Lógica
Aula 18

Renata Wassermann

renata@ime.usp.br

2020

Exercício 1

Seja $\mathcal{F} = \{d, f, g\}$, onde d é constante, f tem aridade 3 e g tem aridade 2.

Considere o modelo $\mathcal{M}$ dado por:

$$\begin{aligned} &\mathcal{A} = \mathbb{N} \qquad\qquad d^{\mathcal{M}} = 2 \\ &f^{\mathcal{M}}(k, n, m) = k * n + m \\ &g^{\mathcal{M}}(k, n) = k + n * n \end{aligned}$$

e a função de atribuição a em que $a(x) = 5$ e $a(y) = 7$.

Calcule:

(a) $\|f(d, x, d)\|^{\mathcal{M},a}$

(b) $\|f(g(x, d), y, g(d, d))\|^{\mathcal{M},a}$

Exercício 2

Para cada fórmula abaixo, encontre um modelo que não a satisfaz, mas satisfaz as outras duas:

$$\varphi_1 = \forall x P(x, x)$$
$$\varphi_2 = \forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow P(y, x))$$
$$\varphi_3 = \forall x \forall y \forall z (P(x, y) \wedge P(y, z) \rightarrow P(x, z))$$

Relação entre $\vdash$ e $\models$

A dedução natural é **correta e completa** em relação à semântica:

$$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \ldots, \varphi_n \vdash \psi \iff \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \ldots, \varphi_n \models \psi$$

Exercício 3

Mostre que é teorema ou dê um contra-exemplo:

(a) $(\forall x \forall y (S(x,y) \rightarrow S(y,x))) \rightarrow \forall \neg S(x,x)$

(b) $(\forall x((P(x) \rightarrow Q(x)) \wedge (Q(x) \rightarrow P(x)))) \rightarrow ((\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)))$