

MAE224 - Probabilidade II
RESOLUÇÃO - LISTA 13/14 - EXTRA - CLASSE
Prof. Vanderlei C. Bueno

- 1.
2. Seja $(X_n)_{n \geq 1}$ uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com função de distribuição

$$F(x) = (-x)^{-\alpha}, \quad x < -1 \quad \alpha > 0.$$

Verifique se F tem densidade do tipo exponencial.

(Aula 14)

F é do tipo exponencial em um ponto $\xi_{0;n}$ com $F(\xi_{0;n}) = \frac{1}{n}$ se F é continuamente diferenciável e

$$\frac{f(x)}{F(x)} \approx \frac{f'(x)}{f(x)} \approx \frac{f''(x)}{f'(x)} \approx \dots$$

quando $x \rightarrow \infty$.

3. Seja X uma variável aleatória com função densidade de probabilidade

$$f(x) = c(x - \theta)^2, \quad \theta - 1 \leq x \leq \theta + 1, \quad c > 0.$$

- (a) Prove que f tem um contato de ordem m no ponto $\xi_{0;n}$. Quais os valores de $\xi_{0;n}$ e m ?

Na Aula 14 temos a definição

F tem um contato terminal de ordem m em um ponto $\xi_{0;n}$ com $F(\xi_{0;n}) = \frac{1}{n}$ se $F(\xi_{0;n}) = 0$, as derivadas à esquerda $F^{(j)}(\xi_{0;n}) = 0, j = 1, \dots, m$ e $F^{(m+1)}(\xi_{0;n}) \neq 0$.

- (b) Encontrar um intervalo de confiança para θ com coeficiente de 96% de confiança.

4. Seja $(X_n)_{n \geq 1}$ uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas a X que tem função densidade de probabilidade

$$f(x) = \frac{1}{2\lambda} \exp\left[-\frac{|x|}{\lambda}\right], \quad -\infty < x < \infty.$$

- (a) Verifique se esta densidade é da classe exponencial quando $x \rightarrow -\infty$.

(b)

Sabemos que

$$P\left(\frac{X_{(n;1)} - b_n}{a_n} \leq t\right) \rightarrow^D 1 - e^{-e^x}, \quad -\infty < x < \infty.$$

onde $F(\xi_{(n;0)}) = \frac{1}{n}$, $a_n = \frac{1}{n \cdot f(\xi_{(n;0)})}$ e $b_n = \xi_{(n;0)}$.

Calcule a_n e b_n .

- (c) Usando a aproximação em (b) construir um intervalo de confiança para λ com coeficiente de confiança de 90%.