

MAT0221 - Cálculo Diferencial e Integral IV -IO

2o. Semestre de 2020 - 6a. Lista de exercícios - Equações Diferenciais Ordinárias de 2a. Ordem

I) Sejam as equações diferenciais de 2a. ordem:

$$A) y'' + 2y' + y = 0, \quad B) 2y'' - 4y' + 8y = 0$$

Analise as seguintes afirmações:

I) as raízes da equação característica de A são reais diferentes e sua solução geral é: $y = C_1e^x + C_2e^{2x}$

II) as raízes da equação característica de B são complexas conjugadas e sua solução geral é: $y = e^x(C_1 \sin(\sqrt{3}x) + C_2 \cos(\sqrt{3}x))$

III) as raízes da equação característica de A são reais iguais e sua solução geral é: $y = C_1e^{-x} + C_2xe^{-x}$

IV) as raízes da equação característica de B são reais iguais e sua solução geral é: $y = C_1e^{-x} + C_2xe^{-x}$

Então são verdadeiras:

a) I) e II) são verdadeiras

b) I) e IV) são verdadeiras

c) III) e IV) são verdadeiras

d) II) e III) são verdadeiras

e) Todas são falsas

II) Sejam as equações diferenciais de 2a. ordem abaixo:

$$A) x^2y'' + xy' - 4y = 0, \quad B) y'' - \frac{x}{x-1}y' + \frac{1}{x-1}y = 0, \quad C) xy'' - (2x+1)y' + (x+1)y = 0$$

Considere as seguintes afirmações:

I) a equação A tem como solução $y_1 = x^2$ e como segunda solução linearmente independente: $y_2 = C_1x^2 + C_2x^{-2}$

II) a equação B tem como solução $y_1 = x$ e como segunda solução linearmente independente: $y_2 = C_1x + C_2e^x$

III) a equação A tem como solução $y_1 = x^2$ e como segunda solução linearmente independente: $y_2 = C_1e^x + C_2x^2$

IV) a equação C tem como solução $y_1 = e^x$ e como segunda solução linearmente independente: $y_2 = C_1e^x + C_2x^2e^x$

Assinale a alternativa correta

Então são verdadeiras:

a) I) e II) são verdadeiras

b) I) e IV) são verdadeiras

c) II) e III) são verdadeiras

d) I), II) e IV) são verdadeiras

e) apenas II) é verdadeira

III) Sejam as equações diferenciais de 2a. ordem:

$$A) xy'' - y' = 3x^2, \quad B) x^2y'' + xy' = 1.$$

Considere as seguintes afirmações:

I) Podemos fazer a mudança $z = y'$ e assim a equação A se transforma numa equação de 1a. ordem linear não-homogênea e assim a solução de A é $y = x^3 + C_1x^2 + C_2$

II) Podemos fazer a mudança $z = y'$ e assim a equação A se transforma numa equação de 1a. ordem de variáveis separáveis e assim a solução de A é $y = x^2 + C_1x^3 + C_2$

III) Podemos fazer a mudança $z = y'$ e assim a equação B se transforma numa equação de 1a. ordem linear não-homogênea e assim a solução de B é $y = \frac{\ln^2|x|}{2} + C_1 \ln|x| + C_2$

IV) Podemos fazer a mudança $z = xy'$ e assim a equação B se transforma numa equação de 1a. ordem linear com coeficientes constantes e assim a solução de B é $y = \frac{\ln^2|x|}{2} + C_1 \ln|x| + C_2$

Assinale a alternativa correta

Então são verdadeiras:

- a) I) e III) são verdadeiras
- b) I) e IV) são verdadeiras
- c) II) e III) são verdadeiras
- d) II) e IV) são verdadeiras
- e) Todas são falsas

IV) Considere as seguintes equações:

$$A) y'' - 2y = 2e^x(\cos x - \sin x), \quad B) y'' + 2y' + y = e^{-x} \ln x$$

Considere as seguintes afirmações:

I) a equação A tem solução particular $y_p = e^x \sin x$ e solução geral é $y = C_1 e^{\sqrt{2}x} + C_2 e^{-x\sqrt{2}} + e^x \sin x$

II) a equação B tem solução particular $y_p = \frac{1}{2}x^2 e^{-x} \ln x - \frac{3}{4}x^2 e^{-x}$ e solução geral é $y = \frac{1}{2}x^2 e^{-x} \ln x - \frac{3}{4}x^2 e^{-x} + C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x}$

III) a equação A tem solução particular $y_p = e^x \cos x$ e solução geral é $y = C_1 e^{\sqrt{2}x} + C_2 e^{-x\sqrt{2}} + e^x \cos x$

IV) a equação B tem solução particular $y_p = \frac{1}{2}x^2 e^{-x} \ln x - \frac{3}{4}x^2 e^{-x}$ e solução geral é $y = \frac{1}{2}x^2 e^{-x} \ln x - \frac{3}{4}x^2 e^{-x} + C_1 e^x + C_2 x e^x$

Assinale a alternativa correta

Então são verdadeiras:

- a) I) e II) são verdadeiras
- b) I) e IV) são verdadeiras
- c) II) e III) são verdadeiras
- d) apenas II) é verdadeira
- e) apenas I) é verdadeira

RESPOSTAS

I) b II) d III) a IV) a