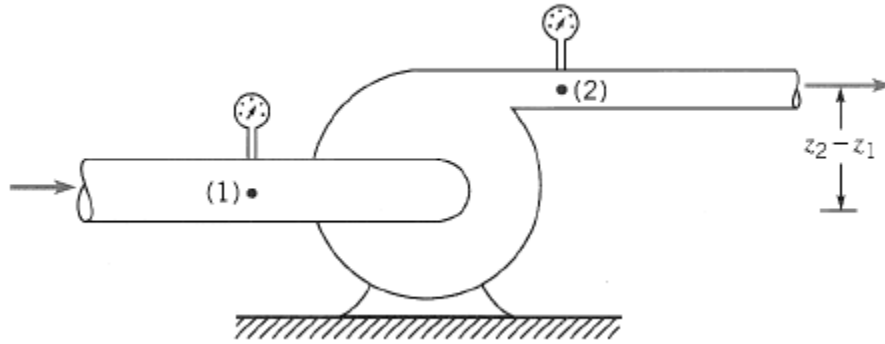


PME 3230

Exercícios

Alberto Hernandez Neto



Aplicando a equação da energia entre a entrada (1) e a saída(2) de uma máquina de fluxo:

$$\left(\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left(\frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right) = \frac{W_a}{\gamma Q} - \frac{W_m}{\gamma Q}$$

Se $V_1 \approx V_2$ e $z_2 - z_1 < 1$ metro $\rightarrow \frac{W_m}{\gamma Q} = H = \frac{\Delta P}{\gamma}$

Potência hidráulica entregue ao fluido:

$$W: \gamma QH$$

A potência necessária para mover a bomba é chamada às vezes de *bhp*– brake horsepower:

$$bhp = \omega T$$

Onde ω é a velocidade angular e T é o torque no eixo

Como há perdas, a potência hidráulica fornecida ao fluido W é diferente da potência mecânica no eixo *bhp* e se define então a eficiência η :

$$\eta = \frac{W}{bhp} = \frac{\gamma QH}{\omega T}$$

Lembrando 1 hp=550ft.lbf/s = 646 watts

A eficiência η é composta por 3 partes: volumétrica η_v , hidráulica η_h e mecânica η_m .

$$\eta_v = \frac{Q}{Q + Q_L} \quad \eta_h = 1 - \frac{h_f}{h_s}$$

onde h_f tem 3 partes: 1) perdas por choque na entrada devido ao ajuste imperfeito entre o escoamento e as entradas das pás, 2) perdas por atrito entre na passagem das pás e 3) perdas por circulação devidas ao ajuste imperfeito na saída das pás.

$$\eta_m = 1 - \frac{W_f}{bhp}$$

Onde W_f é a perda de potência devida ao atrito mecânico nos mancais, selos, anéis de desgaste e outros pontos de contato na máquina.

Por definição a eficiência total é:

$$\eta \equiv \eta_v \eta_h \eta_m$$

Análise dimensional e similaridade

Coeficiente de vazão $C_Q = \frac{Q}{ND^3}$

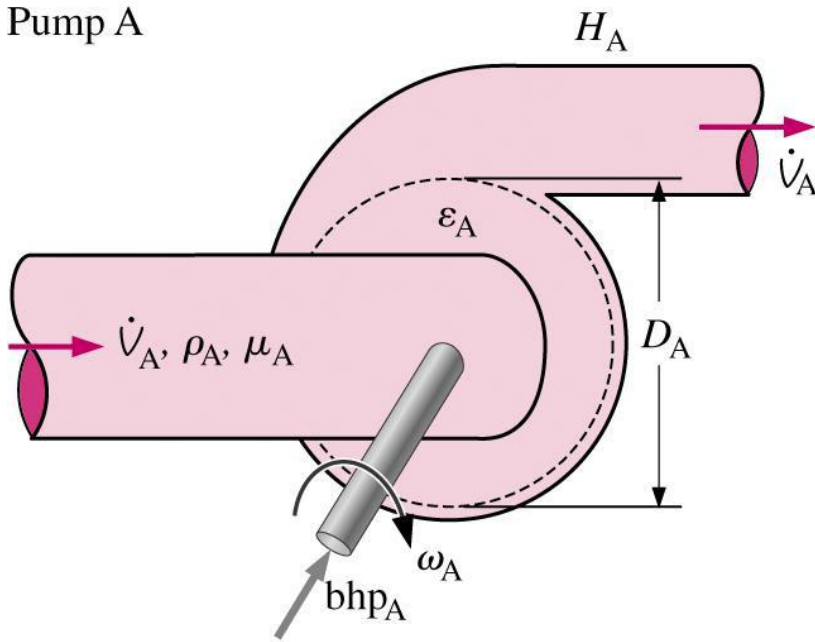
Coeficiente de Carga $C_H = \frac{gH}{N^2D^2}$

Coeficiente de potência $C_W = \frac{W_{bhp}}{\rho N^3 D^5}$

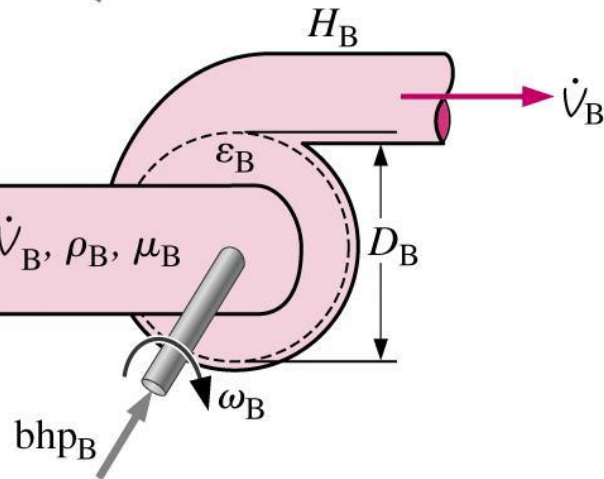
Eficiência $\eta = \frac{C_H C_Q}{C_W} = \frac{\gamma QH}{W_{bhp}}$

NPSH (?) $C_{NPSH} = \frac{g(NPSH)}{N^2 D^2}$

Pump A



Pump B



Análise Dimensional

Se duas bombas são geometricamente semelhantes e os π 's independentes forem similares:

$$C_{Q,A} = C_{Q,B}$$

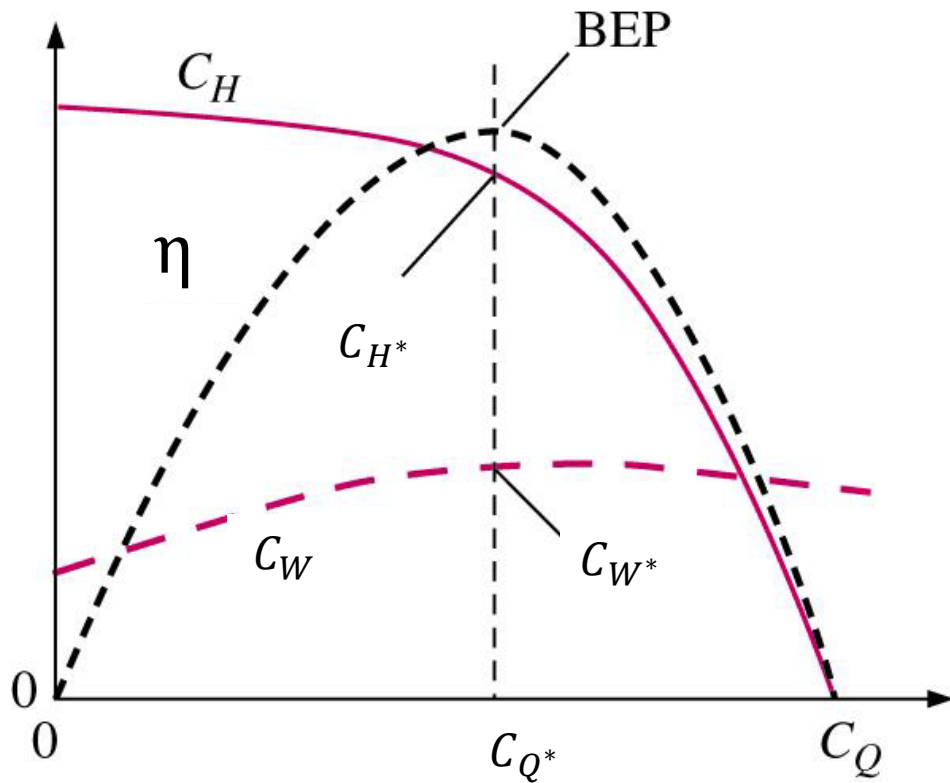
$$Re_A = Re_B$$

$$\epsilon_A/D_A = \epsilon_B/D_B$$

Então os π 's dependentes serão os mesmos

$$C_{H,A} = C_{H,B}$$

$$C_{W,A} = C_{W,B}$$



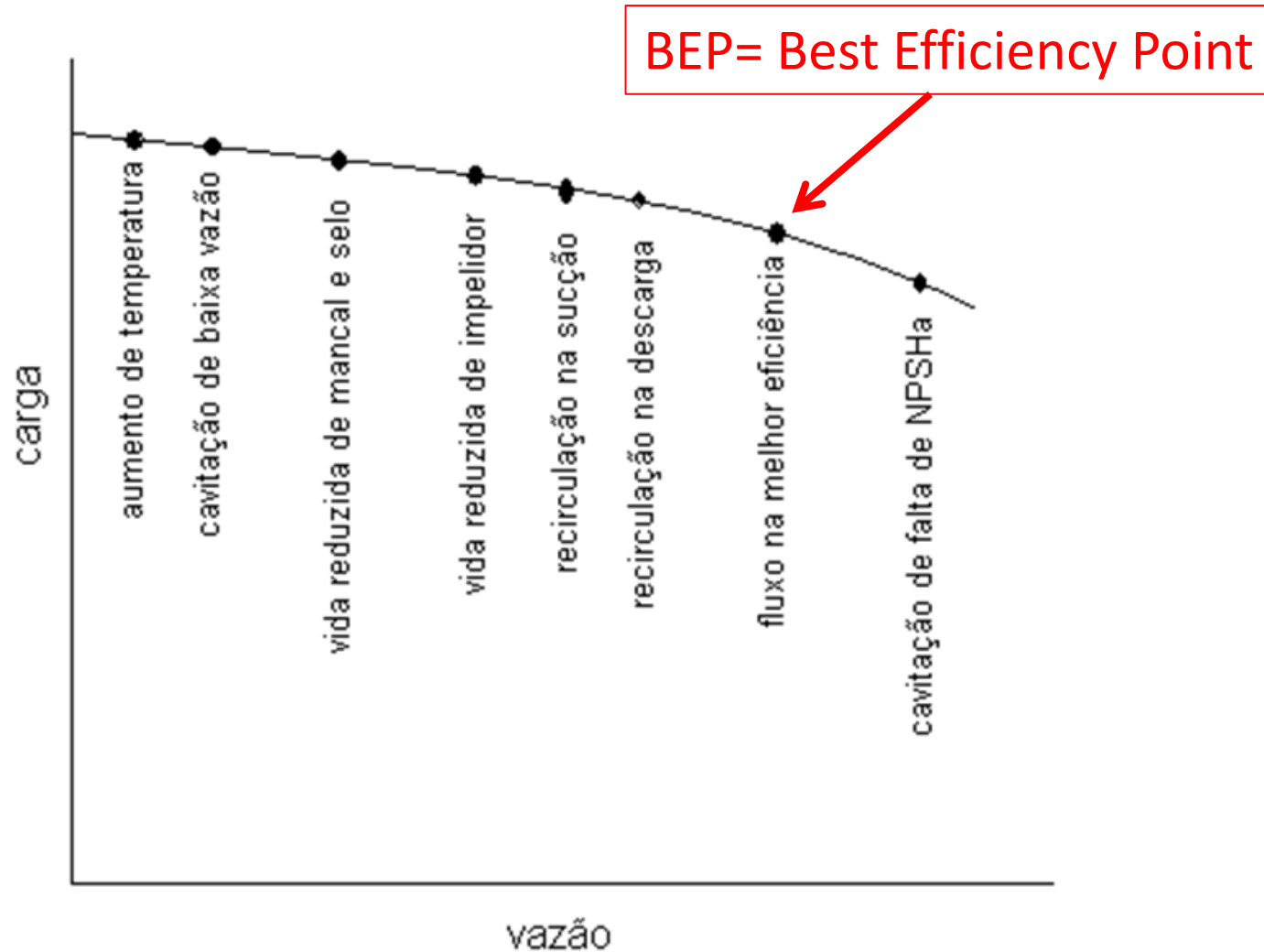
BEP= Best Efficiency Point

Como o Reynolds e a rugosidade podem frequentemente ser negligenciadas:

$$\eta = f(C_Q)$$

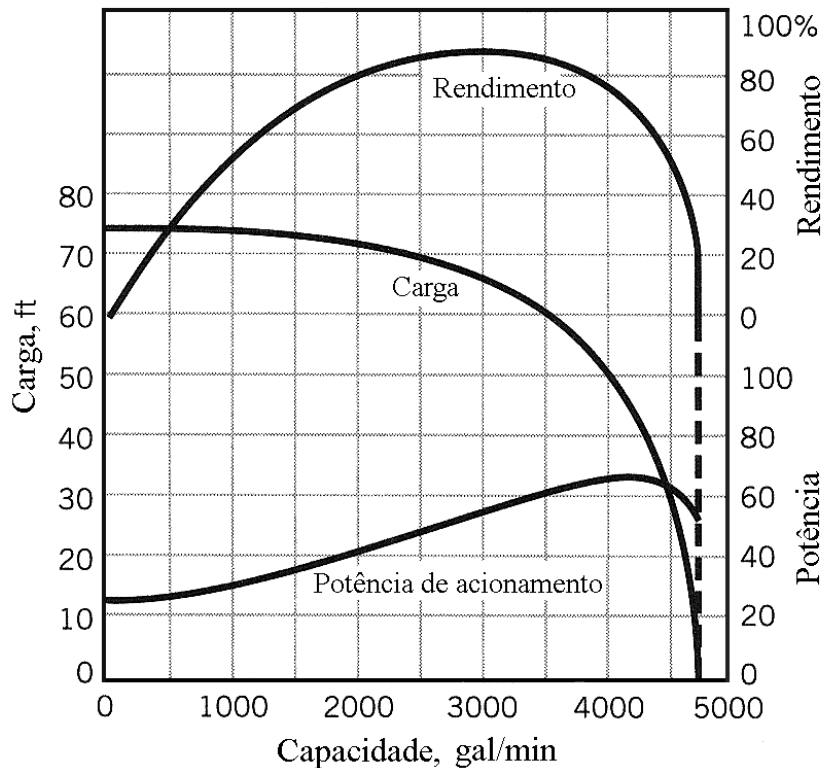
$$C_H \cong f(C_Q)$$

$$C_W \cong f(C_Q)$$

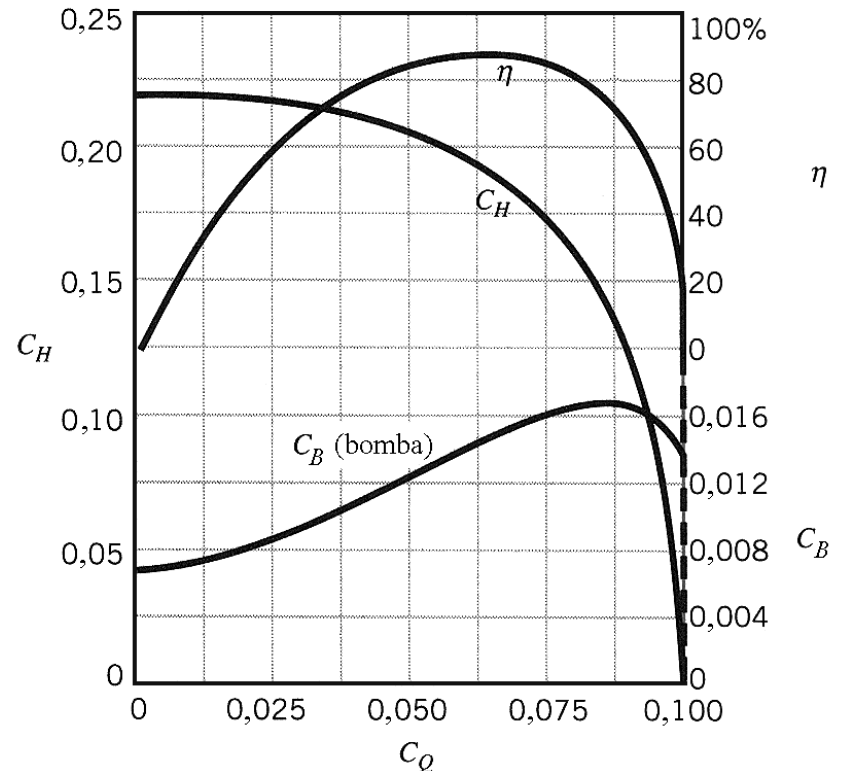


Limiar de possíveis efeitos adversos quando operando distante do BEP.

“Guide to the selection of rotodynamics pumps”, do Europump.



(a)



(b)

- Fabricantes instalam diferentes rotores na mesma carcaça
- Bombas grandes têm rugosidades relativas menores que bombas menores
- Líquidos viscosos têm efeitos grandes em C_H e C_W

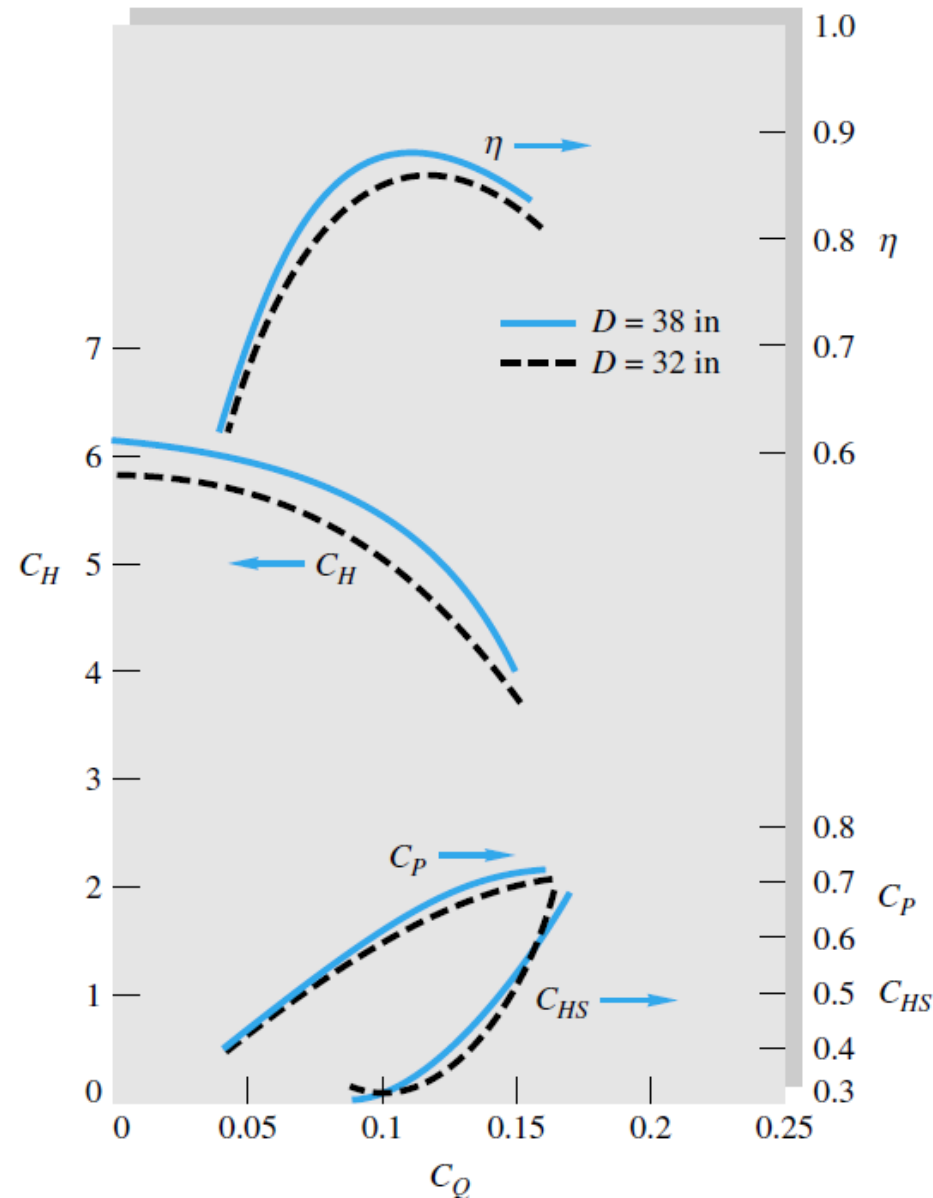
Daí resulta que $C_H \cong f(C_Q)$ e $C_W \cong f(C_Q)$

Semelhança de bombas

Nunca se atinge semelhança real pois fabricantes usam rotores com diâmetros diferentes nas mesmas carcaças

Na figura são mostradas 2 bombas muito semelhantes.

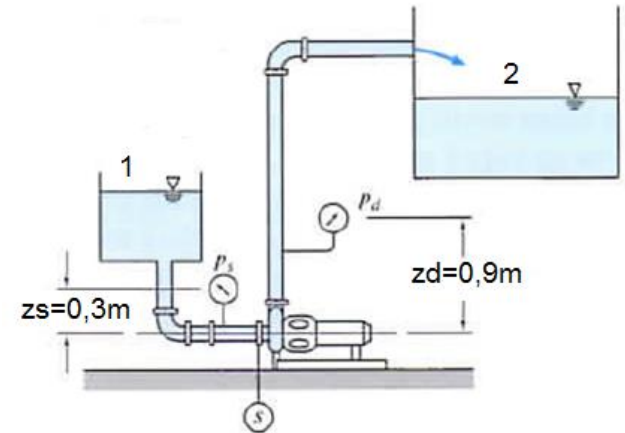
Observe que no BEP $\eta=0,88$



Exercício 01

Uma bomba centrífuga Peerless Tipo 4AE11 foi testada no sistema abaixo. A temperatura da água é de 27°C e a tubulação de sucção e de descarga tem 150 mm de diâmetro. O motor de acionamento da bomba é trifásico, alimentado com 460 V, tem fator de potência 0,875 e uma eficiência constante de 90%.

Vazão [m ³ /h]	Pressão de sucção (kPa _m)	Pressão de descarga (kPa _m)	Corrente do motor [A]
0	-25	377	18,0
114	-29	324	25,1
182	-32	277	30,0
227	-39	230	32,6
250	-43	207	34,1
273	-46	179	35,4
318	-53	114	39,0
341	-58	69	40,9



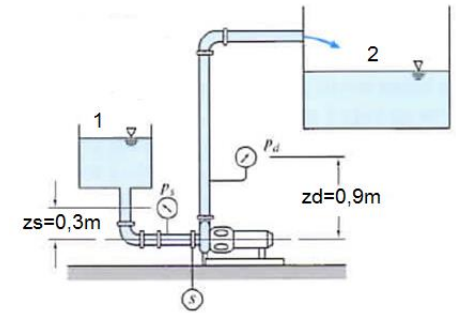
Pede-se:

- Altura de carga da bomba e eficiência para $\dot{Q} = 227 \text{ m}^3/\text{h}$
- Altura de carga, potência elétrica e eficiência da bomba em função de \dot{Q}

Exercício 01

Hipóteses:

- Regime permanente
- Escoamento uniforme em cada seção
- $\bar{V}_2 = \bar{V}_1$
- Todas as alturas corrigidas para a mesma elevação
- Escoamento turbulento em todas as seções ($\alpha_1 = \alpha_2$)

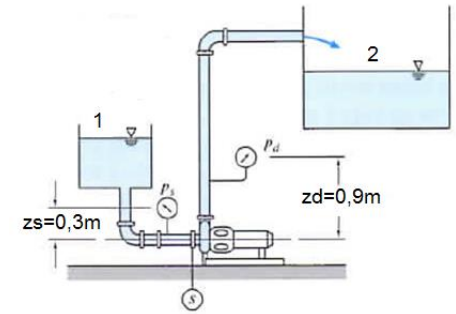


Aplicando a equação de energia entre as seções de sucção e descarga da bomba:

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2g} + z_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2g} + z_2 \right) = h_{bomba}$$

Exercício 01

$$h_{bomba} = \left(\frac{p}{\gamma} + z \right)_d - \left(\frac{p}{\gamma} + z \right)_s$$



Corrigindo as pressões para a mesma elevação:

$$h_{bomba} = \left(\frac{p}{\gamma} + z \right)_d - \left(\frac{p}{\gamma} + z \right)_s = \frac{p_2 - p_1}{\rho g}$$

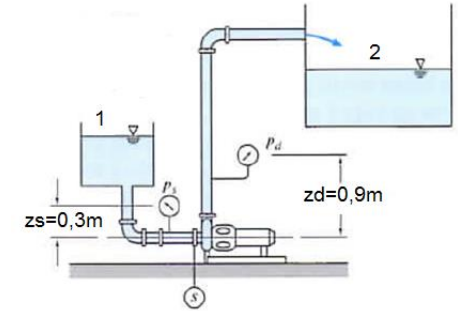
Onde, para $\dot{Q} = 227 \text{ m}^3/\text{h}$

$$p_1 = p_s + \rho g z_s = -39 \times 10^3 + 1000 * 9,8 * 0,3 = -36,06 \text{ kPa}$$

$$p_2 = p_d + \rho g z_d = 230 \times 10^3 + 1000 * 9,8 * 0,9 = 238,82 \text{ kPa}$$

Exercício 01

Logo:



$$h_{bomba} = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} = \frac{[238,82 - (-36,06)] \times 10^3}{1000 * 9,8} = 28,05m$$

A potência hidráulica da bomba é dada por:

$$\dot{W}_h = \dot{Q} \Delta p = \dot{Q} \rho g h_{bomba} = \dot{Q} (p_2 - p_1)$$

$$\dot{W}_h = \frac{227}{3600} * [238,82 - (-36,06)] \times 10^3 = 17,3kW$$

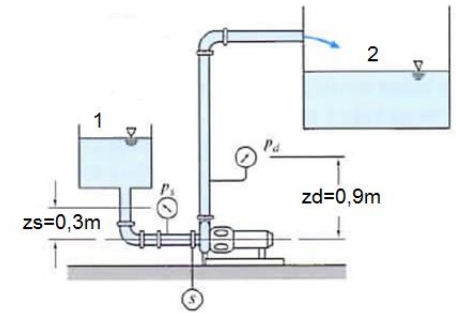
Exercício 01

A potência de saída do motor é dada por:

$$\dot{W}_{motor} = \eta \sqrt{3} (FP) EI = 0,90 * \sqrt{3} * 0,875 * 460 * 32,6 = 20,5 kW$$

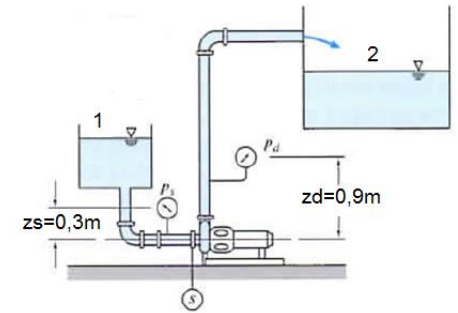
A eficiência da bomba é dada por:

$$\eta_{bomba} = \frac{\dot{W}_{bomba}}{\dot{W}_{motor}} = \frac{17,3}{20,5} = 0,844 (84,4\%)$$



Exercício 01

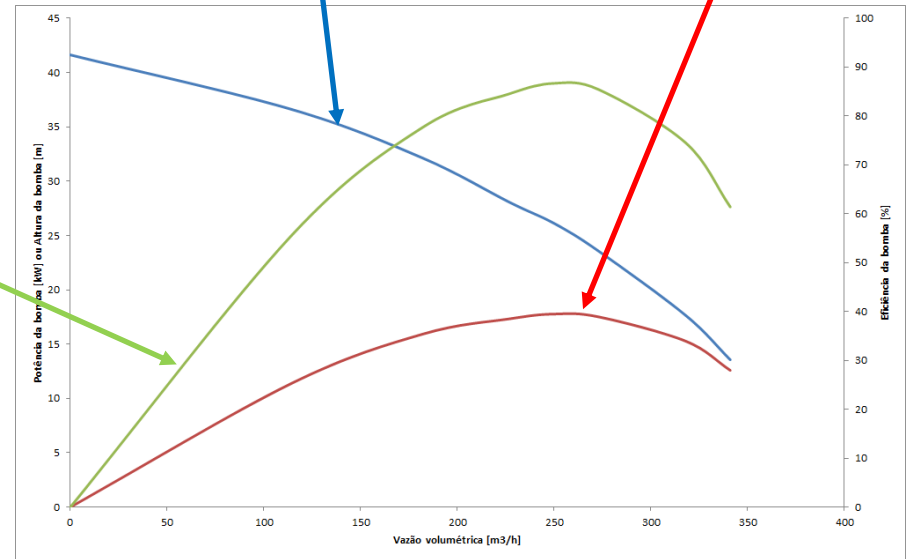
Vazão [m ³ /h]	Pressão de sucção (kPa _m)	Pressão de descarga (kPa _m)	Corrente do motor [A]
0	-25	377	18,0
114	-29	324	25,1
182	-32	277	30,0
227	-39	230	32,6
250	-43	207	34,1
273	-46	179	35,4
318	-53	114	39,0
341	-58	69	40,9

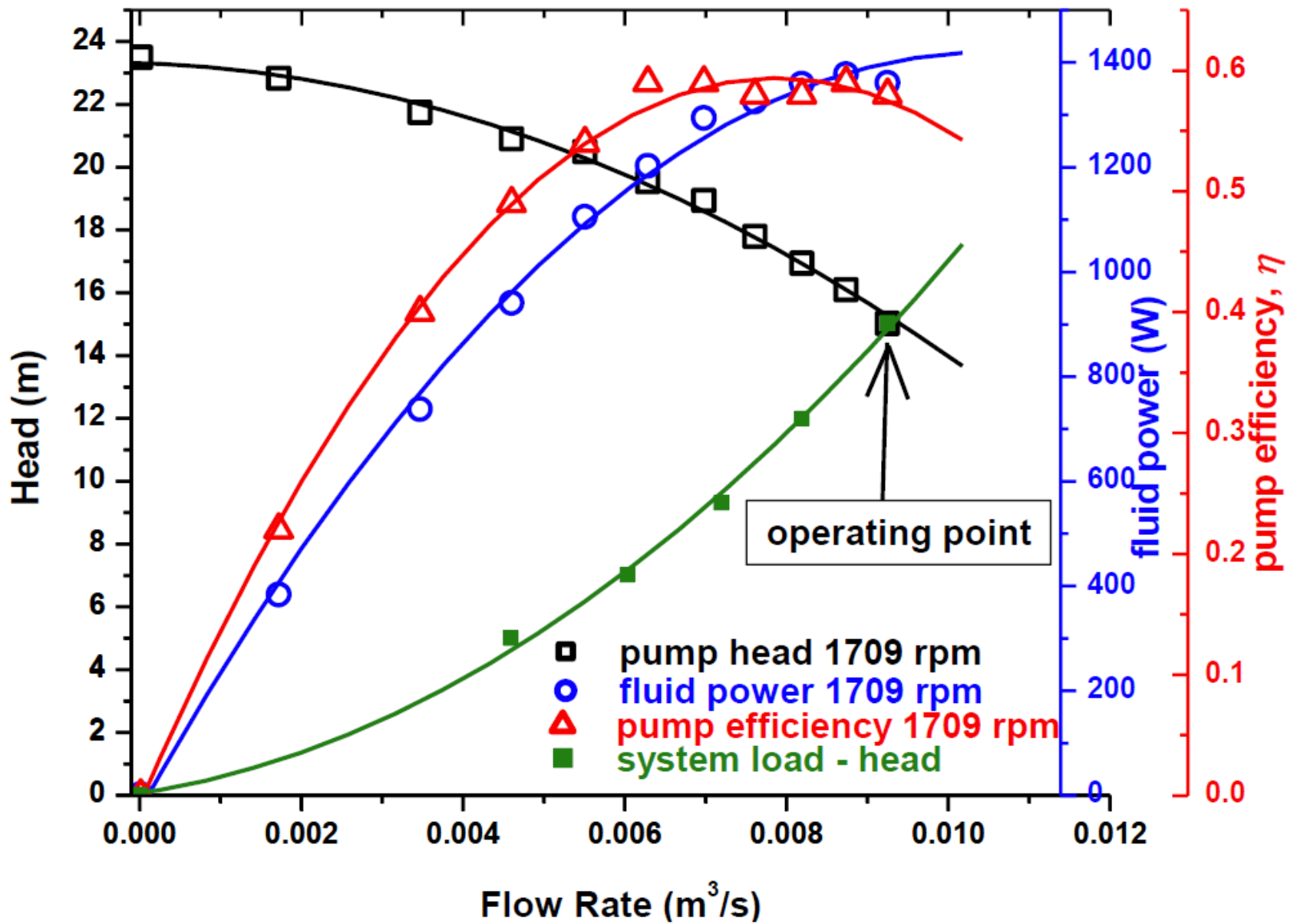


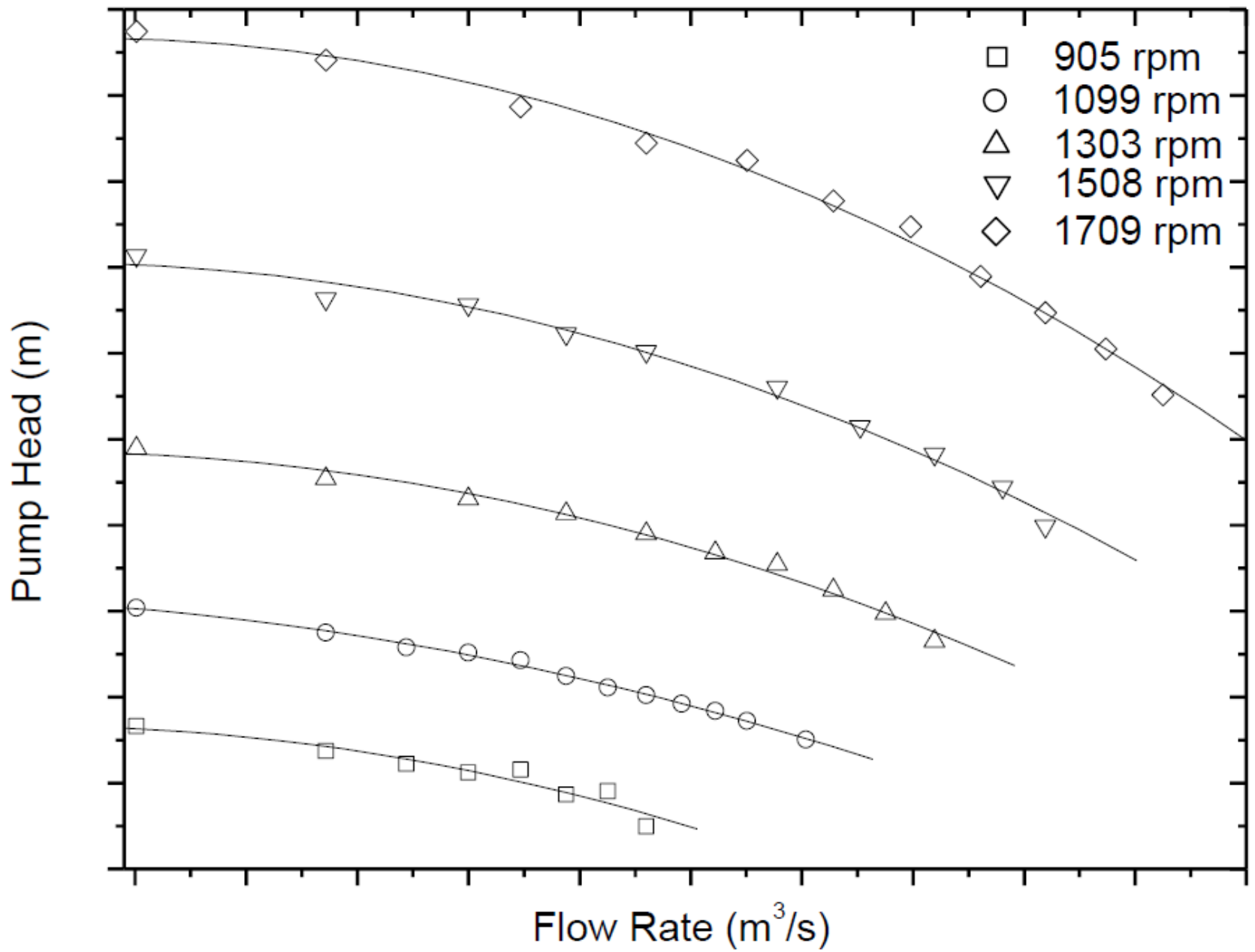
Potência da bomba

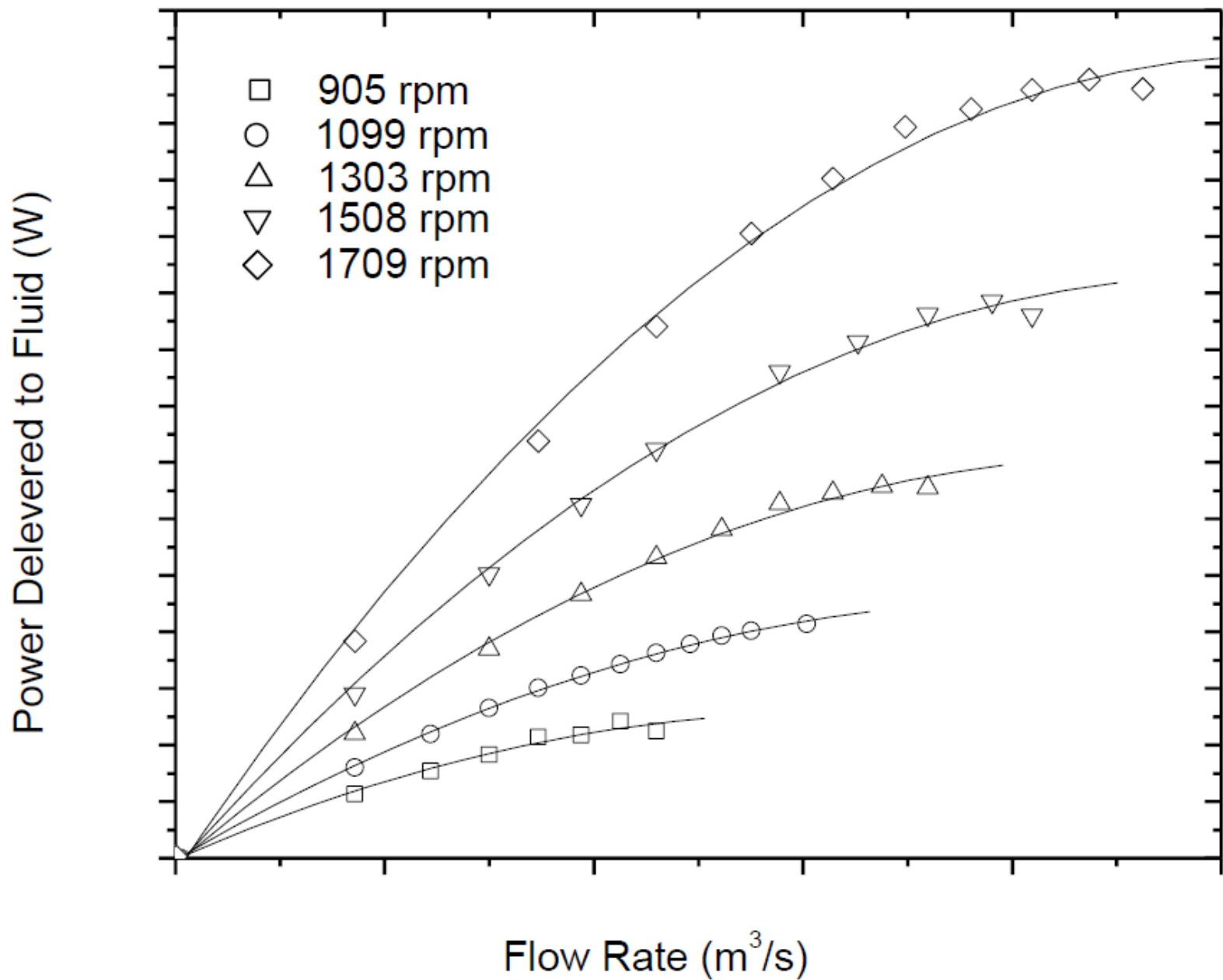
Altura da bomba

Eficiência da bomba

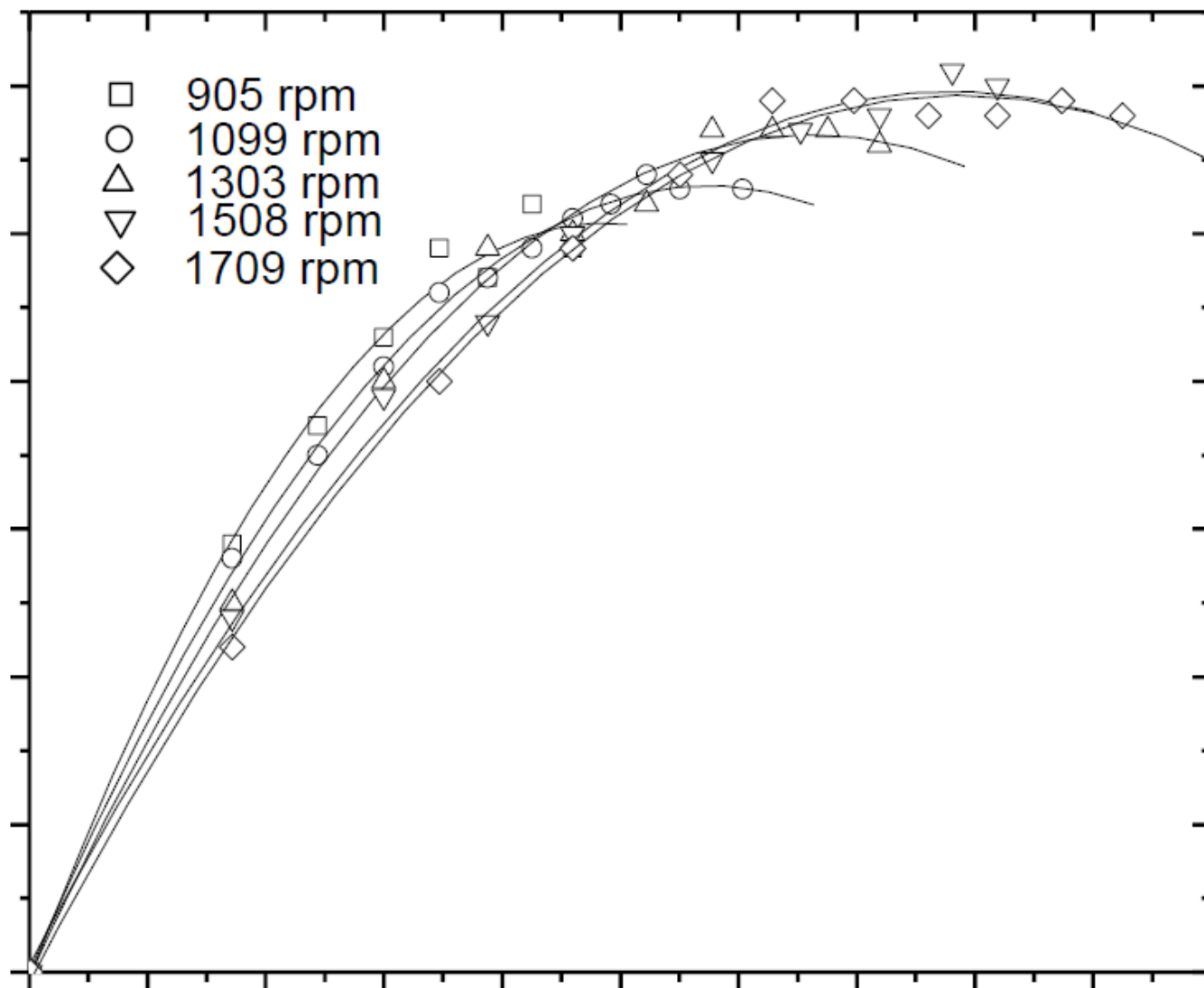




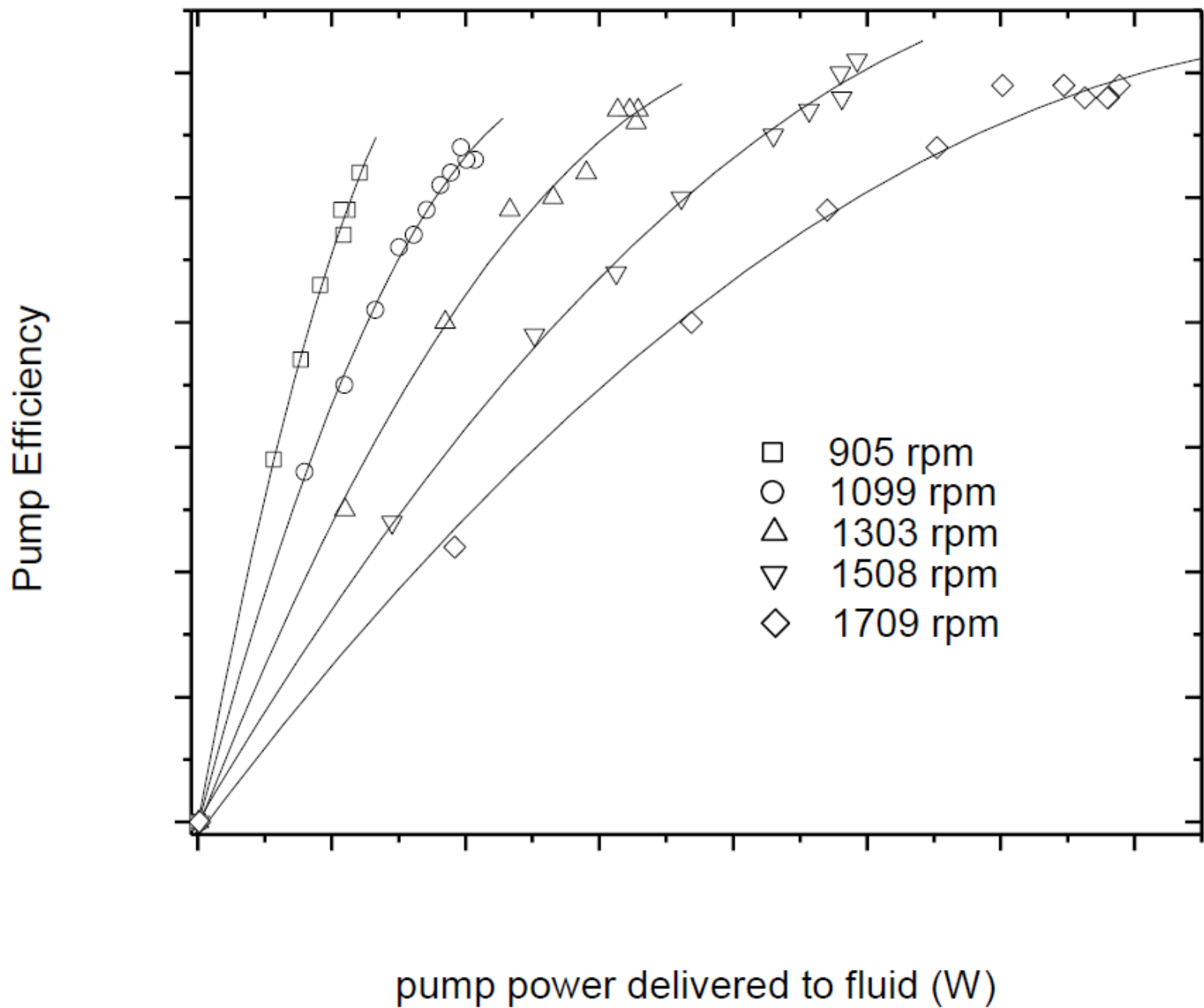


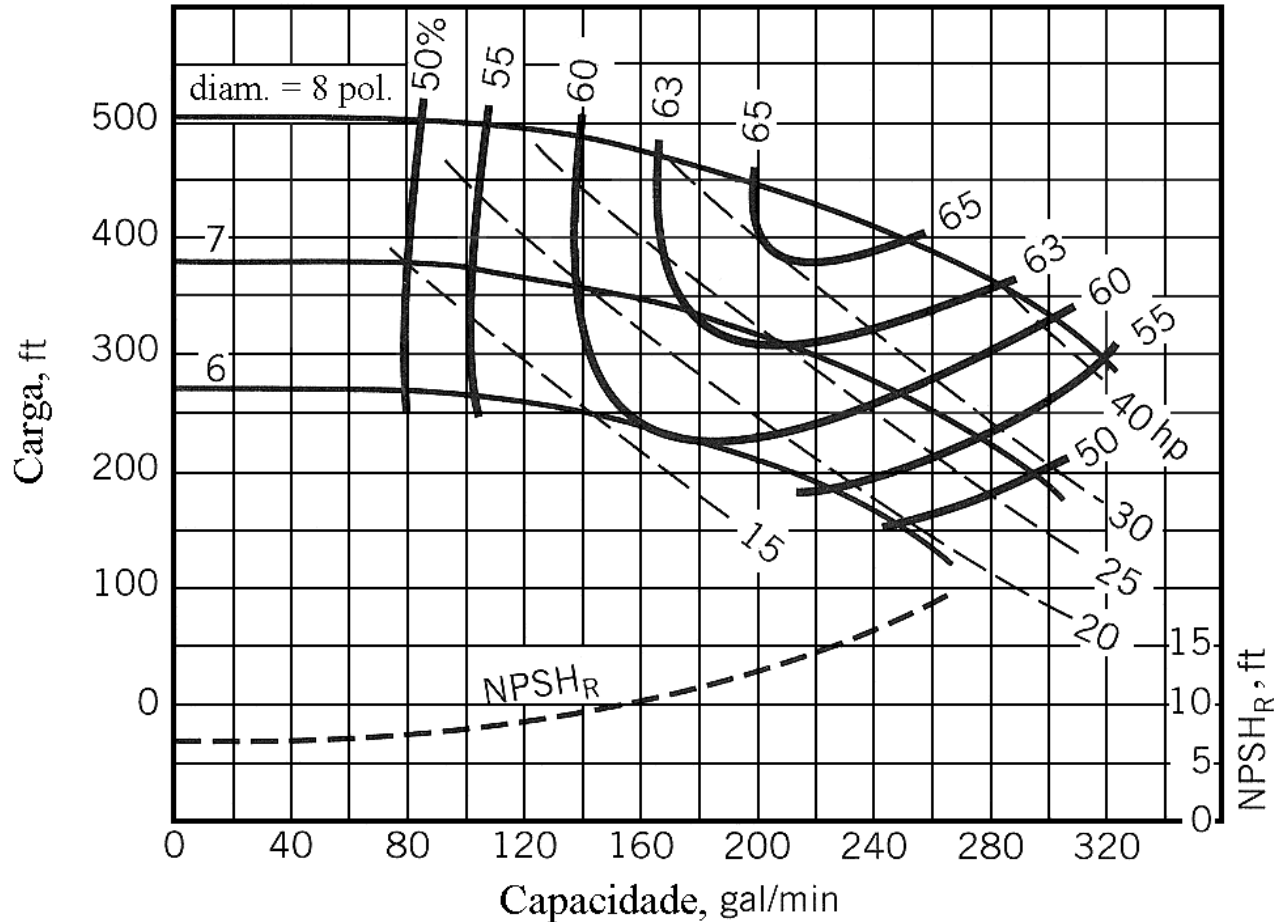


pump efficiency



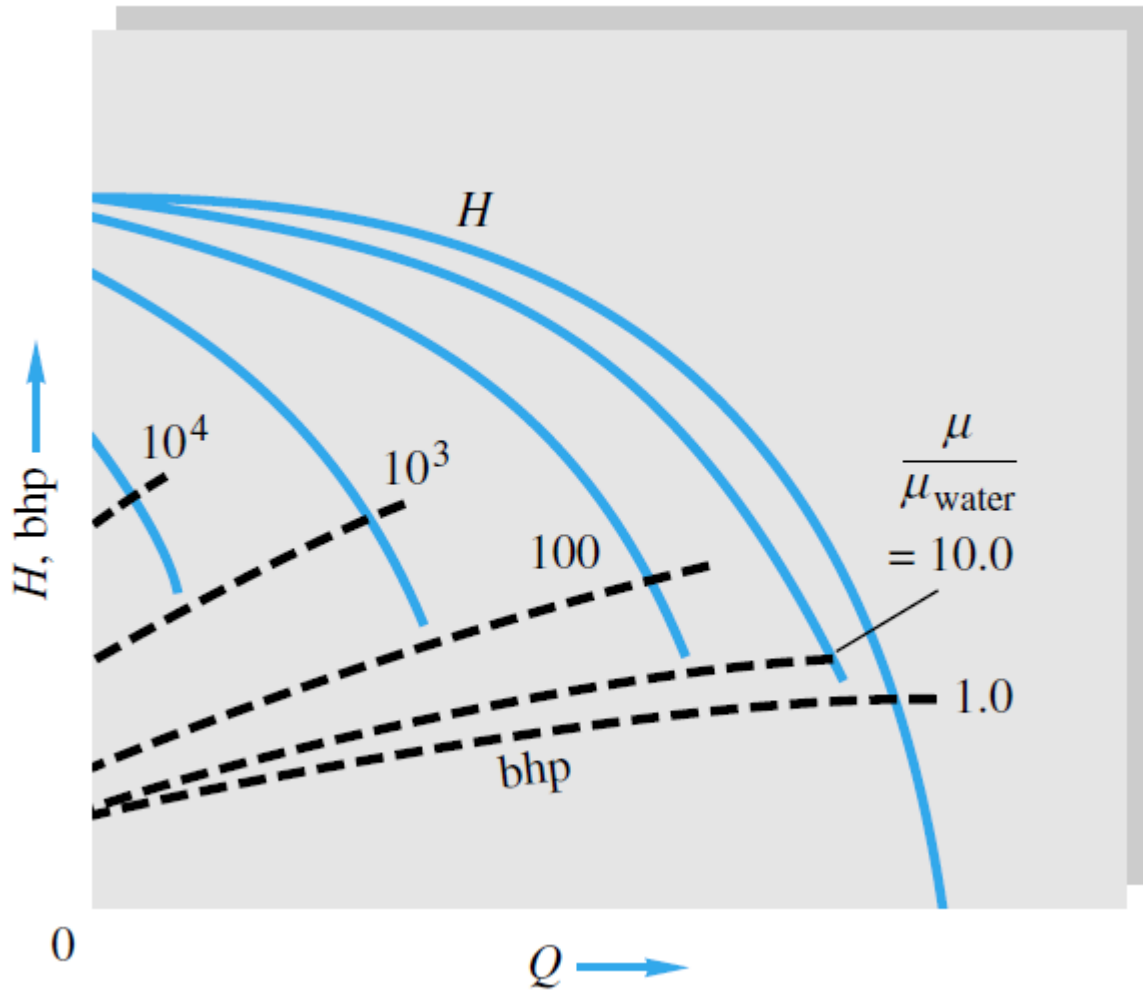
Flow Rate (m^3/s)



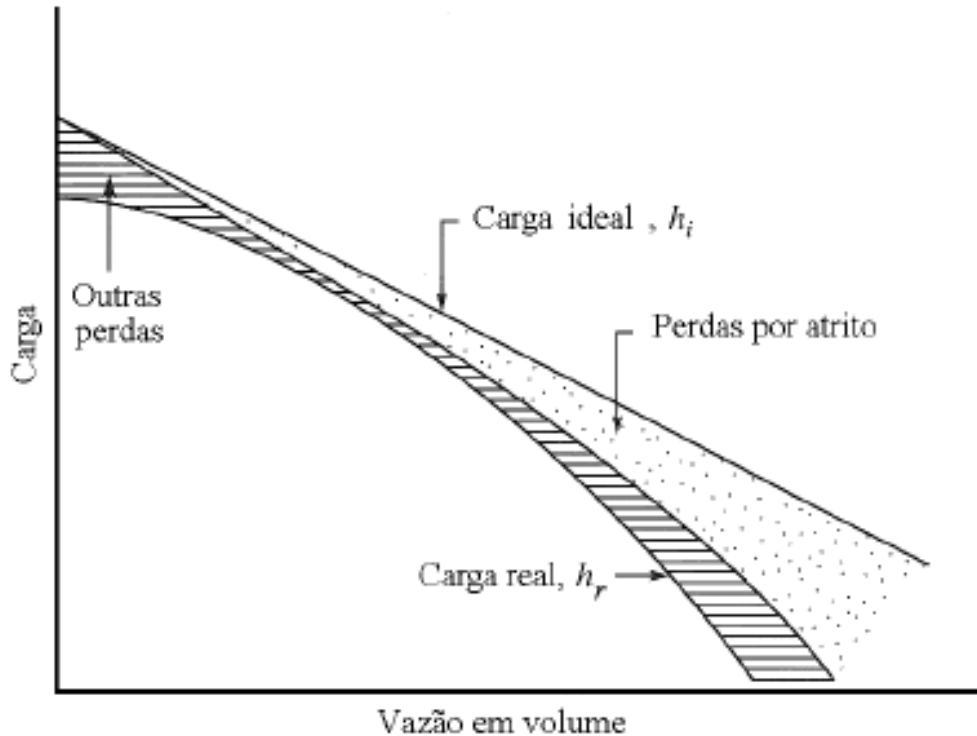


Curvas características de uma bomba centrífuga operando a 3500 rpm.

As três curvas características são referentes a três rotores que apresentam diâmetros externos diferentes.



Efeito da viscosidade no desempenho de uma bomba centrífuga



Efeito das perdas na curva característica de uma bomba em função da vazão.

Carga real < carga ideal

Perdas provocadas por atrito na passagem das pás variam com Q^2

Outras perdas provocadas por: separação do escoamento; vazamento nas folgas entre rotor e carcaça e outros efeitos típicos de escoamentos tridimensionais.

Exercício 02

Uma bomba centrífuga com rotor de diâmetro de 200 mm operando a 1170 rpm tem uma altura de carga de bloqueio $H_0=7,6$ m de água. Para a mesma rotação, a bomba apresenta a sua melhor eficiência com uma vazão volumétrica de $68 \text{ m}^3/\text{h}$ para uma altura de carga de $H=6,7$ m de água. Se esta mesma bomba operar a 1750 rpm, avalie a nova curva de operação.

Exercício 02

Considerando que a curva de operação de uma bomba é dada por:

$$H_{bomba} = H_0 + A\dot{Q}^2$$

Tendo dois pontos da parábola, a saber:

$$7,6 = H_0 + A(0)^2 \Rightarrow H_0 = 7,6$$

$$6,7 = 7,6 + A(68)^2 \Rightarrow A = -1,95 \times 10^{-4}$$

$$H_{bomba} = 7,6 - 1,95 \times 10^{-4} * \dot{Q}^2$$

Exercício 02

Pela teoria da análise dimensional e semelhança:

$$\frac{\dot{Q}_2}{\omega_2 D_2^3} = \frac{\dot{Q}_1}{\omega_1 D_1^3}$$

Como $D_1 = D_2$:

$$\frac{\dot{Q}_2}{\omega_2} = \frac{\dot{Q}_1}{\omega_1} \Rightarrow \dot{Q}_2 = \dot{Q}_1 \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

Para a condição de bloqueio: $\dot{Q}_2 = 0 * \frac{1750}{1170} = 0 \text{ m}^3/\text{h}$

Para a condição de melhor eficiência: $\dot{Q}_2 = 68 * \frac{1750}{1170} = 101,7 \text{ m}^3/\text{h}$

Exercício 02

As alturas de carga da bomba são relacionadas para $D_1=D_2$:

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{\omega_2^2 D_2^2}{\omega_1^2 D_1^2} \Rightarrow \frac{H_2}{H_1} = \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2}$$

Para a condição de bloqueio: $H_2 = 7,6 * \left(\frac{1750}{1170} \right)^2 = 17m$

Para a condição de melhor eficiência: $H_2 = 6,7 * \left(\frac{1750}{1170} \right)^2 = 14,99m$

Exercício 02

Considerando que a curva de operação de uma bomba é dada por:

$$H_{bomba} = H_0 + A\dot{Q}^2$$

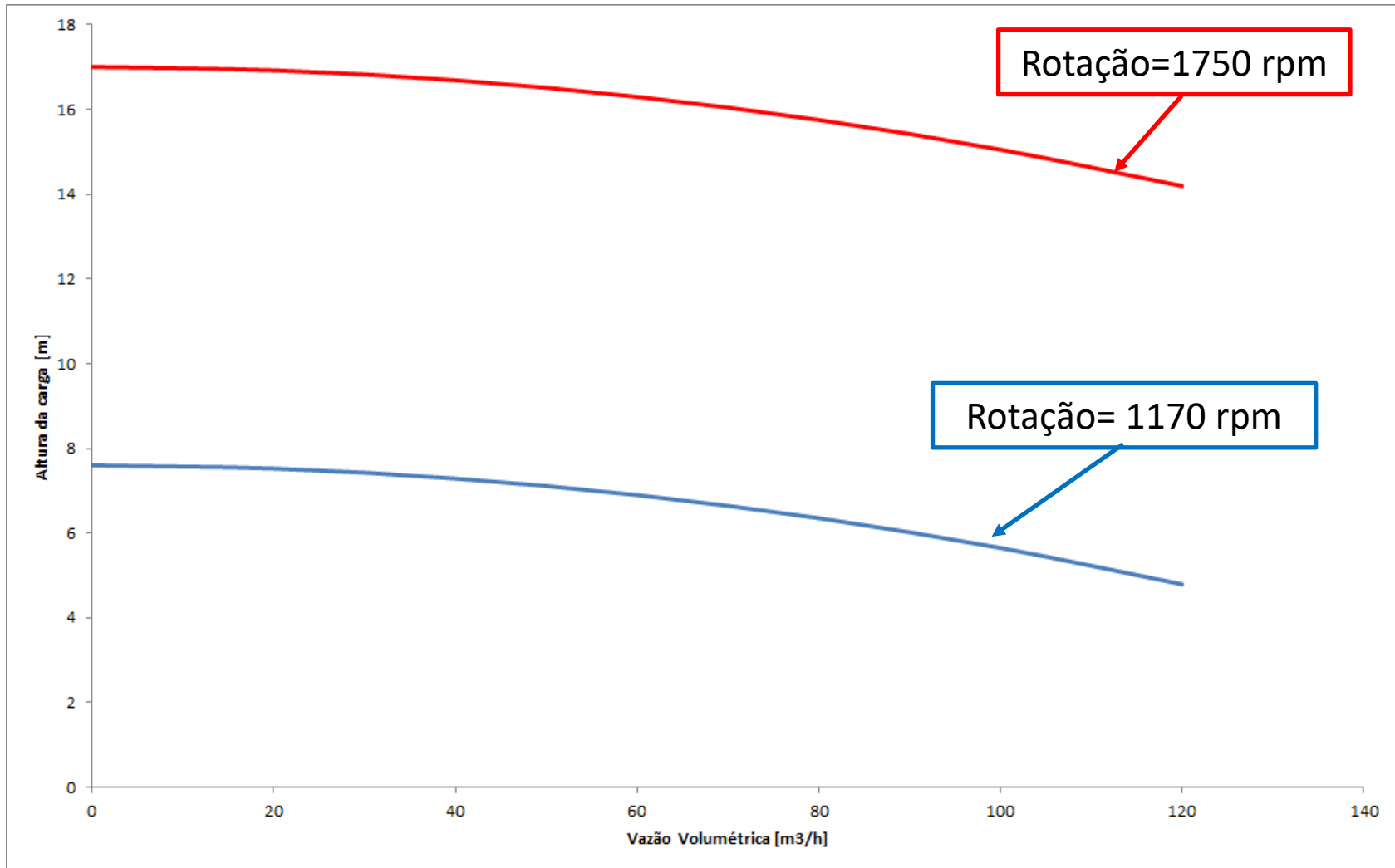
Tendo dois pontos da parábola, a saber:

$$17 = H_0 + A(0)^2 \Rightarrow H_0 = 17$$

$$14,99 = 17 + A(101,7)^2 \Rightarrow A = -1,95 \times 10^{-4}$$

$$H_{bomba} = 17 - 1,95 \times 10^{-4} * \dot{Q}^2$$

Exercício 02



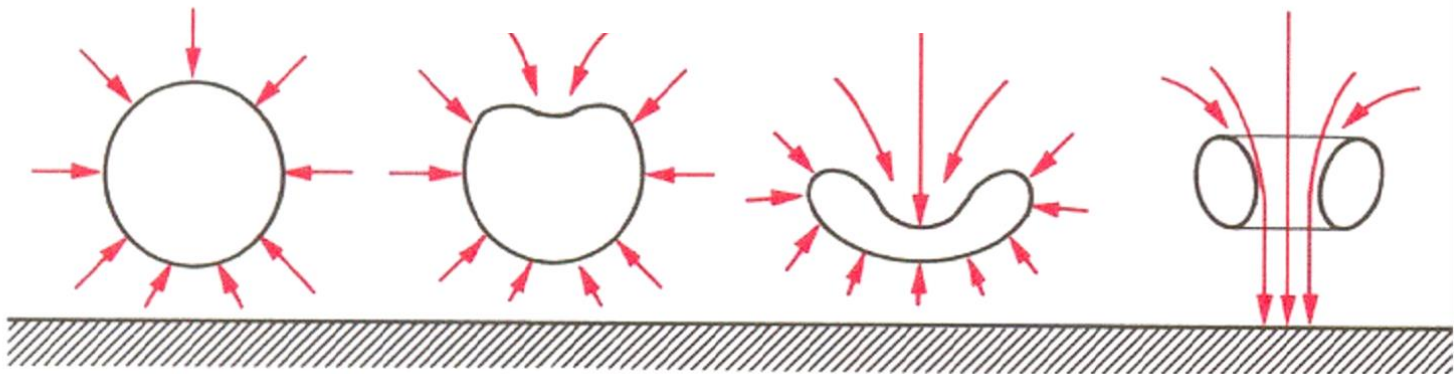
Cavitação

- Cavitação ocorre quando a pressão do líquido cai abaixo de sua pressão de vapor.
- Bolhas de cavitação aparecem em áreas onde a pressão de sucção cai abaixo da pressão de vapor do líquido bombeado.
- As bolhas implodem na área da bomba onde a pressão excede novamente a pressão de vapor.
- A implosão das bolhas causa picos abruptos de pressão local, da ordem de milhares de bar (!) e com isso causam danos à partes das bombas.

Cavitação

Em locais onde as bolhas implodem podem ocorrer dois fenômenos: geração de ondas de choque ou micro jatos.

Se as bolhas implodirem próximas à parede, há o lançamento de um microjato, que atinge a parede, e o componente impactado será estressado e retirados pedaços de metal

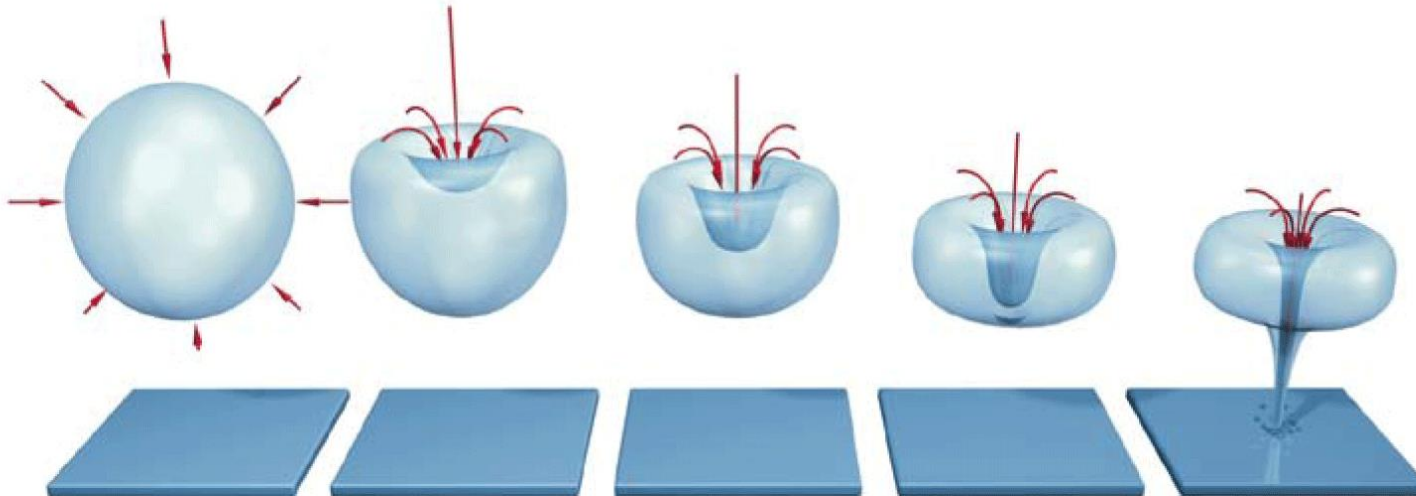


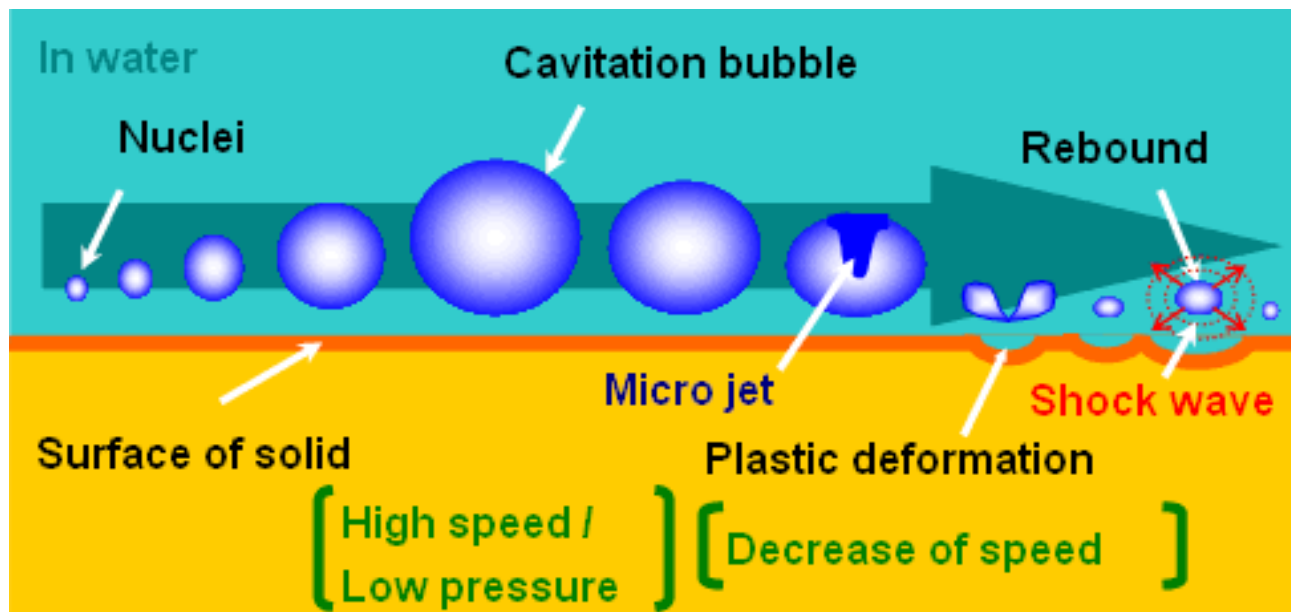
Cavitação

Implosão de bolha



Micro jato





Há vários modelos para explicar a cavitação

Basicamente com a equação de Bernoulli sabemos que com um aumento de velocidade ocorre uma diminuição da pressão, que pode cair a ponto de atingir a pressão de vapor do líquido e, neste ponto o líquido vaporiza, entra em ebulição. Este estado é instável (pois a velocidade pode diminuir e a pressão aumentar, opor exemplo ao passar por uma passagem mais larga). Neste ponto a bolha de vaporização implode e produz ondas de choque e/ou microjatos, que produzem deformação plástica nos metais.

Efeitos de Cavitação em rotores de bombas



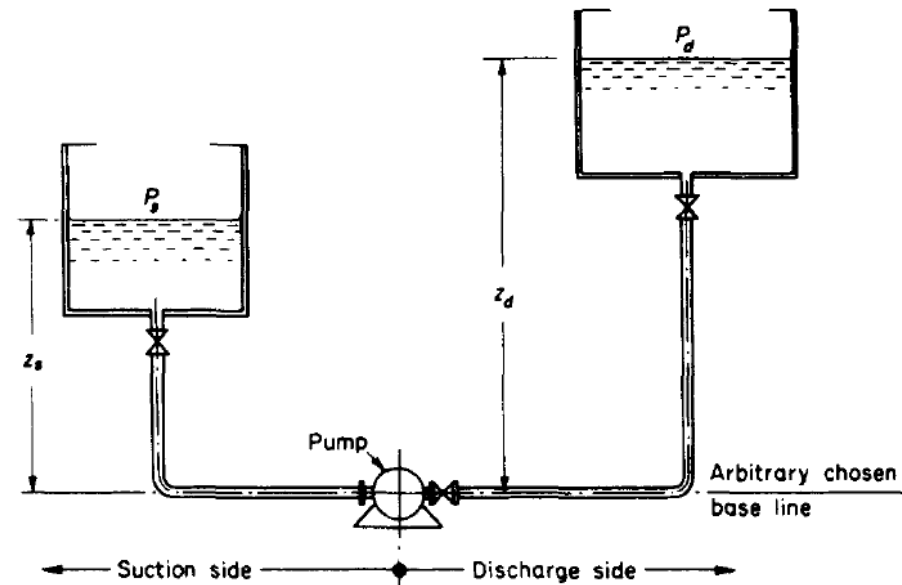
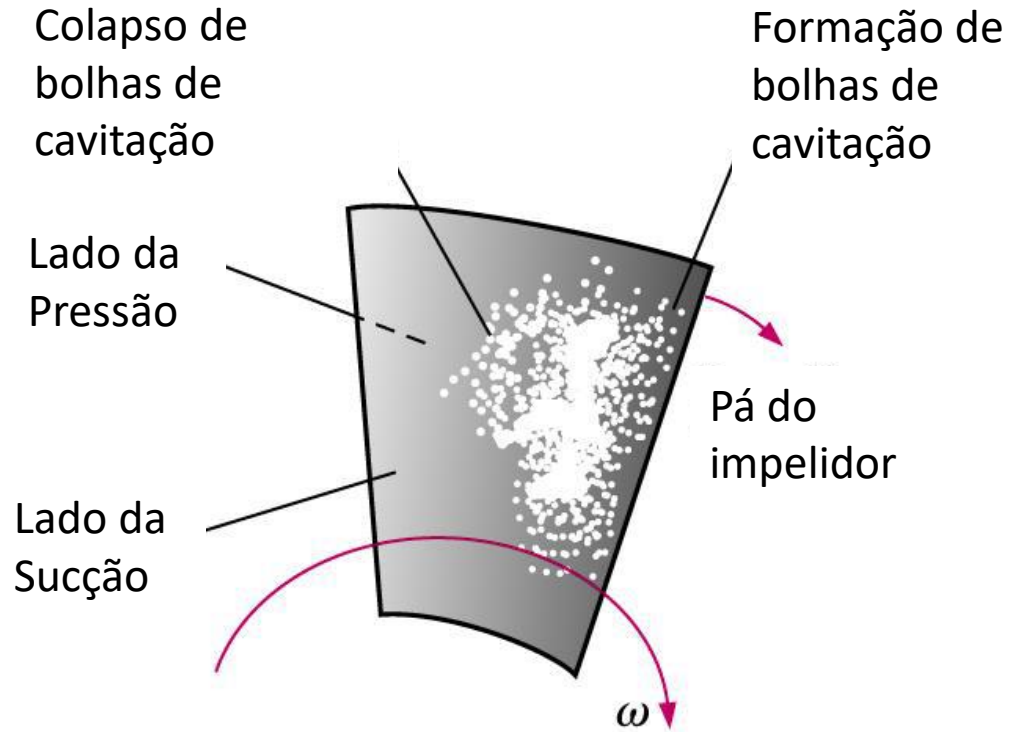
Causas da cavitação

- Altas velocidades no escoamento como restrições de área na tubulação ou partes se movendo rápidas em líquidos, como impelidores de bombas centrífugas, hélices de barcos, etc.
- Aumento na temperatura do líquido bombeado
- Diminuição na pressão de sucção

Cavitação e NPSH

A cavitação deve ser evitada devido aos danos causados pela erosão a partes da bomba e ao ruído

A cavitação ocorre quando a pressão for menor que a pressão de vapor do líquido no local e, como a bomba aumenta a pressão, para prevenir cavitação deve-se assegurar que a carga de sucção é suficientemente grande comparada com a pressão de vapor. Define-se então o NPSH- Net Positive Suction Head



Definição de NPSH:

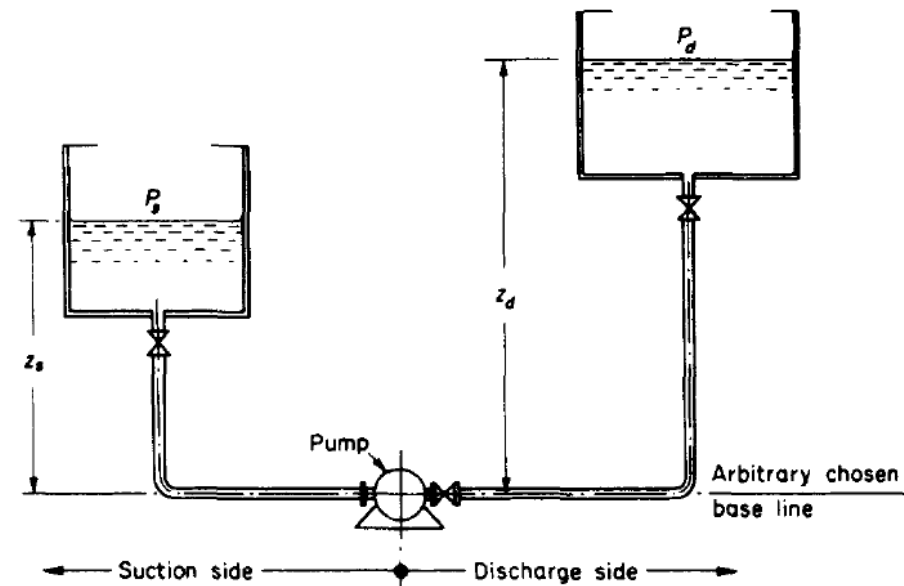
$$NPSH = \frac{p_i}{\gamma} + \frac{V_i^2}{2g} - \frac{p_v}{\gamma}$$

Onde p_i e V_i são as pressões e velocidades na entrada da bomba e p_v é a pressão de vapor do líquido. Dado o lado esquerdo, NPSH, da curva característica da bomba, deve-se assegurar que o lado direito seja igual ou maior no sistema real, para evitar a cavitação.

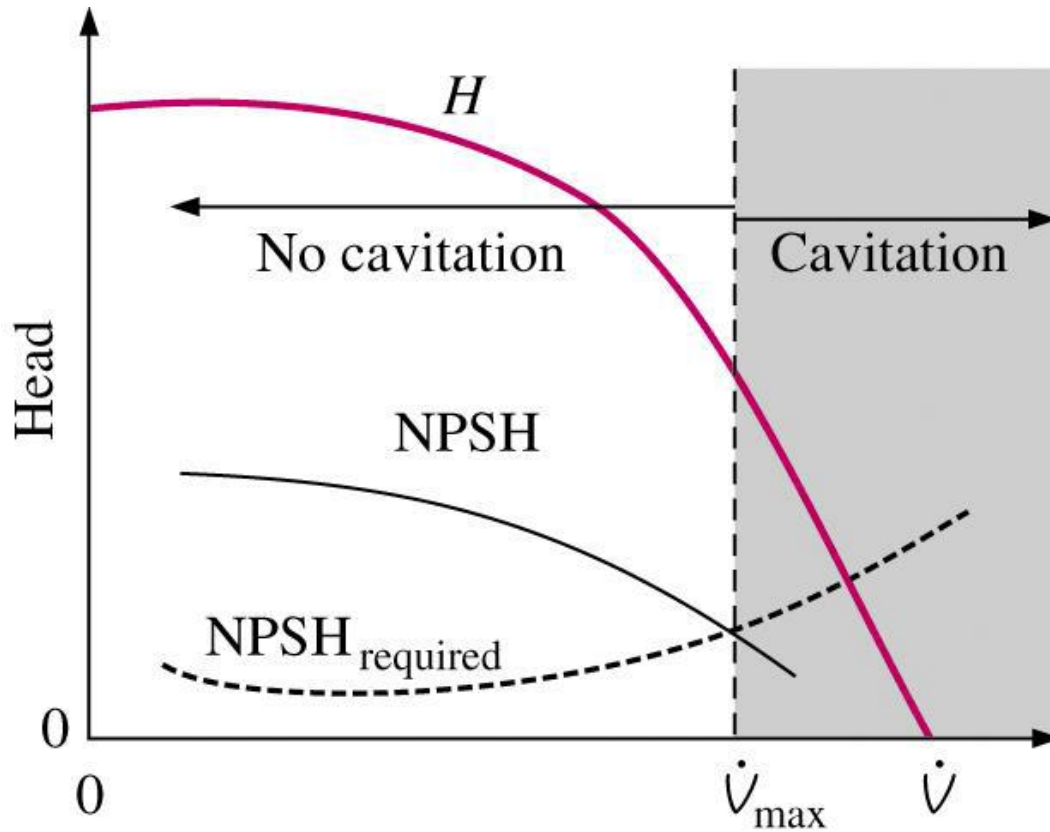
Deve-se usar o conceito de que a carga de sucção é suficientemente grande comparada com a pressão de vapor. No caso da instalação ao lado:

$$NPSH = \frac{p_s}{\gamma} + Z_s - h_t - \frac{p_v}{\gamma}$$

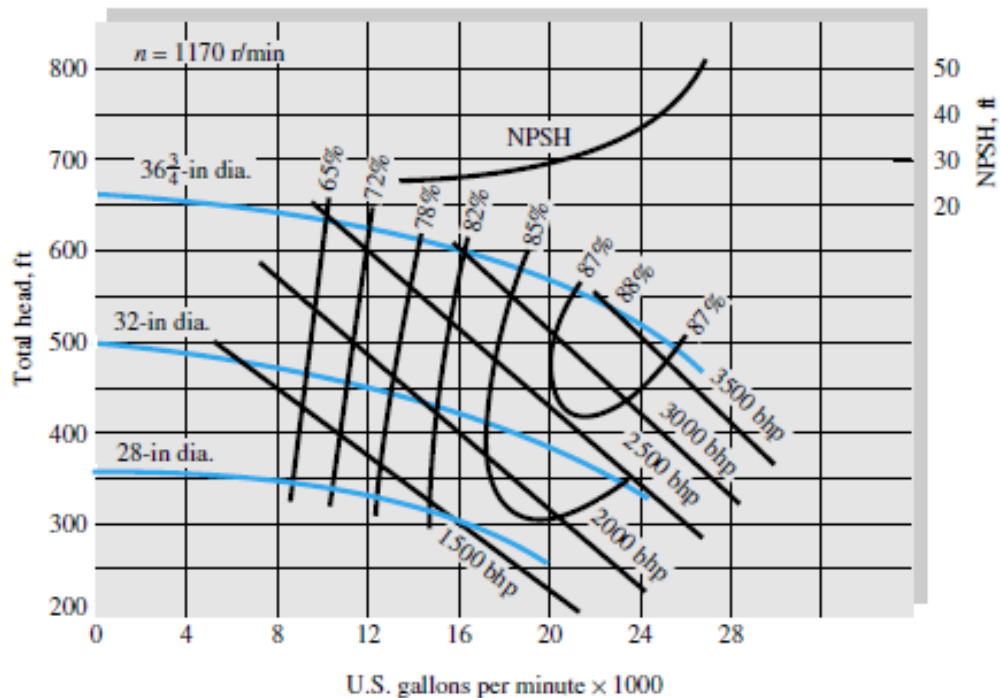
Onde h_t é a perda de carga total no duto de entrada



NPSH requerido



Fabricantes determinam conservadoramente quanto NPSH é necessário para evitar cavitação na bomba, por meio de testes experimentais
O $NPSH_{requerido}$ (NPSHR) é plotado na carta de curvas
Deve-se plotar o NPSH contra o $NPSH_{requerido}$ para verificar a faixa de operação segura da bomba.



No gráfico é mostrado o NPSH, que é a carga requerida na entrada da bomba para impedir o líquido de cavitatar ou evaporar. A entrada da bomba, ou sucção, é o ponto de baixa pressão onde a cavitação irá ocorrer primeiro.

$$NPSH = \frac{p_i}{\gamma} + \frac{V_i^2}{2g} - \frac{p_v}{\gamma}$$

onde p_i e V_i são as pressões e velocidades na entrada da bomba e p_v é a pressão de vapor do líquido. Dado o lado esquerdo, NPSH, da curva característica da bomba, deve-se assegurar que o lado direito seja igual ou maior no sistema real, para evitar a cavitação.

O NPSH é portanto um valor que ajuda estimar se uma bomba está em risco de sofrer cavitação. Há dois valores NPSH que devem ser considerados:

NPSH_R = **R**equerido (para a bomba)

NPSH_d = **D**isponível (dado pelo sistema)

Pode-se adotar, por exemplo:

$$NPSH_R \geq NPSH_d + 0,5m$$

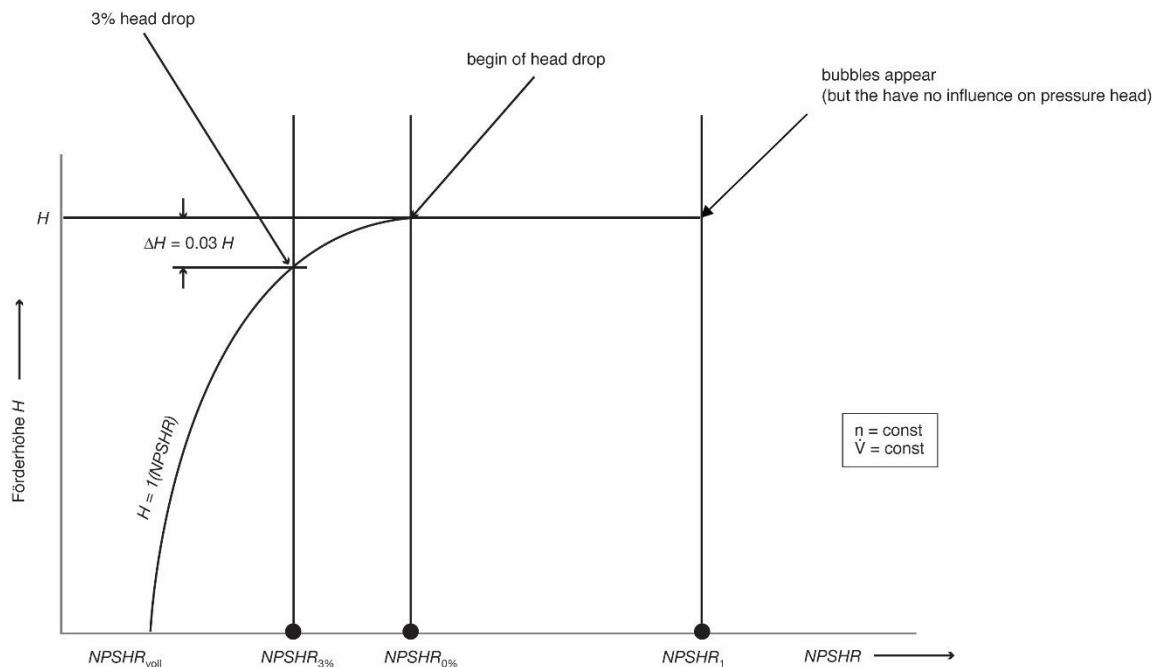
Segurança


Existem outros valores de $NPSH_R$ definidos para bombas:

$NPSH_i$ = ponto de início de visibilidade das bolhas (mas ainda sem influência na carga da bomba)

$NPSH_{1\%}$ = intensidade da cavitação causa perda de carga de 1%

$NPSH_{3\%}$ = intensidade da cavitação causa perda de carga de 3%



$NPSH_i$, $NPSH_{1\%}$, $NPSH_{3\%}$

São determinados por um
**Teste de Desempenho de
Sucção**

Como prevenir danos por cavitação

A seleção do material das partes suscetíveis tem uma grande influência nos danos causados pela cavitação .

Quanto menor o índice, mais resistente ao dano da cavitação é o material.

Material	Índice de Resistência ao Dano
Ferro fundido	1,00
Bronze	0,50
Aço ao cromo	0,20
Alumínio-Bronze	0,10
Aço inox	0,05
Aço inox Duplex	0,02

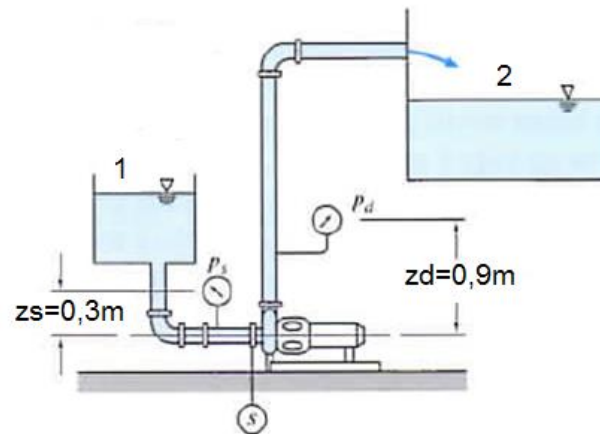
Como prevenir danos por cavitação

Cavitação também pode ser prevenida por:

- Modificação nas partes suscetíveis das bombas (forma e material)
- Aumento na carga piezométrica de sucção (pressão +cota)
- Redução na rugosidade superficial de impelidor/carcaças
- Diminuição na temperatura do fluido
- Manter curvas distantes da entrada da bomba (deformação do perfil de velocidades causa separação e “alimenta” cavitação)
- Filtros de jusante devem ser periodicamente limpos/trocados para evitar estrangulamento do escoamento

Exercício 03

Uma bomba centrífuga Peerless Tipo 4AE11 é testada a 1750 rpm usando o sistema abaixo. O nível de água no reservatório de alimentação está a 1 m acima da linha de centro da bomba; a tubulação de sucção consiste em 1,8 m de tubo de ferro fundido de 125 mm de diâmetro, um cotovelo padrão e uma válvula de gaveta totalmente aberta. Calcule o $NPSH_D$ na entrada da bomba para uma vazão volumétrica de $230 \text{ m}^3/\text{h}$ de água a 30°C . Compare com o $NPSH_R$ da bomba para esta vazão. Avalie o $NPSH_D$ e o $NPSH_R$ para as temperaturas de 30°C e 80°C .



Exercício 03

Aplicando a equação de energia entre a seção 1 e a seção de sucção temos:

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\bar{V}_1^2}{2g} + z_1 \right) - \left(\frac{p_s}{\gamma} + \frac{\bar{V}_s^2}{2g} + z_s \right) = h_L$$

Sendo: $\bar{V}_1 = 0$

$$p_s = p_1 + \rho g (z_1 - z_s) - \frac{1}{2} \rho \bar{V}_s^2 - \rho g h_L$$

Como:

$$h_L = \left(\sum K + \sum f \frac{L_e}{D} + f \frac{L}{D} \right) \frac{1}{2} \rho \bar{V}_s^2$$

Exercício 03

Logo substituindo h_L e dividindo tudo por ρg :

$$H_s = H_1 + (z_1 - z_s) - \left(\sum K + \sum f \frac{L_e}{D} + f \frac{L}{D} + 1 \right) \frac{\bar{V}_s^2}{2g}$$

Para o tubo de diâmetro de 125 mm:

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi * (0,125)^2}{4} = 0,0123 m^2$$

$$\bar{V} = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{230}{0,0123} = 5,19 m/s$$

Exercício 03

Para água a 30°C: $\nu=8,03 \times 10^{-7} \text{m}^2/\text{s}$

$$\text{Re} = \frac{\bar{V}D}{\nu} = \frac{5,19 * 0,125}{8,03 \times 10^{-7}} = 8,08 \times 10^5$$

Para o tubo de ferro fundido: $\varepsilon=0,26 \text{ mm}$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,26}{125} = 0,00208$$

Portanto: $f=0,0237$

Para : Entrada $\rightarrow K=0,5$

Cotovelo $\rightarrow L_e/D=30$

Válvula $\rightarrow L_e/D=8$

Exercício 03

$$\left(\sum K + \sum f \frac{L_e}{D} + f \frac{L}{D} + 1 \right) =$$
$$= 0,5 + 0,0237 * (30 + 8) + 0,0237 \left(\frac{1,8}{0,125} \right) + 1 = 2,74$$

$$H_1 = \frac{p_{atm}}{\rho g} = \frac{1,01325 \times 10^5}{996 * 9,8} = 10,4m$$

$$\frac{\bar{V}_s^2}{2g} = \frac{(4,95)^2}{2 * 9,8} = 1,25m$$

Exercício 03

$$H_s = H_1 + (z_1 - z_s) - \left(\sum K + \sum f \frac{L_e}{D} + f \frac{L}{D} + 1 \right) \frac{\bar{V}_s^2}{2g}$$

$$H_s = 10,4 + 1 - 2,73 * 1,25 = 7,99m$$

Para calcular $NPSH_D$:

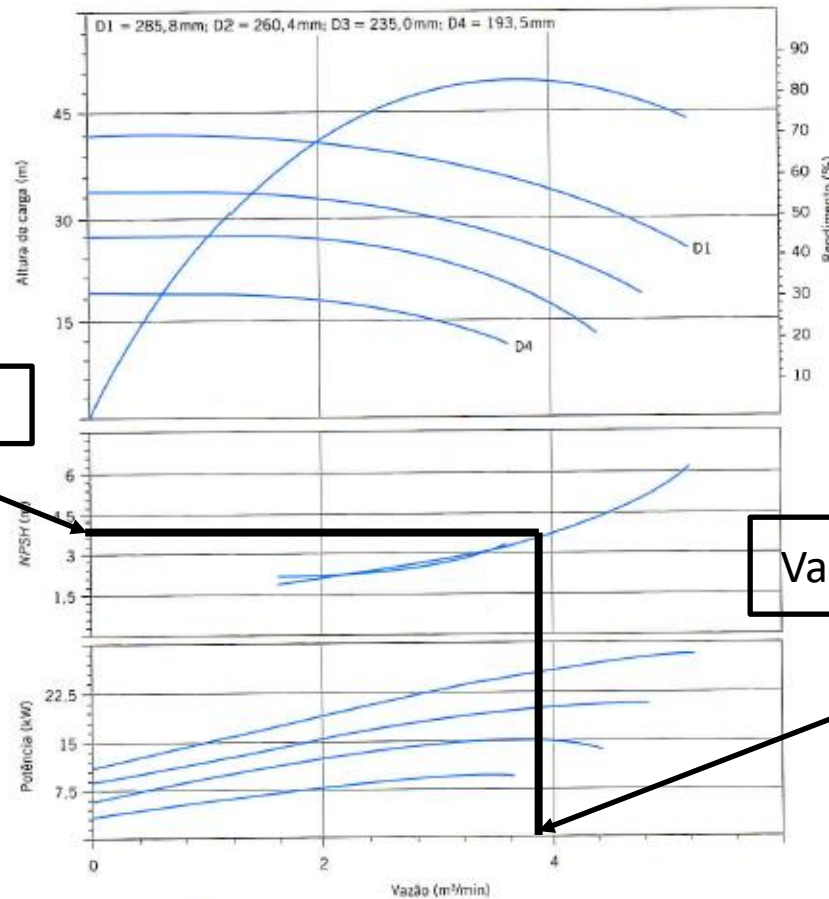
$$NPSH_D = H_s + \frac{\bar{V}_s^2}{2g} - H_v$$

Para 30°C: $p_v = 4,25 \text{ kPa} \rightarrow H_v = 0,44 \text{ m}$

$$NPSH_D = H_s + \frac{\bar{V}_s^2}{2g} - H_v = 7,99 + 1,25 - 0,44 = 8,8m$$

Exercício 03

Curvas típicas da bomba centrífuga Peerless Tipo 4AE11



$NPSH_R = 3,4m$

Vazão = 230 m³/h = 3,83 m³/min

Exercício 03

Para $T=80^{\circ}\text{C}$: $\nu=3,56 \times 10^{-7} \text{m}^2/\text{s}$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi * (0,125)^2}{4} = 0,0123 \text{m}^2$$

$$\bar{V} = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{230}{\frac{3600}{0,0123}} = 5,19 \text{m/s}$$

Para água a 80°C : $\nu=3,56 \times 10^{-7} \text{m}^2/\text{s}$

$$\text{Re} = \frac{\bar{V}D}{\nu} = \frac{5,19 * 0,125}{3,56 \times 10^{-7}} = 1,82 \times 10^6$$

Exercício 03

Para o tubo de ferro fundido: $\varepsilon=0,26$ mm

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,26}{125} = 0,00208$$

Portanto: $f=0,0245$

Para : Entrada $\rightarrow K=0,5$

Cotovelo $\rightarrow L_e/D=30$

Válvula $\rightarrow L_e/D=8$

$$\left(\sum K + \sum f \frac{L_e}{D} + f \frac{L}{D} + 1 \right) =$$

$$= 0,5 + 0,0245 * (30 + 8) + 0,0245 \left(\frac{1,8}{0,125} \right) + 1 = 2,78$$

Exercício 03

$$H_1 = \frac{p_{atm}}{\rho g} = \frac{1,01325 \times 10^5}{996 * 9,8} = 10,4m$$

$$\frac{\bar{V}_s^2}{2g} = \frac{(4,95)^2}{2 * 9,8} = 1,25m$$

$$H_s = H_1 + (z_1 - z_s) - \left(\sum K + \sum f \frac{L_e}{D} + f \frac{L}{D} + 1 \right) \frac{\bar{V}_s^2}{2g}$$

$$H_s = 10,4 + 1 - 2,78 * 1,25 = 7,93m$$

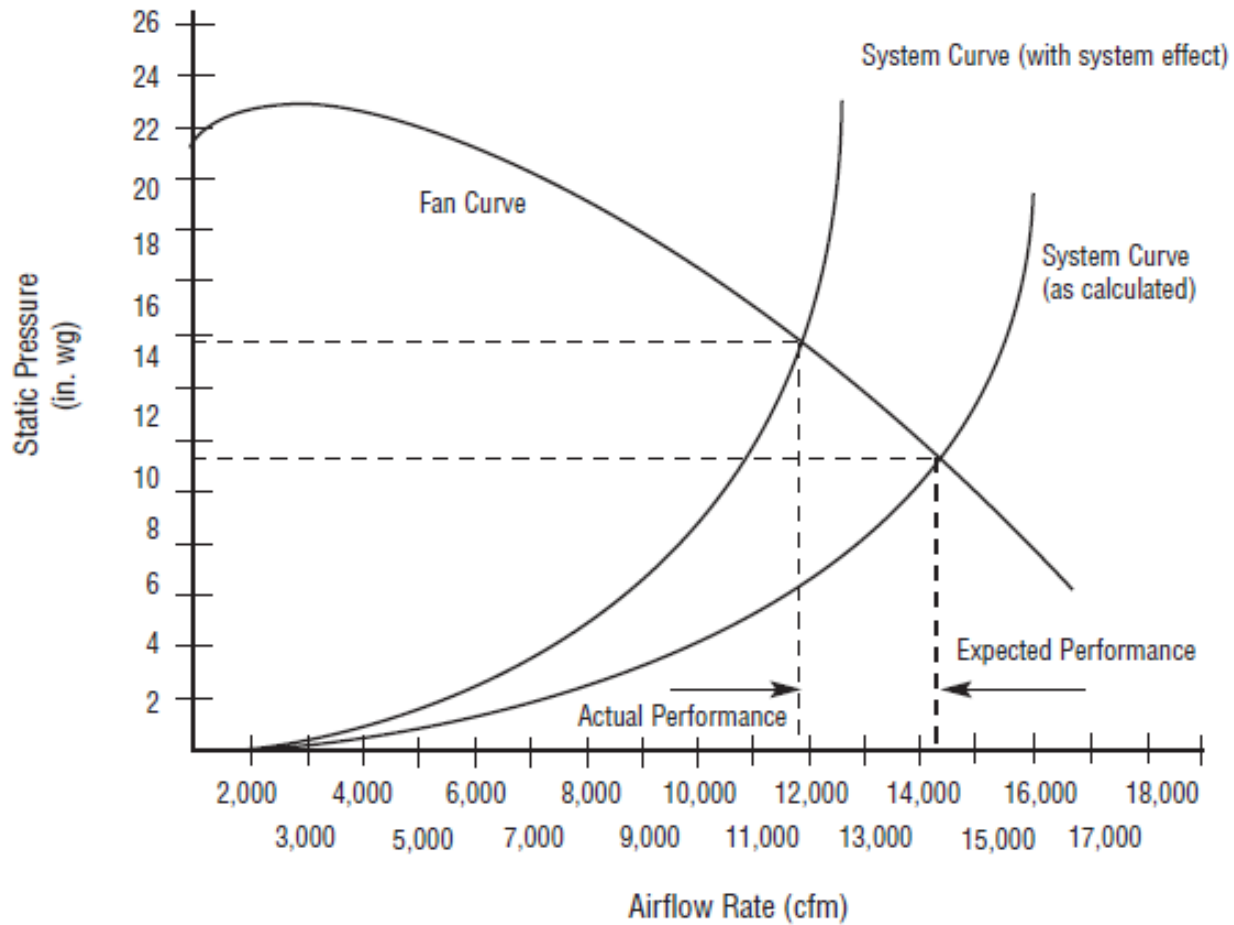
Exercício 03

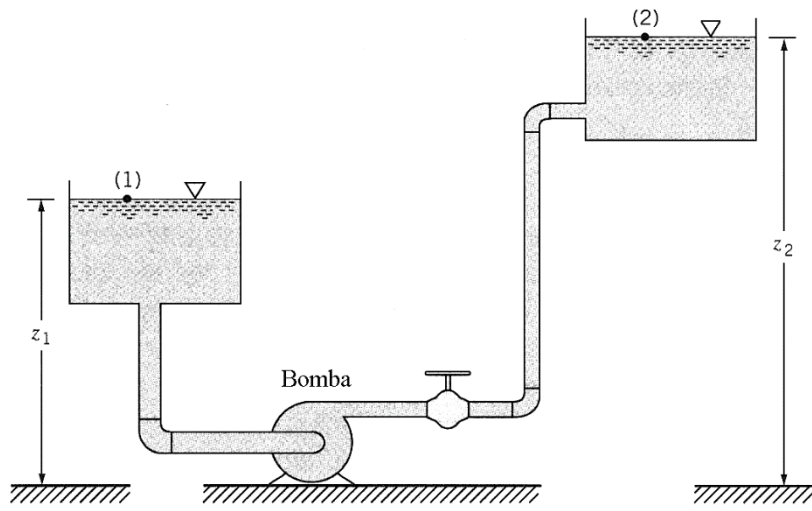
$$NPSH_D = H_s + \frac{\bar{V}_s^2}{2g} - H_v$$

Para 80°C: $p_v = 4,25 \text{ kPa} \rightarrow H_v = 0,49 \text{ m}$

$$NPSH_D = H_s + \frac{\bar{V}_s^2}{2g} - H_v = 7,93 + 1,25 - 0,48 = 8,7 \text{ m}$$

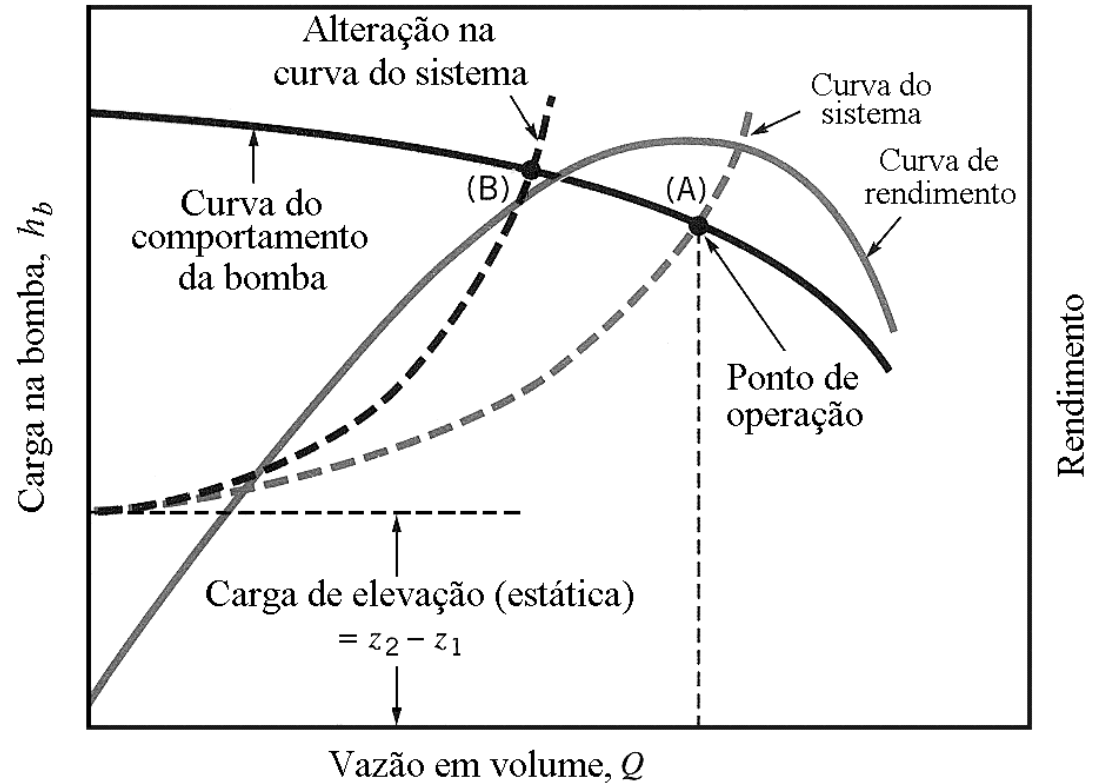
$$NPSH_{D,80^\circ\text{C}} = 8,7 \text{ m} \quad NPSH_{D,30^\circ\text{C}} = 8,8 \text{ m}$$





$$h_b = z_2 - z_1 + \sum h_L$$

$$h_b = z_2 - z_1 + KQ^2$$

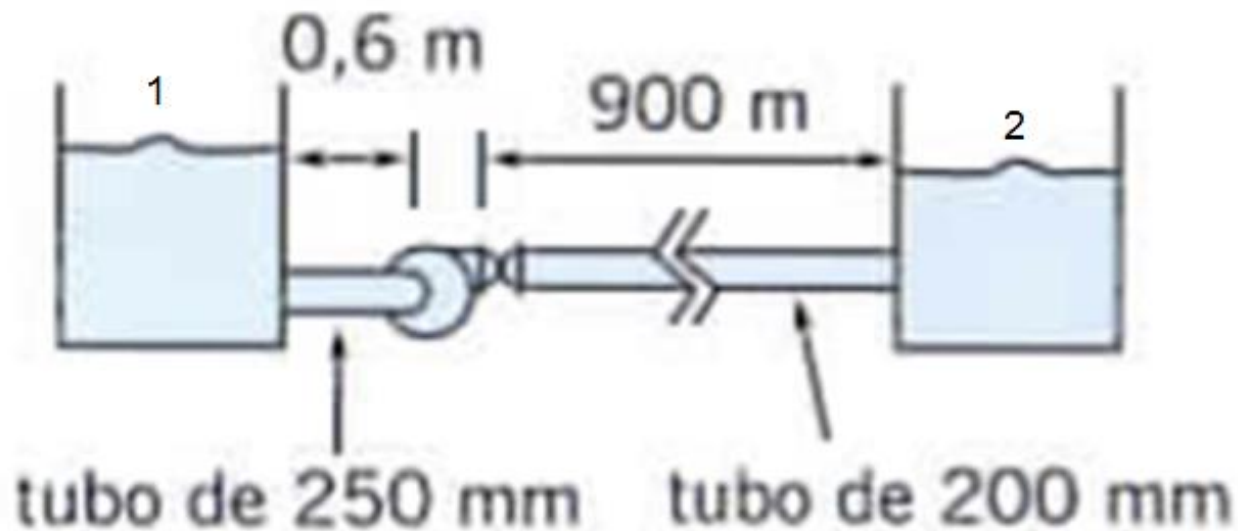


Exercício 4

Uma bomba cuja carga pode ser aproximada por uma parábola dada:

$$h_b = 17 - 1,95 \times 10^{-4} \dot{Q}^2$$

A bomba é usada por meio do sistema da figura. Sabendo que os tubos de ferro fundido, encontre o ponto de operação do sistema.



Exercício 4

Entre as seções 1 e 2 pode-se aplicar a equação de energia :

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\bar{V}_1^2}{2g} + z_1 \right) + h_{bomba} - \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{\bar{V}_2^2}{2g} + z_2 \right) = h_L$$

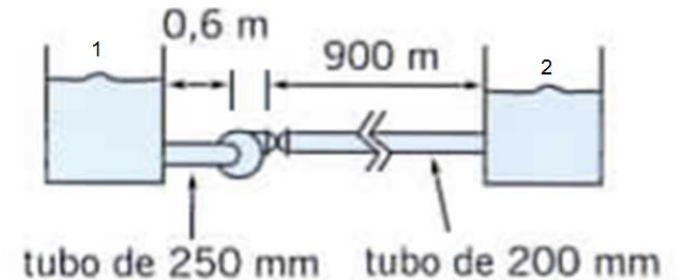
Como: $p_1 = p_2 = p_{atm}$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 = 0$$

$$z_1 = z_2 = 0$$

$$h_{carga} = h_L = h_{L,jusante} + h_{L,mon tante}$$

Exercício 4



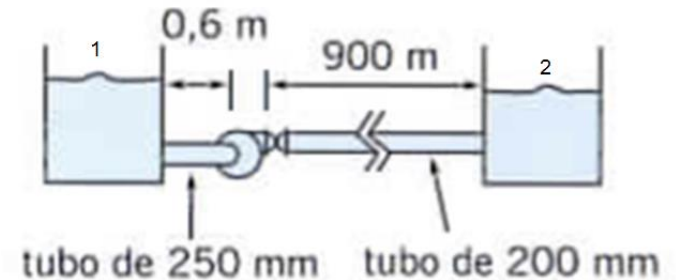
$$h_{L,jusante} = K_{ent} \frac{\bar{V}_1^2}{2} + f_{jusante} \frac{L_{jusante}}{D_{jusante}} \frac{\bar{V}_1^2}{2} = \left(K_{ent} + f_{jusante} \frac{L_{jusante}}{D_{jusante}} \right) \frac{\bar{V}_1^2}{2}$$

$$h_{L,mon tante} = K_{saída} \frac{\bar{V}_2^2}{2} + f_{mon tante} \frac{L_{mon tante}}{D_{mon tante}} \frac{\bar{V}_2^2}{2} = \left(K_{saída} + f_{mon tante} \frac{L_{mon tante}}{D_{mon tante}} \right) \frac{\bar{V}_2^2}{2}$$

Exercício 4

Pela equação da continuidade:

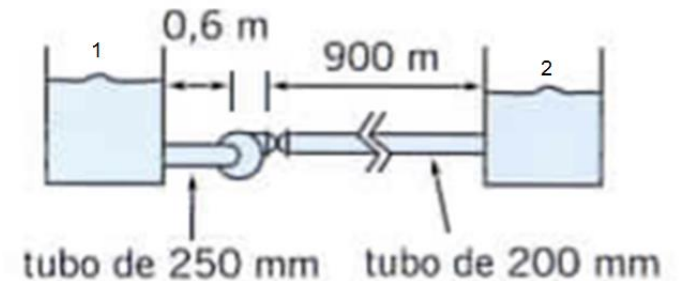
$$\bar{V}_1 A_1 = \bar{V}_2 A_2 \Rightarrow \bar{V}_1 = \bar{V}_2 \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2$$



$$h_{carga} = \left(K_{ent} + f_{jusante} \frac{L_{jusante}}{D_{jusante}} \right) \frac{\bar{V}_2^2}{2} \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^4 + \left(K_{saída} + f_{montante} \frac{L_{montante}}{D_{montante}} \right) \frac{\bar{V}_2^2}{2}$$

$$h_{carga} = \left[\left(K_{ent} + f_{jusante} \frac{L_{jusante}}{D_{jusante}} \right) \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^4 + \left(K_{saída} + f_{montante} \frac{L_{montante}}{D_{montante}} \right) \right] \frac{\bar{V}_2^2}{2}$$

Exercício 4



$$h_{carga} = \left[(0,5 + 0,0234) \left(\frac{200}{250} \right)^4 + (0,6 + 0,0248) \right] \frac{\dot{Q}^2}{2 \left(\frac{\pi (0,2)^2}{4} \right)^2} = 108,62 \dot{Q}^2$$

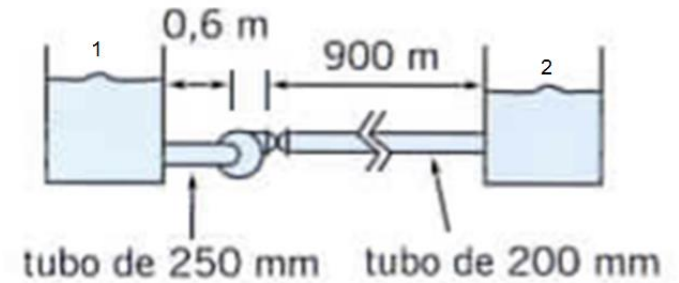
$$h_b = 17 - 1,95 \times 10^{-4} \dot{Q}^2$$

Para definir o ponto de operação do sistema: $h_b = h_{carga}$

Exercício 4

$$h_b = 17 - 1,95 \times 10^{-4} \dot{Q}^2$$

$$h_{carga} = 8,38 \times 10^{-6} \dot{Q}^2$$



$$8,38 \times 10^{-6} \dot{Q}^2 = 17 - 1,95 \times 10^{-4} \dot{Q}^2$$

$$8,38 \times 10^{-6} \dot{Q}^2 = 17 - 1,95 \times 10^{-4} \dot{Q}^2$$

$$\dot{Q}_{operação} = 289,11 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$h_{operação} = 17 - 1,95 \times 10^{-4} * (289,11)^2 = 0,70 \text{ m}$$