando com frequência constante em um campo magnético.

**Numa fonte de fem como esta,
a energia mecânica da bobina girando
é convertida em energia elétrica.**

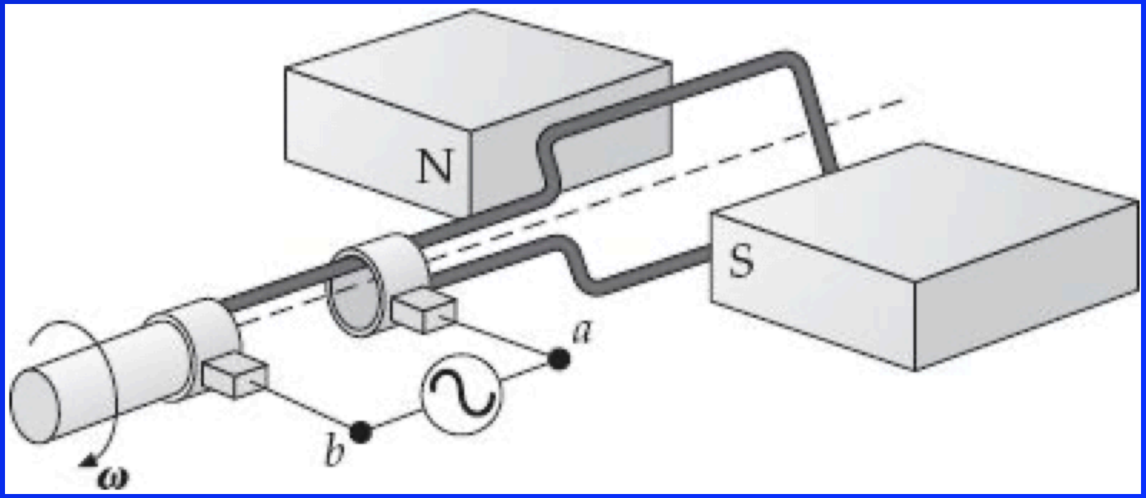
**A energia mecânica geralmente provém de
uma catarata ou de uma turbina a vapor.**

**Apesar de, na prática, os geradores serem bem mais complicados,
eles trabalham com esse princípio
e são projetados para que a fem produzida seja senoidal.**

Essa mesma bobina em um campo magnético também pode ser usada como um motor ac.

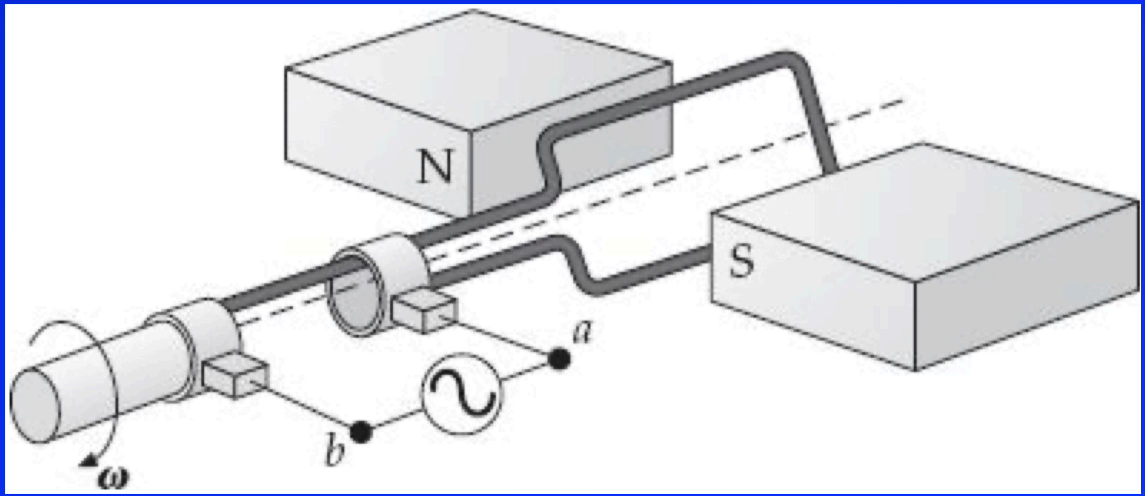
Aplicando uma corrente alternada à bobina, proveniente de outro gerador ac, como mostra a figura, podemos fazer com que a bobina gire.

Um anel de corrente em um campo magnético experimenta um torque que tende a girá-lo de maneira que seu momento magnético $\vec{\mu}$ aponte na direção de $\vec{B}$ e, portanto, que o plano do anel seja perpendicular à $\vec{B}$.



A corrente fornecida à bobina da figura, enquanto positiva, gera um torque na bobina no sentido de alinhá-la verticalmente.
Quando esse ponto é atingido, a polaridade da voltagem nos terminais da bobina é invertida e seu novo ponto de equilíbrio passa a ser 180º mais adiante, o que a faz executar mais ½ volta, quando novamente a polaridade da voltagem é trocada, e assim por diante.

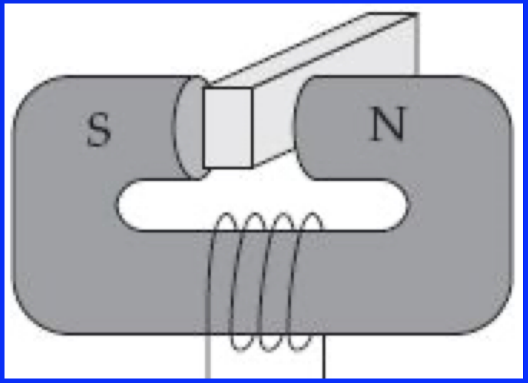
Enquanto ela gira no campo magnético, uma fem reversa é gerada, a qual tende a se opor à corrente.
Quando o motor é ligado, não há fem reversa e a corrente é muito grande, sendo limitada, apenas, pela resistência no circuito.

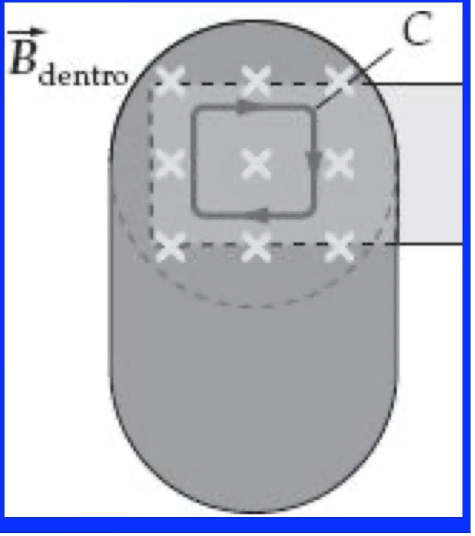


28-5 Correntes parasitas

Nos exemplos que discutimos, as correntes foram induzidas em fios ou bastões. Mas, quando há um pedaço de metal maciço como o núcleo de um transformador, um fluxo variável pode induzir a circulação de correntes, que são chamadas de correntes parasitas. O calor produzido por essas correntes geram uma perda de potência no sistema. Considere uma lâmina condutora entre as faces dos polos de um eletroímã (figura), onde o campo magnético varia com o tempo.

Então, o fluxo através de qualquer anel fechado na lâmina, como através da curva *C* indicada na figura, irá variar, gerando corrente.





A existência de correntes parasitas pode ser demonstrada empurrando uma lâmina de cobre ou alumínio através da região entre os polos de um forte ímã permanente (veja figura).

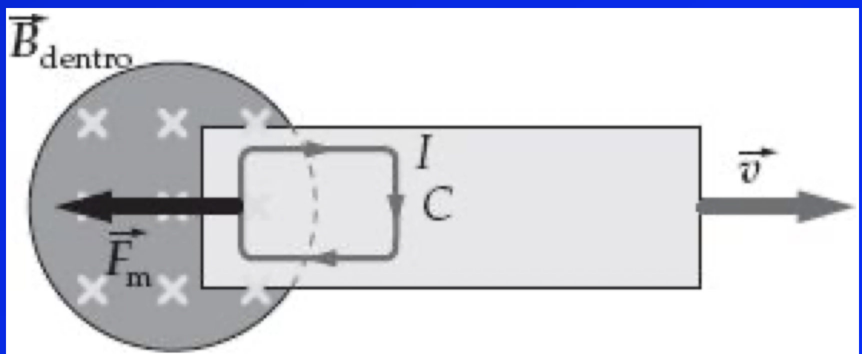
Parte da área limitada pela curva *C* na figura está no campo magnético e a outra parte está fora do campo magnético.

Quando a lâmina é puxada para a direita,

o fluxo através desta curva diminui.

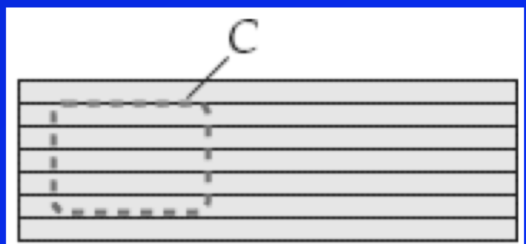
Uma fem horária é induzida em torno desta curva.

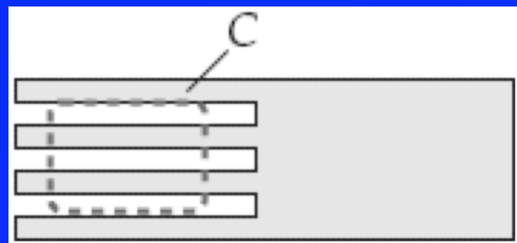
Esta fem gera uma corrente dirigida para cima na região entre as faces dos polos e o campo magnético exerce uma força nesta corrente para a esquerda ($\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$), que se opõe ao movimento da lâmina.



Você pode sentir esta força de arraste na lâmina se puxá-la rapidamente através de uma região que tenha um forte campo magnético.

Geralmente as correntes parasitas são indesejáveis,
pois provocam perda de energia por aquecimento Joule.
A perda de energia pode ser reduzida aumentando a resistência dos caminhos das correntes parasitas, como mostram as figuras.
Na figura à esquerda, a barra condutora é laminada;
isto é, a barra condutora é feita de pequenas tiras coladas.
Como a cola, que é isolante, separa as tiras, as correntes parasitas estão essencialmente confinadas às tiras individuais,
reduzindo de forma significativa a perda de energia.
De maneira similar, se houver cortes na lâmina, como mostra a figura da direita, as correntes parasitas são minimizadas
e a força magnética também é muito reduzida.





As correntes parasitas nem sempre são indesejadas.
Por exemplo, correntes parasitas são usadas com frequência para amortecer oscilações indesejadas.
Em balanças mecânicas de precisão,
o prato pode oscilar muitas vezes até estabilizar,
permitindo que a medida seja feita.
Essas balanças normalmente possuem uma pequena lâmina de metal posicionada entre os polos de um ímã permanente
enquanto os pratos oscilam e, assim,
as correntes parasitas amortecem as oscilações,
permitindo a rápida estabilização do prato.

Correntes parasitas também desempenham um papel em sistemas magnéticos de freio em alguns vagões rápidos.
Um grande eletroímã é posicionado no veículo sobre os trilhos que, quando energizado, correntes parasitas são induzidas nos trilhos pelo movimento do ímã e as forças magnéticas produzem uma força de arraste no ímã que serve para frear o vagão.

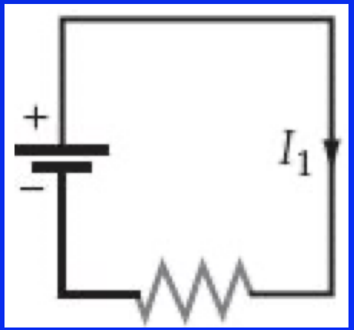
28-6 Indutância

Auto-indutância

Considere uma bobina conduzindo uma corrente *I*.
A corrente na bobina produz um
campo magnético que varia de ponto a ponto,
mas em cada ponto do espaço o valor de *B* é proporcional a *I*.
O fluxo magnético através da bobina é, portanto, proporcional a *I*

$$\phi_m = LI$$

onde *L*, a constante de proporcionalidade,
é chamada de auto-indutância da bobina.



A auto-indutância depende da forma geométrica da bobina.
A unidade de indutância no SI é o henry (H), sendo

$$1\ \mathrm{H} = 1\ \mathrm{Wb/A} = 1\ \mathrm{T \cdot m^2/A}$$

A auto-indutância de um solenoide longo e firmemente enrolado pode ser calculada diretamente.

O fluxo magnético através de um solenoide longo e fino é dado por

$$\phi_m = NBA$$

onde $B = \mu_0 nI$, sendo n o número de voltas por unidade de comprimento, I é a corrente e

A é a área da seção transversal do solenoide.

Portanto, o fluxo magnético através do solenoide é

$$\phi_m = NBA = N\,\mu_0 nI\,A = n\ell\,\mu_0 nIA = \mu_0 n^2 IA\ell$$

onde ℓ é o comprimento do solenoide.

Como esperado, o fluxo ϕ_m é proporcional à corrente I.

A constante de proporcionalidade é a auto-indutância L

$$L = \frac{\phi_m}{I} = \mu_0 n^2 A\ell$$

Assim, a auto-indutância de um longo solenoide é proporcional ao quadrado do número de voltas por unidade de comprimento n e ao volume $A\ell$. Portanto, depende apenas de fatores geométricos.

Note que μ_0 pode ser expresso em henrys por metro:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{H/m}$$

Exemplo 28-10   Auto-indutância de um solenoide

Determine a auto-indutância de um solenoide de comprimento 10,0 cm, área 5,00 cm^2 e 100 voltas.

Vimos no slide anterior que $L = \frac{\phi_m}{I} = \mu_0 n^2 A\ell$, assim

$$L = \mu_0 n^2 A\ell$$
$$= (4\pi \times 10^{-7}\ \text{H/m})(1000\ \text{voltas/m})^2(5{,}00 \times 10^{-4}\ \text{m}^2)(0{,}100\ \text{m})$$
$$= \boxed{6{,}28 \times 10^{-5}\ \text{H}}$$

Quando a corrente em um circuito está variando,
o fluxo magnético devido à corrente também está variando e,
portanto, uma fem é induzida no circuito.
Como a auto-indutância *L* de um circuito é constante,
a taxa de variação do fluxo está relacionada à taxa de variação de *I*

$$\frac{d\phi_m}{dt} = \frac{d(LI)}{dt} = L\frac{dI}{dt}$$

Pela lei de Faraday, temos

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_m}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

Assim, a fem auto-induzida é proporcional à *dI/dt*.
Devido ao sinal negativo dessa equação,
a fem auto-induzida é chamada, geralmente, de fem reversa.

Uma bobina ou solenoide que tem um número suficiente de voltas para ter uma auto-indutância significativa é chamado de indutor. Em circuitos, ele é representado pelo símbolo .

Tipicamente, a auto-indutância do restante do circuito é desprezível em comparação com a de uma bobina ou solenoide.

A diferença de potencial em um indutor é dada por

$$\Delta V = \mathcal{E} - Ir = -L\frac{dI}{dt} - Ir$$

onde r é a resistência interna do indutor.

Para um indutor ideal, $r = 0$

Indutância mútua

Quando dois ou mais circuitos estão próximos entre si, como na figura, o fluxo magnético através de um circuito depende da sua própria corrente e da corrente dos circuitos que estão próximos.

Seja I_1 a corrente no circuito 1 e I_2 a corrente no circuito 2.

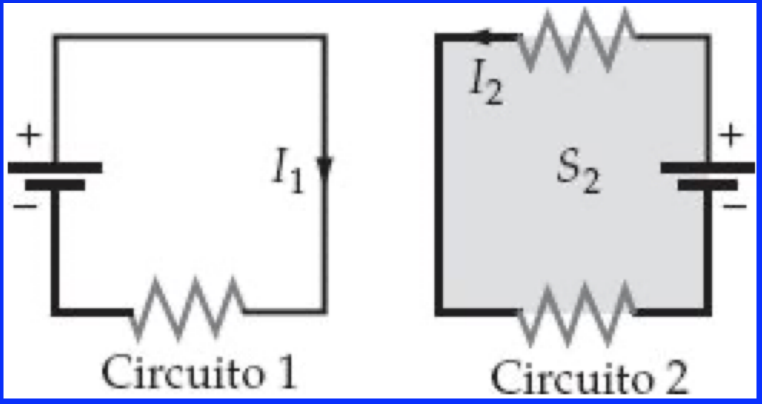
O campo magnético $\vec{B}$ na superfície S_2 é a superposição de $\vec{B}_1$ que é proporcional a I_1 e de $\vec{B}_2$ que é proporcional a I_2.

Podemos, então, escrever o fluxo de $\vec{B}_1$ através do circuito 2 como

$$\phi_{m12} = M_{12} I_1$$

onde M_{12} é chamada de indutância mútua dos dois circuitos.

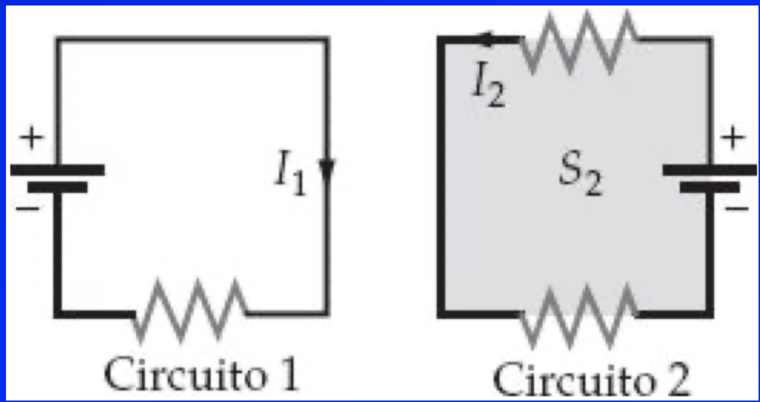
A indutância mútua depende do arranjo geométrico dos dois circuitos, por exemplo, se os circuitos estiverem afastados, o fluxo de $\vec{B}_1$ através do circuito 2 será pequeno e a indutância mútua será pequena.



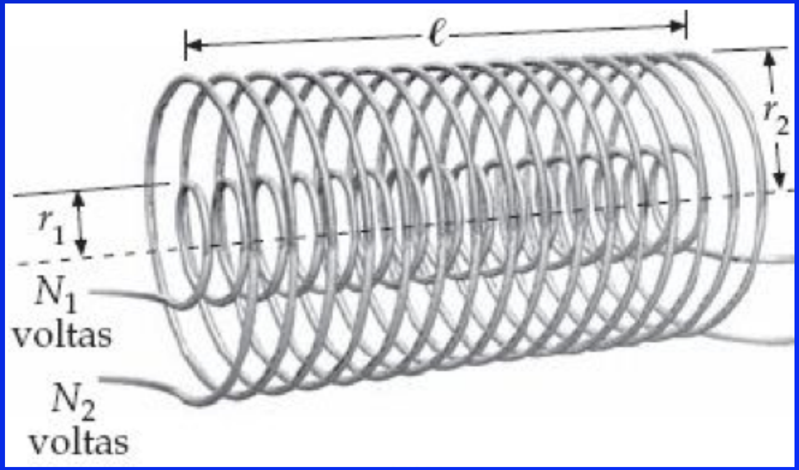
De forma similar, o fluxo de $\vec{B}_2$ através do circuito 1 será

$$\phi_{m21} = M_{21} I_2$$

O fluxo resultante de $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$
através do circuito 1 é dado por $\phi_{m1} = \phi_{m11} + \phi_{m21}$
e através do circuito 2 é dado por $\phi_{m2} = \phi_{m12} + \phi_{m22}$



Podemos calcular a indutância mútua para dois solenoides coaxiais firmemente enrolados como mostra a figura.
Seja ℓ o comprimento de ambos os solenoides e considere que o solenoide interno tenha N_1 voltas e raio r_1,
e que o solenoide externo tenha N_2 voltas e raio r_2.



O campo magnético $\vec{B}_1$ devido à corrente I_1 no solenoide interno é uniforme e tem intensidade

$$B_1 = \mu_0 n_1 I_1 \quad \text{para } r < r_1$$

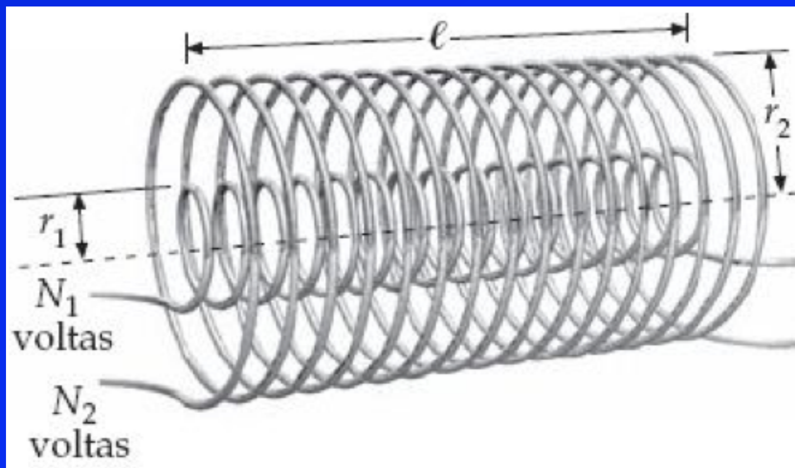
e fora do solenoide interno ($r > r_1$), a intensidade do campo $\vec{B}_1$ é praticamente zero.

O fluxo de $\vec{B}_1$ através do solenoide externo é, portanto,

$$\phi_{m12} = N_2 B_1 (\pi r_1^2) = n_2 \ell \, \mu_0 n_1 I_1 (\pi r_1^2) = \mu_0 n_2 n_1 \ell (\pi r_1^2) I_1$$

A indutância M_{12} é portanto

$$M_{12} = \frac{\phi_{m12}}{I_1} = \mu_0 n_2 n_1 \ell \pi r_1^2$$



PROBLEMA PRÁTICO 28-7 Calcule a indutância mútua M_{21} dos solenoides coaxiais da figura, determinando o fluxo através do solenoide interno devido a uma corrente I_2 no solenoide externo.

O campo magnético $\vec{B}_2$ devido à corrente no solenoide externo é uniforme e tem intensidade

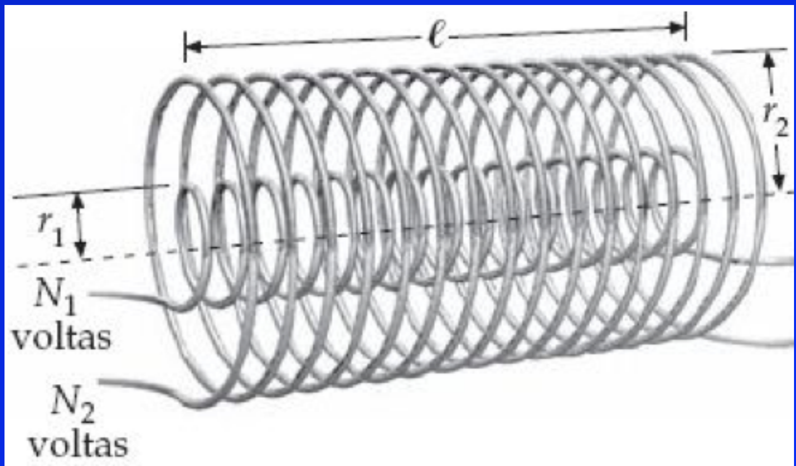
$$B_2 = \mu_0 n_2 I_2 \quad \text{para} \quad r < r_2.$$

O fluxo de $\vec{B}_2$ através do solenoide interno é, portanto,

$$\phi_{m21} = N_1 B_2 (\pi r_1^2) = n_1 \ell\, \mu_0 n_2 I_2 (\pi r_1^2) = \mu_0 n_1 n_2 \ell (\pi r_1^2) I_2$$

A indutância M_{21} é portanto

$$M_{21} = \frac{\phi_{m21}}{I_2} = \mu_0 n_1 n_2 \ell \pi r_1^2 = M_{12}$$



É possível provar que $M_{21} = M_{12}$ é um resultado geral.

Portanto, não usaremos mais os subscritos para indutância mútua e escreveremos, simplesmente, M.