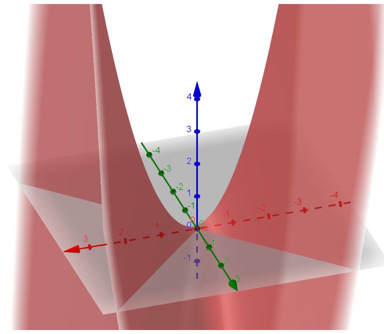
Lista 15 - Pontos de máximo e de mínimo locais e globais e pontos de sela



(1) Estude as seguintes funções quanto a pontos de máximo e de mínimo locais e pontos de sela :

(a) $f(x, y) = x^2 + y^3 + xy - 3x - 4y + 5$

(b) $f(x, y) = x^3 - 3x^2y + 27y$

(c) $f(x, y) = x^5 + y^5 - 5x - 5y$

(d) $f(x, y) = \sqrt[3]{x^2 + 2xy + 4y^2 - 6x - 12y}$

(e) $f(x, y) = \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{y} + xy, \qquad x > 0,\ y > 0$

(2) Considere as retas reversas r e s de equações dadas respectivamente por

$r : (x, y, z) = (0, 0, 2) + \lambda(1, 2, 0), \qquad \lambda \in \mathbb{R}$

$s : (x, y, z) = (0, 0, 4) + \mu(1, 1, 1), \qquad \mu \in \mathbb{R}.$

Determine pontos $R \in r$ e $S \in s$ tais que a distância entre R e S seja a menor possível.

(3) Certa empresa produz dois produtos, cujas quantidades são indicadas por x e y. Tais produtos são fornecidos ao mercado consumidor a preços unitários p_1 e p_2 respectivamente, que dependem de x e y conforme as equações $p_1 = 120-2x$ e $p_2 = 200-y$. O custo total da empresa para produzir e vender quantidades x e y dos produtos é dado por $C = x^2 + 2y^2 + 2xy$. Admitindo que toda a produção da empresa seja absorvida pelo mercado, determine a produção que maximiza o lucro.

(4) Mostre que a função $f(x, y) = x^2 + 5y^2(1+x)^3$ possui um único ponto crítico, que este ponto crítico é ponto de mínimo local, e que f não possui ponto de mínimo global.