

SLC0638 - Laboratório de Eletricidade e Magnetismo II

São Carlos

2º. Semestre 2018

PRÁTICAS

1) Instrumentos de Medidas Elétricas I – Voltímetros, Amperímetros e Ohmímetros	1
2) Instrumentos de Medidas Elétricas II – Osciloscópios	21
3) Campo Magnetostático	39
4) Lei da Indução de Faraday	63
5) Circuitos de Corrente Alternada I – Circuitos RC e RL	75
6) Circuitos de Corrente Alternada II – Circuito RLC	97

Prática 1 – Instrumentos de Medidas Elétricas I Voltímetros, Amperímetros e Ohmímetros

Nesta prática vamos estudar os princípios de funcionamento de instrumentos de medidas elétricas, em particular, voltímetros, amperímetros e ohmímetros.

Sempre que surgir uma dúvida quanto à utilização de um instrumento ou componente, o aluno deverá consultar o professor para esclarecimentos.

I. Galvanômetro d'Ansoval

Os primeiros instrumentos para medir correntes elétricas apareceram ainda em 1820, ano em que Öersted, físico dinamarquês, mostrou que elas podem provocar efeitos magnéticos, e eram conhecidos como “galvanômetros de tangente”. Consistia de uma bobina formada por várias voltas de fio, que tinha que ser alinhada para que o campo magnético produzido no seu centro estivesse na direção perpendicular ao campo terrestre. Uma bússola era posicionada no centro da espira. Tem-se então dois campos magnéticos perpendiculares, e a agulha da bússola vai apontar na direção da resultante; a razão entre os dois campos é dada pela tangente do ângulo que a agulha faz com o norte. Sabia-se que o campo magnético produzido é proporcional a corrente; portanto a corrente é proporcional a tangente do ângulo, daí o nome do aparelho.

Décadas mais tarde, em 1882, Jacques Arsène d'Ansoval, biofísico francês, propôs um novo mecanismo, que tinha a vantagem de não depender do campo terrestre e poderia ser usado em qualquer orientação. O galvanômetro d'Ansoval é baseado na deflexão de uma espira móvel devido ao campo magnético de um ímã fixo instalado no aparelho. Outra grande vantagem era a escala linear: o ângulo de deflexão era diretamente proporcional à corrente percorrida. Por esses motivos o galvanômetro d'Ansoval é muito utilizado ainda hoje, e é a base dos voltímetros, amperímetros e ohmímetros analógicos.

A figura 1 mostra, esquematicamente, um galvanômetro de D'Ansonval:

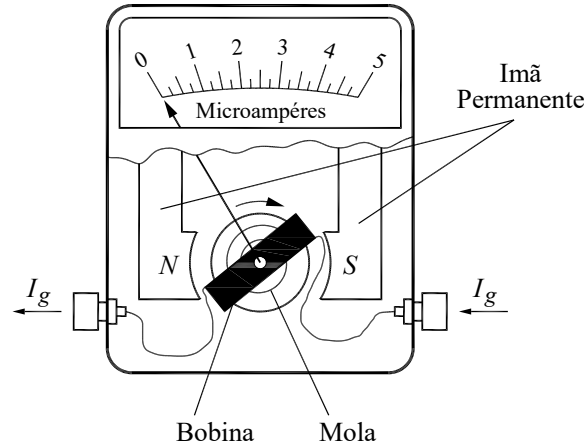


Figura 1 – Desenho esquemático de um galvanômetro.

Quando uma corrente I_G circula na bobina, o campo magnético do ímã permanente produz um torque τ sobre ela, dado por:

$$\tau = CnBI_G \quad (1)$$

Nessa equação, B é o campo devido ao ímã permanente e n é o número de espiras da bobina. A constante C é um fator que depende de como o galvanômetro foi construído. O eixo da bobina é solidário a uma mola espiral; quando a bobina gira de um ângulo θ , a mola produz um torque restaurador oposto ao produzido pelo campo, cujo valor é $K\theta$. Uma posição de equilíbrio é alcançada quando:

$$K\theta = CnBI_G \quad (2)$$

Logo:

$$\theta = \frac{CnB}{K} I_G \quad (3)$$

O ângulo de deflexão é proporcional a corrente que atravessa o galvanômetro. O instrumento é tanto mais sensível quanto menor for a corrente I_G necessária para provocar um dado desvio θ . Assim, os galvanômetros são caracterizados pela corrente necessária para que o ponteiro atinja deflexão máxima, corrente de fundo de escala, I_{Gmax} e por sua resistência interna, R_G .

Conhecendo estes parâmetros poderemos determinar a tensão de fundo de escala V_G , que é a tensão sobre o galvanômetro quando o ponteiro está na deflexão máxima e é simplesmente o produto da corrente de fundo de escala pela resistência interna. Por exemplo, um galvanômetro com corrente de fundo de escala de $50 \mu\text{A}$ e resistência interna de $1 \text{ k}\Omega$ possui tensão de fundo de escala de $V_G = 50 \mu\text{A} \cdot 1 \text{ k}\Omega = 50 \text{ mV}$.

Se uma tensão maior que V_G for aplicada diretamente aos terminais do galvanômetro, a corrente que atravessará a bobina será maior que a corrente de fundo de escala, o que provocará aquecimento excessivo da bobina e conseqüentemente a falência do dispositivo. ***Nunca conecte um galvanômetro em um circuito sem ter certeza que a tensão em seus terminais seja menor que o valor de V_G especificado pelo fabricante.***

II. Vôltímetros

Os vôltímetros analógicos são instrumentos de medida de tensão que utilizam um galvanômetro como sensor. Para poder medir tensões maiores do que a tensão do fundo de escala do galvanômetro é necessário usar um divisor de tensão, que é nada mais que um resistor R'' colocado em série, como na figura 2. Note que, com o resistor R'' , a tensão entre os terminais fica dividida entre o resistor e o galvanômetro, por isso o nome “divisor de tensão”.

Se entre os terminais da figura 2 for aplicada uma tensão V , a corrente através do galvanômetro será dada por:

$$V = (R'' + R_G) I_G \rightarrow I_G = \frac{V}{R'' + R_G} \quad (4)$$

Pela expressão 4 vemos que a corrente que flui através do galvanômetro é proporcional à tensão aplicada nos terminais do vôltímetro. Logo,

conhecendo R'' e R_G é possível determinar a correspondência entre I_G e V (fator de escala, $R_v = R'' + R_G$), ou seja, temos um instrumento cuja deflexão do galvanômetro reflete uma medida de tensão.

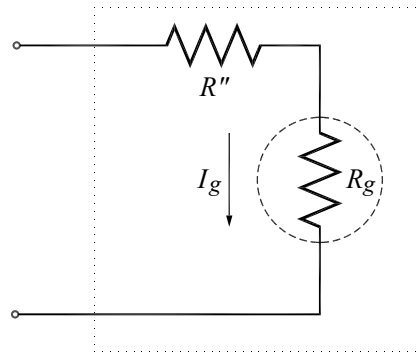


Figura 2 – Circuito elétrico de um voltímetro.

Se a corrente máxima permitida pelo galvanômetro for I_{Gmax} a máxima tensão que poderá ser medida pelo voltímetro (usualmente denominada alcance ou tensão de fundo de escala do voltímetro) será:

$$V_{max} = (R'' + R_G)I_{Gmax} \quad (5)$$

Em outras palavras, podemos escolher a resistência R'' para construir um voltímetro com tensão de fundo de escala V_{max} .

$$R'' = \frac{V_{max}}{I_{Gmax}} - R_G \quad (6)$$

Quando se deseja medir a diferença de potencial em um elemento de um circuito, o voltímetro deve ser conectado **em paralelo** com o mesmo. No entanto, como a resistência interna do voltímetro ($R_v = R'' + R_G$) não é infinita, o voltímetro drena uma parte da corrente que passaria pelo elemento, o que pode afetar as características do circuito. Para minimizar este efeito, a resistência interna do voltímetro deve ser **muito alta** (muito maior do que a do elemento conectado em paralelo), de modo que a corrente drenada pelo mesmo seja desprezível. Da equação 6, vemos que:

$$R_v = R'' + R_G = \frac{V_{\max}}{I_{G\max}} \quad (7)$$

Isso significa que a resistência interna de um voltímetro é diretamente proporcional à tensão de fundo de escala. Usar o voltímetro numa escala maior torna a medida menos precisa (numa situação em que é possível usar uma escala menor), porque a deflexão do ponteiro é menor e mais difícil de ser medida, mas tem a vantagem de maior resistência interna. Os voltímetros analógicos (de ponteiro) costumam indicar a resistência interna por volt de fundo de escala (usualmente expresso em $k\Omega / V$). Vemos também que a relação entre R_v e V_{\max} depende apenas de $I_{G\max}$; para aumentar R_v , é necessário um galvanômetro bastante sensível, com $I_{G\max}$ pequeno.

III. Amperímetros

Os amperímetros são instrumentos de medida de corrente que também utilizam um galvanômetro como sensor. Para permitir a medida de correntes maiores que a corrente de fundo de escala, é necessário usar um divisor de corrente, que é nada mais que uma resistência R' em paralelo (chamada de resistência *Shunt*), como na figura 3. Note que a corrente I que entra é dividida entre a resistência R' e o galvanômetro, por isso o nome “divisor de corrente”.

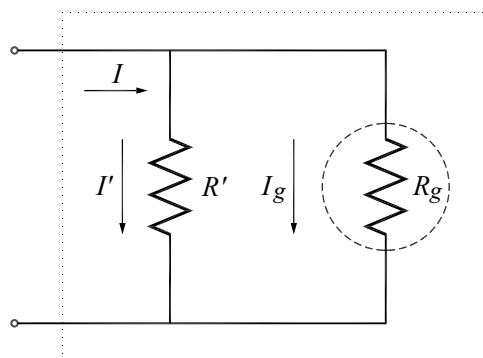


Figura 3 – Circuito elétrico de um amperímetro.

Se uma corrente I circular entre os terminais da figura 3, teremos:

$$I = I_G + I' \quad (8)$$

$$R' I' = R_G I_G \quad (9)$$

Podemos então achar I_G em função de I :

$$I_G = \frac{R'}{R' + R_G} I \quad (10)$$

A corrente que efetivamente passa pelo galvanômetro é uma fração (fixa, f_A) da corrente que atravessa o amperímetro, de modo que podemos associar a corrente do circuito diretamente com a indicação do galvanômetro

conhecendo o fator de escala $f_A = \frac{R'}{R' + R_G}$. A corrente de fundo de escala pode

ser calculada colocando $I_G = I_{Gmax}$:

$$I_{max} = \frac{R' + R_G}{R'} I_{Gmax} \quad (11)$$

Se desejarmos construir um amperímetro para medir correntes de até I_{max} , a resistência R' deve ser:

$$R' = R_G \frac{I_{Gmax}}{I_{max} - I_{Gmax}} \quad (12)$$

O amperímetro deve ser ligado **em série** a um circuito, no ramo em que se deseja medir a corrente. Quando a corrente o atravessa, aparece uma diferença de potencial, que pode afetar o funcionamento do circuito. Para minimizar isso, é preciso que a resistência interna do amperímetro seja **muito baixa** (muito menor do que a resistência total do ramo em que ele está inserido).

O amperímetro consiste de dois resistores em paralelo. Sua resistência interna é:

$$R_a = \frac{R' R_G}{R' + R_G} = \frac{R_G I_{G \max}}{I_{\max}} \quad (13)$$

Mas $R_G \cdot I_{G \max}$ é a tensão de fundo de escala do galvanômetro:

$$R_a = \frac{V_{G \max}}{I_{\max}} \quad (14)$$

Isso significa que a resistência interna de um amperímetro é inversamente proporcional à corrente de fundo de escala. Usar o amperímetro numa escala maior torna a medida menos precisa (numa situação em que é possível usar uma escala menor), mas tem a vantagem de menor resistência interna. Assim como no caso dos voltímetros, é desejável ter um galvanômetro bastante sensível, com $V_{G \max}$ pequeno.

IV. Ohmímetros

Em princípio, a medida da resistência elétrica de um dado elemento pode ser obtida simplesmente pela razão entre a tensão em seus terminais e a corrente que o atravessa. Sendo assim, é natural pensar que um instrumento capaz de medir resistência elétrica seja uma “combinação” de um voltímetro, um amperímetro e uma fonte de tensão para estabelecer a corrente. Como podemos ver na figura 4a, um ohmímetro é constituído destes elementos.

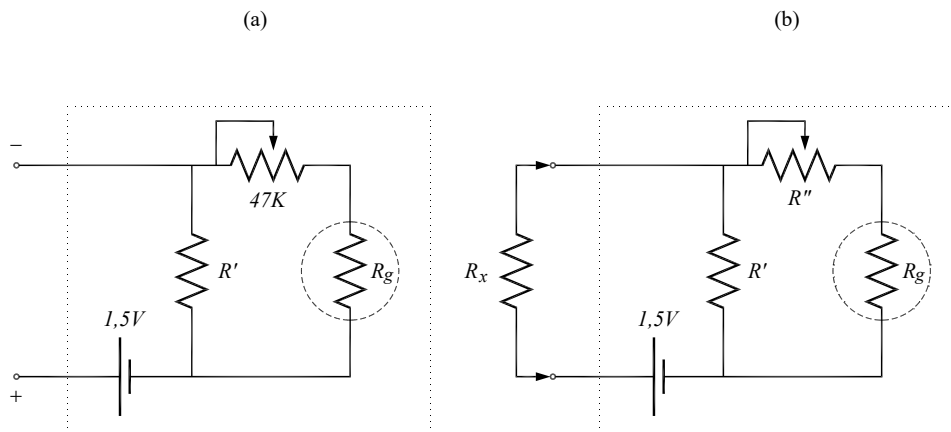


Figura 4 – Circuito elétrico de um ohmímetro.

Para utilizar o circuito acima como ohmímetro é necessário calibrá-lo, o que pode ser feito de modo análogo aos casos anteriores. Se desejarmos medir a resistência de um resistor R_x , devemos conectá-lo ao ohmímetro conforme mostrado na figura 4b. Das leis de Kirchhoff se obtém as seguintes equações:

$$R_x I_x + (R'' + R_G) I_G = V_B \quad (15a)$$

$$(R'' + R_G) I_G = R' (I_x - I_G) \quad (15b)$$

De 15b, é possível isolar I_x e substituir em 15a para achar I_G . O resultado é:

$$I_G = \frac{V_B}{R_G + R''} \frac{1}{1 + \frac{R_x}{R_{1/2}}} \quad (16)$$

Onde $R_{1/2}$ é dado por:

$$R_{1/2} = \frac{R' (R_G + R'')}{R' + R_G + R''} \quad (17)$$

Os dois limites para I_G em função dos valores de R_x são:

$$I_{G\text{máx}} = \frac{V_B}{R_G + R''}, \text{ para } R_x = 0 \quad (18a)$$

$$I_{G\text{min}} = 0, \text{ para } R_x = \infty \quad (18b)$$

Logo, quanto maior for o valor de R_x menor será a corrente no galvanômetro: a escala do ohmímetro é invertida. O parâmetro $R_{1/2}$ é conhecido como *fator de escala do ohmímetro* e, como pode ser verificado na equação 16, corresponde ao valor de R_x para o qual a corrente no galvanômetro é metade de seu valor em curto (quando $R_x = 0$). Portanto, a corrente no galvanômetro e o valor da resistência R_x estão univocamente

relacionados através da equação 16, o que significa que podemos determinar R_x através de uma leitura de I_G .

O valor de R'' deve ser ajustado para que a deflexão do ponteiro do galvanômetro seja máxima quando $R_x = 0$ (terminais do galvanômetro em curto). Isso pode ser feito observando a equação 18a. Por exemplo, se tivermos um galvanômetro com $R_G = 1 \text{ k}\Omega$ e fundo de escala $50 \mu\text{A}$, e usarmos uma pilha de $1,5 \text{ V}$ como V_B , deveríamos usar $R'' = 29 \text{ k}\Omega$. Nos multímetros analógicos comerciais, esse ajuste pode ser feito externamente através de um cursor.

Feito isso, R' pode ser escolhido para determinar o valor de $R_{1/2}$, definindo o fator de escala do ohmímetro. A escolha adequada de $R_{1/2}$ define a precisão do ohmímetro; a medida é mais precisa se $R_{1/2}$ e R_x forem da mesma ordem de grandeza. Isso é fácil de perceber pela equação 16: se $R_x = 10R_{1/2}$, a corrente no galvanômetro é 10% do valor máximo; se $R_x = R_{1/2} / 10$, ela é 90% do valor máximo. É conveniente que a leitura não esteja nem muito próximo do zero nem do valor máximo, e para isso R_x e $R_{1/2}$ devem ser da mesma ordem de grandeza.

V. Utilização de Voltímetros e Amperímetros em Medidas de Corrente Alternada

Até o momento estudamos apenas circuitos de corrente contínua e por isso discutimos a utilização do galvanômetro para medidas de tensões e correntes contínuas. No entanto, os galvanômetros também podem ser utilizados para medir tensões e correntes que variam no tempo, mas neste caso algumas modificações devem ser feitas. Para entender melhor quais são essas modificações, suponha que dispomos de um galvanômetro onde sem a aplicação de tensão em seus terminais o ponteiro aponte para o centro da escala. Se uma tensão positiva for aplicada, o ponteiro se desloca para a direita e se a polaridade for invertida (tensão negativa) o ponteiro se desloca para a esquerda. Este tipo de galvanômetro é denominado de galvanômetro de zero central. Note que o galvanômetro mostrado na figura 1 é de zero lateral

e, portanto, não suporta a aplicação de tensões negativas. No entanto, se construirmos um voltímetro ou um amperímetro utilizando os esquemas mostrados nas figuras 2 e 3, mas utilizando um galvanômetro de zero central, obteremos instrumentos capazes de medir tensões ou correntes positivas e negativas. Supondo que tenhamos construído esses instrumentos (voltímetro e amperímetro de zero central), vamos realizar um experimento hipotético onde aplicamos uma tensão que varia no tempo de forma senoidal, $V(t) = V_0 \text{sen}(\omega t)$, com baixa frequência (1 Hz por exemplo) aos terminais de um resistor ôhmico. Se medirmos a tensão nos terminais do resistor com o voltímetro de zero central, observaremos uma oscilação do ponteiro entre $+V_0$ e $-V_0$ com a frequência de 1 Hz. O mesmo acontecerá com uma medida da corrente que atravessa o resistor, que neste caso oscilará entre $+V_0/R$ e $-V_0/R$. Se mantivermos a amplitude da tensão aplicada no resistor e aumentamos a frequência para 60 Hz, por exemplo, veremos que tanto o voltímetro quanto o amperímetro indicarão tensão e corrente nulos. Isso acontece porque o tempo de resposta mecânica do galvanômetro é muito maior que o período das oscilação imposta pela aplicação da tensão alternada de 60 Hz. Logo, o que o instrumento mede são valores médios de tensão e corrente, os quais são nulos. No entanto, sabemos que em cada instante existe uma tensão aplicada no resistor que impõe a circulação de corrente no mesmo, ou seja, existe energia (ou potência) sendo dissipada no resistor ($P(t) = V(t) \times I(t)$). Deste modo, para quantificar a potência elétrica dissipada em um resistor percorrido por uma corrente alternada, medidas de valores médios de tensão e corrente não são adequadas, pois $\overline{P(t)} = \overline{V(t) \times I(t)} \neq \overline{V(t)} \times \overline{I(t)}$. A pergunta então é: Quais são as grandezas médias associadas a medidas de tensão ou corrente que podem ser diretamente relacionadas com a potência média dissipada no resistor? Para responder essa questão consideremos que:

$$\overline{P(t)} = \overline{V(t) \times I(t)} = \frac{\overline{V^2(t)}}{R} = R \times \overline{I^2(t)} \quad (19)$$

Ou seja, medidas de $\overline{V^2(t)}$ ou $\overline{I^2(t)}$ seriam adequadas aos nossos propósitos, já que se referem à média de valores positivos e, portanto, são diferentes de zero.

Vamos considerar agora tensões e corrente contínuas V_{DC} e I_{DC} que produzam a mesma potência média dissipada no resistor que o caso de corrente alternada anterior. Temos então que:

$$P_{DC} = \overline{P(t)} \rightarrow \frac{V_{DC}^2}{R} = \frac{\overline{V^2(t)}}{R} \quad \text{e} \quad R \times I_{DC}^2 = R \times \overline{I^2(t)} \quad (20)$$

Ou seja:

$$V_{DC} = \sqrt{\overline{V^2(t)}} \quad \text{e} \quad I_{DC} = \sqrt{\overline{I^2(t)}} \quad (21)$$

Portanto, os valores de tensão e corrente V_{DC} e I_{DC} são os valores equivalentes em corrente contínua que levam à mesma potência média dissipada que $V(t)$ e $I(t)$ em corrente alternada. Por isso são usualmente denominados de valores eficazes de tensão e corrente. Note ainda que os valores eficazes são as raízes quadradas dos valores médios quadráticos, e por isso são também referidos como valores RMS (do inglês *Root Mean Square*). Assim, para tensões e correntes senoidais, os valores RMS são:

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \{V_0 \text{sen}(\omega t)\}^2 dt} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \quad ; \quad I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \{I_0 \text{sen}(\omega t)\}^2 dt} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad (22)$$

Logo, os valores V_{RMS} e I_{RMS} são medidas de tensão e corrente adequadas em circuitos de corrente alternada, pois o seu produto expressa a potência média dissipada no circuito. Resta agora saber como esses valores podem ser obtidos utilizando os galvanômetros que estudamos até o momento. Como os galvanômetros são capazes de medir corrente contínua, o que precisamos é de um circuito que transforme tensão e corrente alternados em tensão e corrente contínua equivalente (mesma potência). Isso pode ser conseguido através um circuito eletrônico denominado retificador. Assim, os

voltímetros e amperímetros para corrente alternada possuem um circuito retificador capaz de transformar a tensão e corrente alternada em uma tensão e corrente contínuas equivalentes (que dissipem a mesma potência no circuito do voltímetro), mas que provocam uma deflexão no galvanômetro. Note que isso é exatamente a definição dos valores RMS e, portanto, as indicações dos voltímetros e amperímetros projetados para medir sinais que variam no tempo são exatamente os valores V_{RMS} e I_{RMS} .

Experimentos

1. Caracterização do galvanômetro

a) Utilizaremos um galvanômetro Minipa de fundo de escala $50 \mu\text{A}$. Meça a resistência interna com um ohmímetro digital.

b) Utilizando o ohmímetro digital, ajuste o reostato disponível na sua bancada para seu valor máximo.

c) Monte o circuito, como mostrado na figura 5a. Utilize um galvanômetro Minipa de fundo de escala $50 \mu\text{A}$ e uma pilha de $1,5 \text{ V}$ como fonte de tensão. **Antes de ligar a fonte, confira a ligação do reostato para garantir que o mesmo está ajustado para seu valor máximo, de modo que a corrente que circula no galvanômetro seja mínima.**

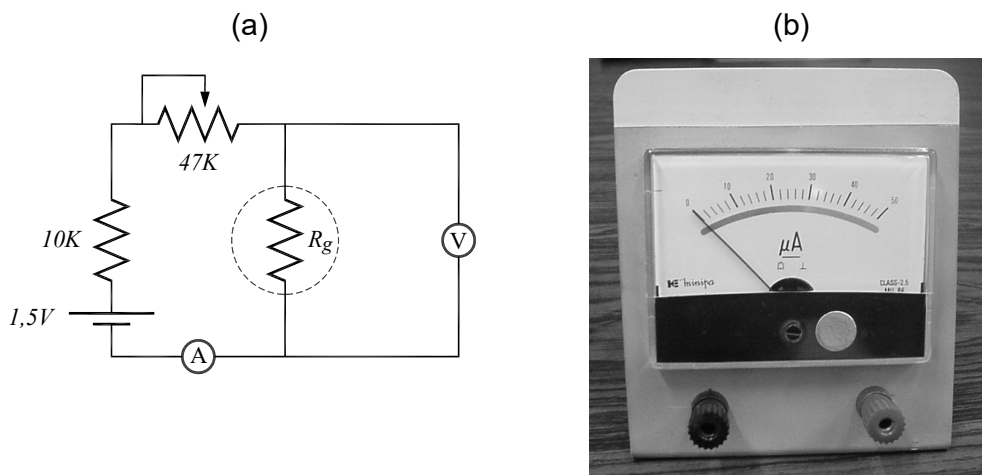


Figura 5 – (a) Circuito para caracterização do galvanômetro; (b) Galvanômetro da marca Minipa.

d) Ajuste R para que se obtenha uma corrente de fundo de escala ($50 \mu\text{A}$). Nesta condição meça a tensão de fundo de escala do galvanômetro, V_{Gmax} , usando o multímetro digital. Calcule a resistência do galvanômetro, R_G , e compare com o valor encontrado anteriormente.

Caracterização do galvanômetro

R_G	V_{Gmax}	$R_G = V_{Gmax} / I_{Gmax}$

2. Adaptação do galvanômetro para funcionar como voltímetro

a) Utilizando o valor de R_G , calcule o valor da resistência R' que deve ser adicionada em série ao galvanômetro para transformá-lo em um voltímetro com fundo de escala de 5 V, como mostrado na figura 6. Calcule as características deste voltímetro (fundo de escala e resistência interna). Monte este voltímetro e conecte dois cabos em seus terminais para realização das medidas.

b) Para verificar experimentalmente o fundo de escala e a linearidade do voltímetro construído é necessário correlacionar a leitura obtida com o mesmo com a medida feita com um voltímetro padrão. Neste caso, utilize um dos voltímetros digitais que estão sob sua bancada. Deste modo, ajuste a fonte de tensão para 1 V e meça a tensão nos terminais da mesma com o voltímetro digital e com o voltímetro construído. Repita este procedimento para 2, 3, 4, e 5 V, preenchendo a tabela abaixo. Verifique a linearidade e determine o fator de escala (experimental) desse instrumento fazendo um gráfico da corrente I_G como função da leitura do voltímetro digital, e compare com o valor calculado.

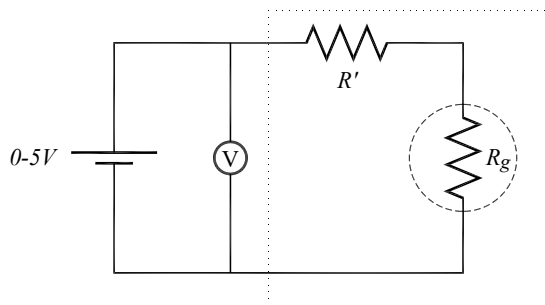


Figura 6 – Circuito para calibração do voltímetro construído.

Calibração de um vôlômetro com fundo de escala de 5V

I_G	Leitura de Tensão no vôlômetro construído	Leitura de tensão no vôlômetro padrão
$R'' =$	R_V calculado =	R_V medido = (do gráfico)

3. Medidas de tensão com o vôlômetro construído.

a) Monte o divisor de tensão mostrado na figura 7 utilizando $R = 1 \text{ k}\Omega$. Calcule a tensão esperada entre os terminais A e B, para uma tensão de alimentação de 5 V.

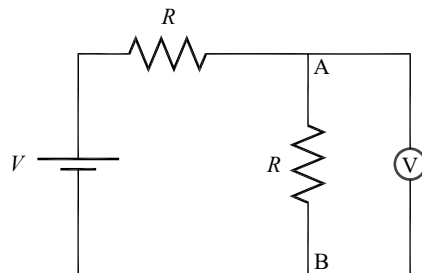


Figura 7 – Circuito para monitorar o efeito da resistência interna do vôlômetro

b) Ajuste a saída da fonte para 5 V. Meça a tensão entre os pontos A e B usando o vôlômetro que você construiu no experimento 2. Repita a medida usando o vôlômetro digital com a escala apropriada.

c) Para o mesmo circuito da figura 7, calcule a tensão esperada entre os terminais A e B se $R = 100 \text{ k}\Omega$.

d) Repita as medidas do item b usando $R = 100 \text{ k}\Omega$. Compare as medidas realizadas com os dois valores de R e justifique as diferenças observadas.

e) Considerando a resistência interna do vôlômetro construído, determine a expressão exata para o valor da tensão entre os pontos A e B. Determine as

tensões corrigidas em cada escala e compare com o valor medido pelo voltímetro digital.

Efeito da resistência interna na medida de tensão.

	$R = 1\text{k}\Omega$	$R = 100\text{ k}\Omega$
Leitura do voltímetro digital		
Leitura do voltímetro construído		
Leitura corrigida		

4. Adaptação de um galvanômetro para funcionar como amperímetro

a) Calcule a resistência R' que deve ser colocada em paralelo ao galvanômetro para transformá-lo em um amperímetro com fundo de escala de 5 mA. Determine as características deste amperímetro (fundo de escala e resistência interna). Monte este amperímetro esquematizado na figura 8a.

b) Para verificar experimentalmente o fundo de escala e a linearidade do amperímetro construído é necessário correlacionar a leitura obtida como o mesmo com a medida feita com um amperímetro padrão. Monte o circuito mostrado na figura 8b. Variando a tensão da fonte, aumente gradativamente a corrente do circuito e faça a leitura da mesma com o amperímetro construído e com o amperímetro digital. Realize um conjunto de medidas (pelo menos 5) da indicação do galvanômetro, I_G , e da leitura do amperímetro digital. Verifique a linearidade e determine o fator de escala (experimental) desse instrumento fazendo um gráfico da leitura do amperímetro digital como função da leitura da corrente I_G , e compare com o valor calculado.

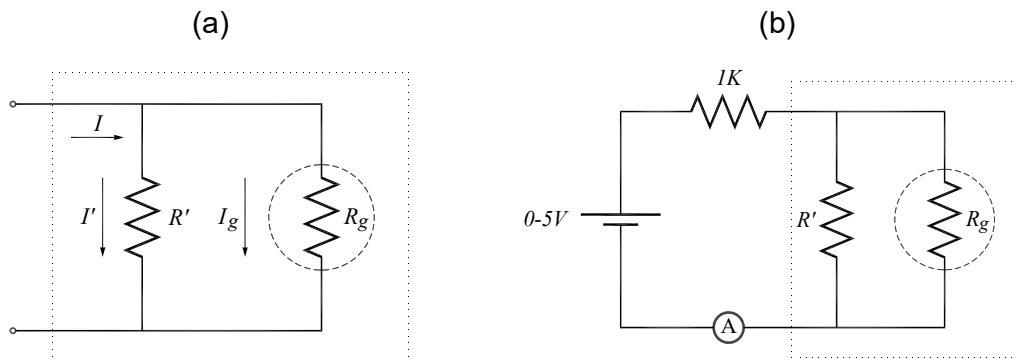


Figura 8 – (a) Circuito do amperímetro. (b) Circuito para calibração de um amperímetro com fundo de escala de 5mA.

Calibração de um amperímetro com fundo de escala de 5mA

I_G	Corrente medida no amperímetro construído	Corrente medida no amperímetro padrão
$R' =$	f_A (calculado) =	f_A (medido) = (do gráfico)

5. Adaptação de um galvanômetro para funcionar como ohmímetro

a) O circuito mostrado na figura 9a representa o diagrama de um ohmímetro básico. Utilizando as especificações do galvanômetro disponível e considerando uma bateria de 1,5V, calcule o valor de R'' para se obter deflexão máxima no galvanômetro quando os terminais do ohmímetro estiverem em curto-circuito. **Ajuste o reostato disponível na bancada para o valor calculado.** Calcule o valor de R' para obter um ohmímetro apropriado para medir resistências na faixa entre 10Ω e $1k\Omega$. Monte o circuito mostrado na figura 9a.

b) Faça o ajuste fino de R'' para que a deflexão seja máxima quando os terminais do ohmímetro estiverem em curto.

c) Faça uma medida do valor das resistências disponíveis na sua bancada utilizando o ohmímetro construído utilizando o resistor R' (escala do ohmímetro) calculado em (a). Realize as mesmas medidas com o ohmímetro digital e compare os resultados.

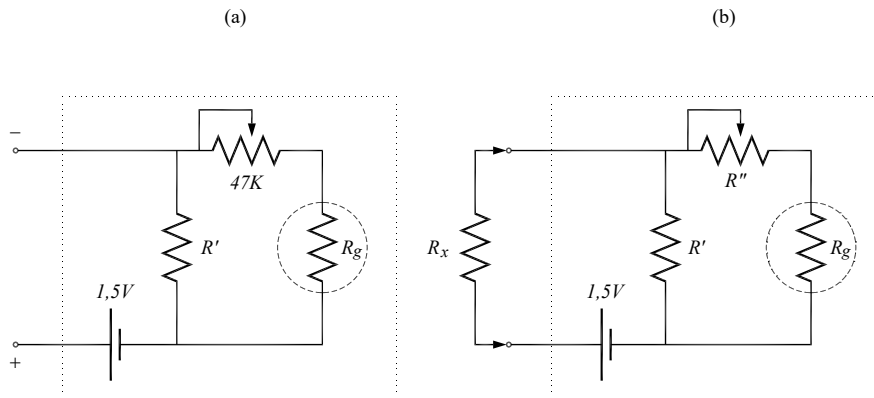


Figura 9 – Circuito elétrico do ohmímetro a ser construído.

Calibração de um voltímetro com fundo de escala de 5V

R (Ohmímetro Digital)	I_G (μA)	R (Ohmímetro Construído)
$R'' =$	$R_G =$	$R' =$

Apêndice – Multímetro analógico comercial

A figura 1A mostra um exemplo de um circuito interno de um multímetro analógico comercial simples. O multímetro possui um galvanômetro, uma bateria, alguns resistores e uma chave seletora de oito posições e três polos (isso significa que as três chaves mostradas na figura estarão sempre ligadas no mesmo número).

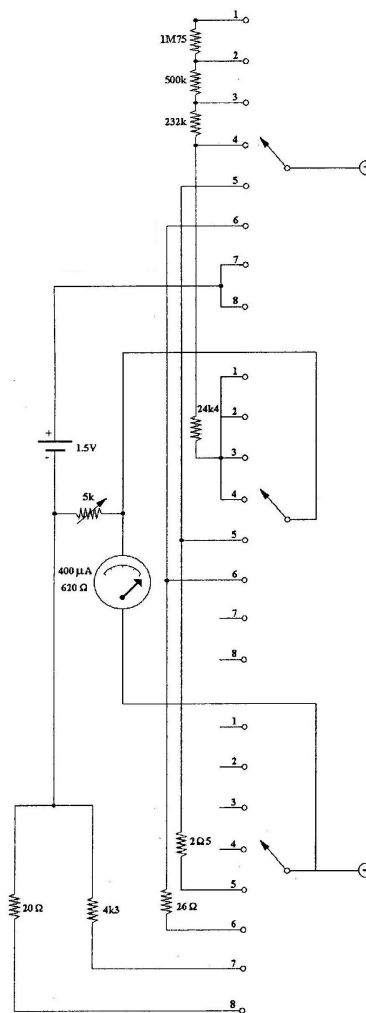


Figura 1A – Circuito de um multímetro analógico comercial

Vamos supor que a chave esteja na posição 1. Qual a função do multímetro nesse caso, e quais são suas características? Para obter a

resposta, vamos percorrer o circuito a partir da entrada positiva e desenhar o circuito equivalente (figura 2A):

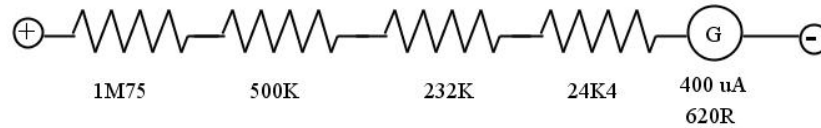


Figura 2A – Circuito equivalente ao multímetro analógico da figura 1A, com a chave na posição 1.

Esse circuito é nada mais que um galvanômetro com uma resistência em série, o que faz com que o multímetro funcione como voltímetro. A resistência em série ao galvanômetro vale $R' = 2506,4 \text{ k}\Omega$, enquanto a resistência do galvanômetro é de 620Ω e a corrente de fundo de escala é $400 \mu\text{A}$. A tensão de fundo de escala desse voltímetro é:

$$V_{m\acute{a}x} = (2506,4 + 0,62) \text{ k}\Omega \cdot 400 \mu\text{A} = 1002,8 \text{ V}$$

A resistência interna é:

$$R_V = (2506,4 + 0,62) \text{ k}\Omega = 2507,02 \text{ k}\Omega$$

Analise qual é a função e as características do multímetro quando a chave seletora estiver nas outras posições.

Prática 2 - Instrumentos de Medidas Elétricas II: Osciloscópios

Nesta prática iremos nos familiarizar com o uso de osciloscópios, mostrando algumas das funcionalidades desses instrumentos. Através de exemplos específicos mostraremos como medir em tempo real sinais elétricos (correntes e tensões). Também utilizaremos estes equipamentos para medir a curva $V \times I$ característica de resistores e de diodos semicondutores.

Quando for usar os dois canais do osciloscópio, conecte sempre os terminais terra no mesmo ponto do circuito.

Sempre que surgir uma dúvida quanto à utilização de um instrumento ou componente, o aluno deverá consultar o professor para esclarecimentos.

I - O osciloscópio analógico

Os osciloscópios são instrumentos que permitem medir a dependência temporal de tensões. Nos osciloscópios analógicos, essa dependência é visualizada em um tubo de raios catódicos (mostrado na figura 1), no qual um feixe de elétrons produzido por um filamento aquecido é acelerado por uma fonte de alta tensão. O sistema de deflexão constituído por placas paralelas desvia o feixe horizontalmente e verticalmente. A visualização da variação temporal do sinal elétrico é obtida através de uma tela fosforescente que se ilumina no ponto em que o feixe de elétrons nela colide. Essa tela possui divisões para facilitar a leitura e medidas quantitativas.

O filamento **a**, mostrado na figura 1, produz um feixe colimado de elétrons, e o disco **b** atua como um seletor de velocidades. No interior do tubo de raios catódicos encontram-se dois pares de placas, **c** e **d**, perpendiculares entre si. Ao se aplicar uma diferença de potencial entre duas das placas cria-se um campo elétrico que irá desviar o feixe de elétrons. Por este motivo as placas são denominadas de *placas defletoras*. As placas **c** produzem deflexão vertical, e as placas **d** produzem deflexão horizontal.

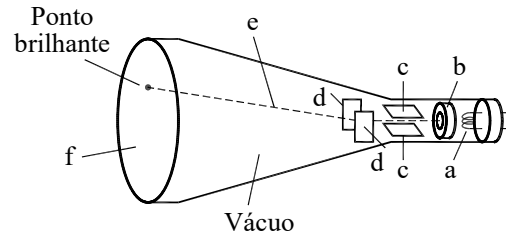


Figura 1 – Desenho esquemático do tubo de raios catódicos: a – filamento aquecido; b - filtro de velocidades; c - placas defletoras horizontais; d – placas defletoras verticais; e – feixe de elétrons; f - tela fosforescente.

1.1 - Deflexão vertical

A posição vertical do feixe é controlada pela tensão entre as placas defletoras verticais. Quanto maior for o campo elétrico entre elas maior será o desvio sofrido pelo feixe em relação a sua trajetória inicial (como mostrado na figura 2).

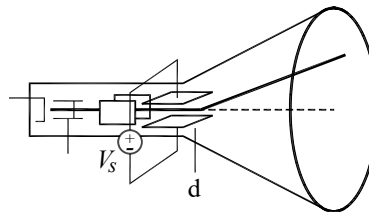


Figura 2 – sistema de deflexão vertical. O feixe de elétrons é desviado devido à aplicação de uma tensão V nas placas defletoras verticais.

Deste modo, a distância do ponto luminoso ao centro da tela tem uma correspondência direta com a amplitude da tensão aplicada entre as placas. A tensão a ser lida não é aplicada diretamente nas placas, mas passa por um circuito que ajusta a amplitude da tensão aplicada à dimensão vertical da tela. Assim, existe uma correspondência exata entre tensão e a dimensão geométrica da tela (Volts/divisão). Em osciloscópios comerciais esse ajuste é realizado pelo botão de ajuste de escala vertical mostrado na figura 3a, e em geral pode variar desde 5 mV / div até 20 V / div.

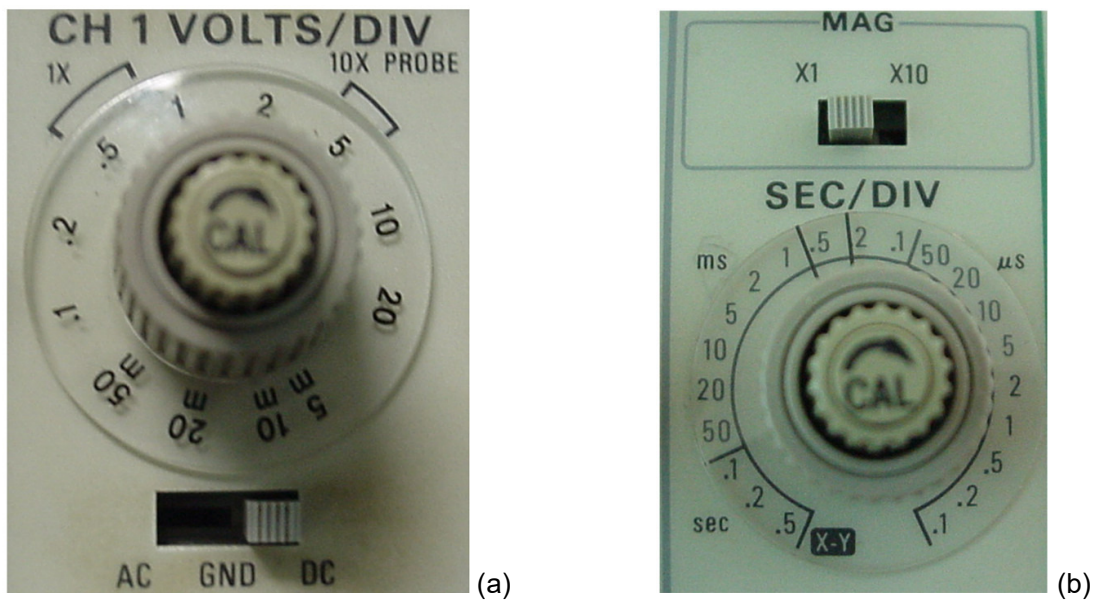


Figura 3 – Botões de seleção: (a) Escala vertical; (b) Base de tempo

1.2 - Deflexão Horizontal (Base de tempo)

A amplitude de uma certa tensão pode ser medida através da deflexão vertical do osciloscópio, porém não é possível determinar sua dependência temporal somente através da deflexão vertical. Para isso é necessário aplicar uma tensão no sistema de deflexão horizontal que varie linearmente com o tempo (onda tipo dente de serra), como mostrado na figura 4.

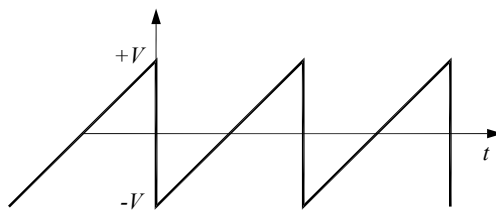


Figura 4 – Onda dente de serra aplicada no sistema de deflexão horizontal (base de tempo).

A tensão entre placas de deflexão horizontal parte de um valor negativo, para que o feixe apareça do lado esquerdo da tela, e vai progressivamente aumentando até seu valor máximo, deslocando o feixe totalmente para a direita. Como esta variação é linear teremos uma correspondência direta entre o tempo e o desvio do feixe eletrônico na horizontal. A descida abrupta da onda dente de serra faz com

que o feixe retorne ao lado esquerdo da tela de modo a reiniciar o processo de varredura. Para isso, o tempo de transição $+V$ para $-V$ deve ser o mais curto possível (durante essa transição o feixe de elétrons é eletronicamente bloqueado).

A rapidez com que se faz a varredura é determinada pela inclinação da onda dente de serra. Deste modo, a taxa de amostragem da escala temporal pode ser escolhida alterando-se a frequência dessa onda. Para gerá-la, o osciloscópio possui um oscilador local cuja frequência pode ser ajustada.

O botão de ajuste da base de tempo (frequência do oscilador local), mostrado na figura 3b, possui várias escalas de varredura de tempo / comprimento (seg/divisão). O osciloscópio apresentado operando nesse modo tensão - tempo (X-T) é capaz de amostrar sinais constantes no tempo (DC), até sinais que variam a uma frequência de 20 MHz. A chave MAG (x1 e x10) permite que a base de tempo seja ampliada de um fator 10 em relação à escala original.

1.3 - As entradas do osciloscópio

O conector de entrada do osciloscópio é em geral do tipo BNC, o circuito de entrada tem uma resistência interna da ordem de $1\text{ M}\Omega$ e uma capacitância de dezenas de pF ($1\text{ M}\Omega$ e 25 pF para o Tektronix 2205). Muitos osciloscópios possuem duas entradas; no entanto, nas duas entradas o terminal terra (a referência) é o mesmo (estão conectados internamente no aparelho). Essa é uma fonte frequente de erros em medidas com o osciloscópio. Conectar os terras em pontos diferentes de um circuito significa colocá-los em curto, o que pode afetar a medida. Portanto, **quando for usar ambos os canais, sempre conecte os terminais terra no mesmo ponto do circuito.**

1.4 - Modo X-Y

Além da amostragem de tensão por tempo, os osciloscópios também podem operar de modo a mostrar a relação instantânea entre duas tensões. Neste modo de operação (conhecido como modo X-Y), as duas tensões (por exemplo, V_1 e V_2) são aplicadas simultaneamente nos dois conjuntos de placas, fazendo aparecer na tela um ponto com coordenadas (V_1, V_2) . Assim, se os valores de V_1 e V_2 variarem no

tempo isso imediatamente alterará as coordenadas do feixe de elétrons, ou seja trata-se de uma relação instantânea.

Esse modo de operação é muito útil para traçar curvas $V \times I$, se colocarmos no eixo horizontal a tensão sobre um resistor (que é proporcional a corrente) e no eixo vertical a tensão sobre o componente cuja curva se quer medir.

O modo de operação X-Y é ativado posicionando o seletor de base de tempo para a posição X-Y, a primeira posição à esquerda (figura 3b).

1.5 - O painel do osciloscópio

O painel do osciloscópio está mostrado na figura 5, e contém todos os controles necessários para sua operação. As funções de cada controle serão relacionadas a seguir:

- 1 – **Intensity**: ajusta a intensidade do traço
- 2 – **Beam find**: move o traço para dentro dos limites da tela.
- 3 – **Focus**: focaliza o feixe para produzir uma linha fina na tela.
- 4 – **Trace rotation**: ajusta o traço para ser paralelo às linhas da grade.
- 5 – **Power**: liga e desliga o aparelho.
- 6 – **Power Indicator**: acende quando o aparelho está ligado
- 7, 8 – **Vertical position**: move o traço verticalmente (controle independente para cada canal)
- 9 – **CH1-Both-CH2**: seleciona os canais que serão mostrados (apenas canal 1, ambos ou apenas canal 2)
- 10 – **Norm-Invert**: inverte o sinal do canal 2
- 11 – **Add-Alt-Chop**: ver “Observação simultânea de dois canais (funções Alt, Chop e Add)” abaixo.
- 12 – **Volts/div**: escolhe a escala vertical (controle independente para cada canal)
- 13 – **CAL**: calibra a escala vertical. É recomendado deixar girado todo para a direita (sentido horário), que é a calibração de fábrica.
- 14 – **AC-GND-DC**: ver “Acoplamentos AC e DC” abaixo.
- 15 – **CH1, CH2**: conector BNC para entrada do sinal dos canais 1 e 2.

- 16 – **Horizontal position**: move o traço horizontalmente na tela.
- 17 – **MAG (x1,x10)**: permite expandir a escala horizontal por um fator 10.
- 18 – **Sec/div**: escolhe a escala da base de tempo.
- 19 – **CAL**: calibra a escala horizontal. É recomendado deixar girado todo para a direita (sentido horário), que é a calibração de fábrica.
- 20 – **Probe adjust**: gera uma onda quadrada de amplitude 0,5 V e frequência 1 kHz para testes.
- 21 – **Ground**: terra conectado à carcaça do equipamento.
- 22 – **Slope**: seleciona se o sinal produzirá um *trigger* quando estiver subindo ou descendo. Ver seção sobre *trigger* abaixo.
- 23 – **Level**: seleciona a amplitude que deve atingir um sinal para ativar o *trigger*. Ver seção sobre *trigger* abaixo.
- 24 – **Trig'd ready**: luz que indica o estado do *trigger* (acesa se o osciloscópio está medindo, apagada se o osciloscópio está esperando um sinal de *trigger*).
- 25 – **Mode**: seleciona o tipo de *trigger*. Ver seção sobre *trigger* abaixo.
- 26 – **Reset**: prepara o *trigger* novamente (funciona apenas no modo *Sgl Swp*)
- 27 – **Source**: indica a fonte do *trigger*. No controle esquerdo, pode-se escolher canal 1 ou 2, *Vert Mode* ou *Ext*. Se for usado *Ext*, o controle direito deve ser usado para escolher entre o sinal de 60 Hz da rede (*Line*) ou um sinal externo colocado na entrada 28. Ver seção sobre *trigger* abaixo.
- 28 – **Ext Input**: entrada para o sinal externo que servirá de *trigger*.

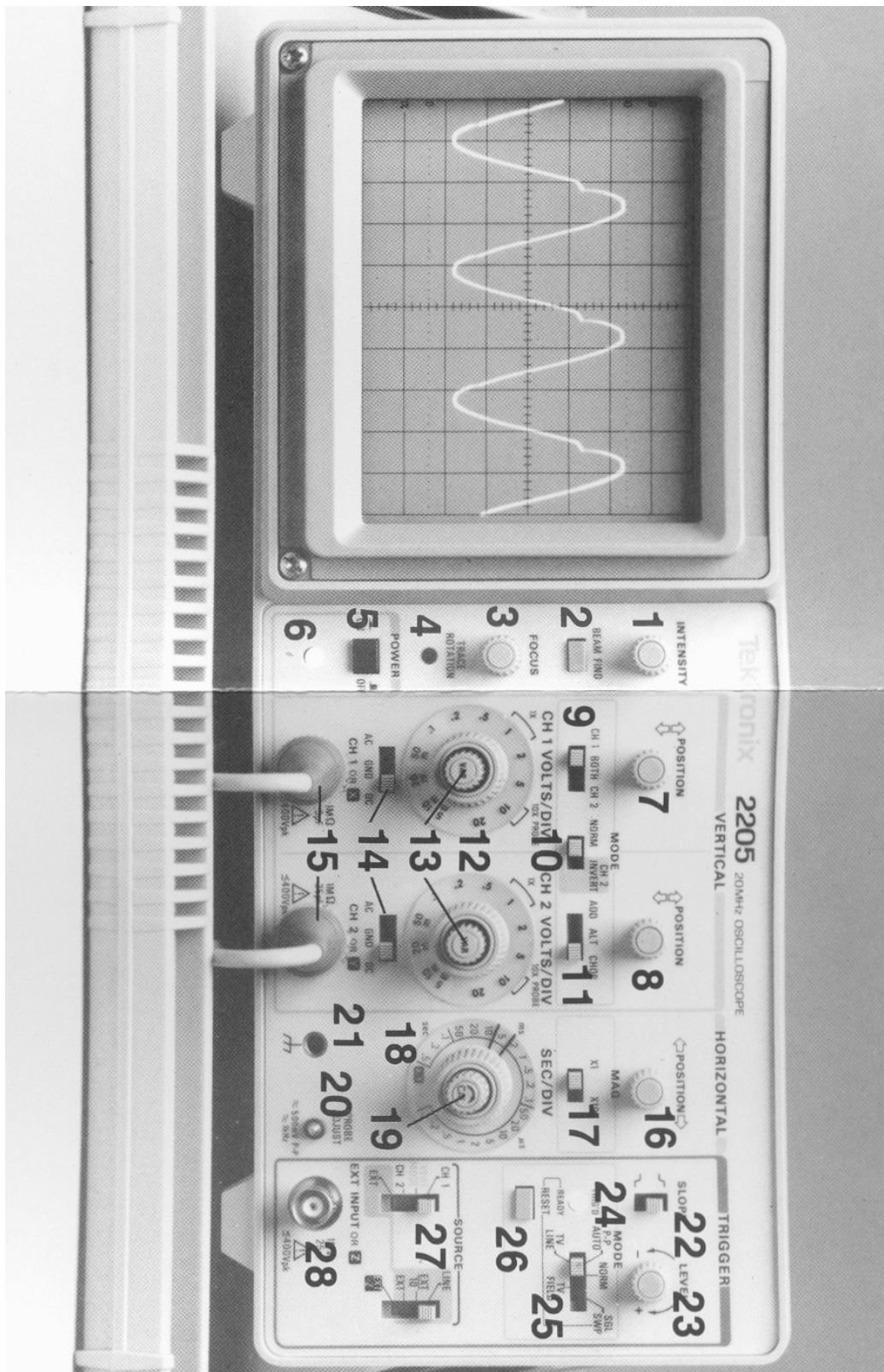


Figura 5 – Painel do osciloscópio Tektronix 2205

1.6 - Acoplamento AC e DC (Botão 14)

Abaixo do botão de seleção da escala vertical, há o botão de seleção de acoplamento AC ou DC, e a opção GND (*ground*, ou terra). No acoplamento DC, o sinal é aplicado diretamente para o circuito amplificador, enquanto no acoplamento AC há um capacitor entre a entrada e o amplificador, que é chamado capacitor de desacoplamento. Sua função é eliminar *offsets* DC (*nível constante*) presentes no sinal. Esse sistema é um filtro "passa alta", com uma frequência de corte baixa (da ordem de Hertz).

O acoplamento AC é usado, por exemplo, para medir sinais que consistem de uma tensão constante somada a oscilações alternadas de pequena amplitude em comparação ao nível constante. Para medir um sinal como este usando o acoplamento DC, teria que se usar uma escala de baixa sensibilidade ou o feixe sairia da tela; essa escala, no entanto, não permite medir o sinal alternado. Quando o acoplamento AC é utilizado, o *offset* é retirado e podemos usar uma escala de maior sensibilidade para medir as oscilações.

A figura 6 mostra um exemplo, de um sinal alternado de amplitude 0,1 somado a um sinal constante de amplitude 80 vezes maior. Na figura 6a, o osciloscópio está configurado para acoplamento DC, e a componente alternada é difícil de ser visualizada. A figura 6b mostra o que é visto se o osciloscópio for configurado para acoplamento AC. Neste caso, devido a remoção do sinal constante (por um capacitor de entrada) a escala pode ser expandida, permitindo uma medida de maior sensibilidade.

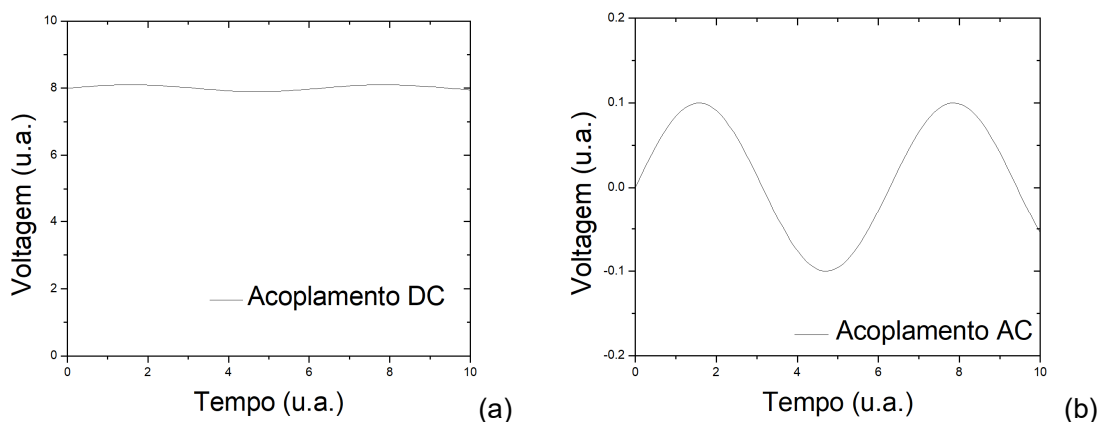


Figura 6 – Sinal alternado (de amplitude 0,1) somado a um sinal constante (de amplitude 8), como visto em um osciloscópio nos acoplamentos DC (a) e AC (b).

Por último, a opção GND aterrada a entrada do osciloscópio, fazendo com que apareça na tela um sinal constante correspondente a 0 V.

1.7 - Observação simultânea de dois canais (funções Alt, Chop e Add) (Botão 11)

A maioria dos osciloscópios comerciais possui dois canais de entrada, mas apenas um feixe de elétrons. Um botão permite selecionar a tensão de apenas um canal, ou de ambos simultaneamente. Nesse caso, o feixe de elétrons tem que mostrar ora o sinal de um canal e ora o sinal do outro canal. Existem dois modos de dividir o tempo do feixe entre os canais, chamados de ALT e CHOP.

No modo ALT, o feixe varre a tela completa uma vez com o sinal vindo de um canal, e na vez seguinte varre com o sinal do outro canal. Se o tempo de varredura for suficientemente rápido (em comparação com os tempos de persistência da tela e da retina), poderão ser vistos dois traços distintos, correspondentes a cada canal. No modo CHOP, o feixe alterna entre cada canal várias vezes por varredura da tela (no Tektronix 2205, essa taxa é de 500 kHz), e é mais indicado para sinais de baixa frequência. Há também a opção ADD, que mostra um único sinal correspondente à soma dos sinais de cada canal.

1.8 - Função CH2 Invert (Botão 10)

Como o nome em inglês sugere, o botão “CH2 Invert” inverte o sinal do canal 2. Usado em conjunto com o modo *Add*, o sinal resultante será o sinal do canal 1 menos o sinal do canal 2. Quando fazemos uma medida com um canal do osciloscópio, estamos comparando uma tensão com relação ao terra. No entanto, em alguns circuitos, queremos saber a diferença de potencial entre dois pontos e não sabemos onde está o terra. Para isso, usa-se o osciloscópio no modo *Add* com a opção *CH2 Invert*, e coloca-se as sondas dos canais 1 e 2 nos pontos desejados, enquanto os terras ficam flutuantes (não conectados ao circuito). A leitura será simplesmente a diferença de potencial entre os dois pontos. A desvantagem desse método é que são necessárias as duas pontas do osciloscópio para fazer apenas

uma medida, e a grande vantagem é que o usuário não terá o problema de conflito de terra.

1.9 - Sincronização dos sistemas de varredura vertical e horizontal (trigger) (Botões 22 a 28)

No modo de operação X-T (tensão-tempo), para cada período da onda dente de serra o sinal a ser amostrado pode ser visualizado na tela fosforescente do osciloscópio. Entretanto, depois de cada varredura da tela o feixe de elétrons é transferido para o início (horizontal) da tela, com a posição vertical correspondente ao valor de tensão aplicada na placa vertical. Assim, no início da segunda varredura o sinal pode começar a ser mostrado a partir de um nível correspondente a uma tensão diferente do início da primeira varredura, o que resultará em amostragem de uma onda aparentemente defasada em relação àquela da primeira varredura. Nas varreduras subsequentes a mesma situação pode ocorrer causando a impressão visual de uma sucessão de imagens em movimento. Para se obter uma sequência de imagens fixas e permanentes na tela, é preciso sincronizar o sistema de varredura do osciloscópio com o sinal que se deseja amostrar. Isso quer dizer que varreduras sucessivas devem iniciar sempre dos pontos correspondentes ao mesmo nível de tensão que a varredura anterior.

Para obter esse sincronismo, devemos selecionar o modo de sincronismo (modo de *trigger*) através do botão 25. No modo *Auto* a sincronização do osciloscópio é automática pelo sinal de entrada. No modo *Normal* o operador define a fonte do sinal de sincronismo (*trigger*) e o nível de tensão de disparo (no botão Level, 23). No modo *Sgl Swp (Single Sweep)*, o *trigger* irá disparar apenas quando o sinal atingir o nível determinado pela primeira vez; para dispará-lo novamente, é preciso apertar o botão *Reset*.

O próximo passo é escolher a fonte do sinal de *trigger* (através do botão 27). A varredura começará quando o sinal de *trigger* alcançar o nível de tensão determinado pelo botão 23 e o comportamento (subindo ou descendo) definido pelo botão 22.

A fonte do sinal de *trigger* pode ser um dos próprios canais de entrada; nessa opção, o sinal será desenhado sempre a partir do mesmo ponto, formando uma

imagem fixa. A fonte de *trigger* também pode ser o sinal de 60 Hertz da rede de alimentação ou até mesmo um sinal externo. Na opção *Vert Mode*, a fonte será o canal que está sendo mostrado no osciloscópio (definido pelo controle 9). Para escolher o sinal da rede (*Line*) ou um outro sinal, é preciso colocar o botão esquerdo em *Ext* e o botão direito em *Line* ou *Ext*, respectivamente.

Após definir a fonte do sinal (*Source*), o nível e o tipo de transição (subida / descida) da tensão de disparo, deve-se observar na tela do osciloscópio uma figura fixa e permanente; caso tal situação não seja atingida o sinal que se deseja medir não será visualizado ou aparecerá uma sucessão de imagens em movimento horizontal. (Solicite ao seu professor esclarecimentos sobre os modos de *trigger* e as possíveis *source* não discutidas nesta nota, ou consulte o manual do osciloscópio Tektronix 2205 disponível na página do LEF – www.lef.ifsc.usp.br).

1.10 - Medidas de tensões alternadas utilizando o osciloscópio

Na figura 7 estão apresentados exemplos de duas tensões elétricas vistas na tela de um osciloscópio: em 7a, tensão elétrica contínua, e em 7b tensão alternada do tipo $V(t) = V_0 \cos(\omega t)$, para a qual é possível determinar a amplitude máxima (V_0) e o período de oscilação (T) correspondente.

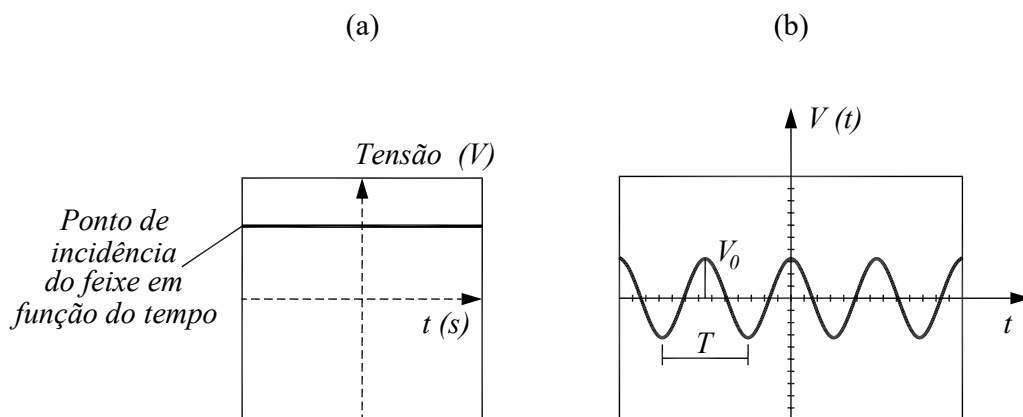


Figura 7 – Exemplos de medidas elétricas realizadas com um osciloscópio. (a) Tensão contínua. (b) Tensão alternada

O osciloscópio só pode medir tensões. Para medir corrente, é preciso inserir um resistor no circuito e medir a diferença de potencial entre os terminais do

resistor. Conhecendo a resistência do resistor, é possível converter a escala de volts para ampères.

O osciloscópio tem algumas vantagens com relação aos multímetros. Uma delas é a de permitir visualizar tensões que variam no tempo muito rapidamente. Como discutido na prática de Instrumentos de Medida I, o multímetro mede o valor médio rms (“*root mean square*”) da tensão.

No caso de tensões e correntes senoidais, a relação entre o valor rms (valor medido com o multímetro) e o valor de pico (valor medido com o osciloscópio) é dada por:

$$I_{rms} = \sqrt{\langle I^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_0^2 \cos^2(\omega.t) dt} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad [1a]$$

$$V_{rms} = \sqrt{\langle V^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V_0^2 \cos^2(\omega.t) dt} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \quad [1b]$$

II - Experimentos

II.1 - Medida da tensão nos terminais de um transformador.

➤ Utilizando um transformador (220 V - 6.3 V) e um osciloscópio analógico, meça a tensão alternada estabelecida, determinando sua amplitude máxima e sua frequência de oscilação. Para fazer a medida, coloque os terminais de um canal do osciloscópio nos terminais do transformador, e ajuste para visualização de apenas um canal, com base de tempo 5 ms/div e escala vertical 5 V/div e *trigger* Auto.

➤ Meça a mesma tensão elétrica alternada com um voltímetro digital e compare o resultado com o valor obtido no item anterior. Discuta o observado.

Resultados da medida da tensão e frequência de um transformador

	Osciloscópio	Voltímetro
Tensão de pico		
Tensão rms		
Frequência		

II.2 - Medida da tensão de um gerador de funções

➤ Utilizando um gerador de funções, posicione o botão de ajuste de amplitudes para o máximo e ajuste a frequência de saída para 100 Hz. Determine a amplitude máxima e a frequência de oscilação da tensão gerada, utilizando um osciloscópio (com as mesmas configurações anteriores) e um multímetro digital. Altere a frequência de saída do gerador de funções para 10 kHz e repita as medidas (você precisará ajustar convenientemente a base de tempo).

Resultados da medida da tensão e frequência de um gerador de funções

	Osciloscópio		Multímetro
	Tensão	Frequência	Tensão
$f = 100 \text{ Hz}$			
$f = 10 \text{ kHz}$			

II.3 - Observação da curva V-I de componentes eletrônicos (Modo X-Y)

O osciloscópio permite observar a curva V-I de um componente. Isso pode ser realizado através da montagem mostrada na figura 8, que usa uma fonte de tensão alternada (gerador de funções) conectada a um circuito formado por um resistor R e

um componente X cuja curva V-I se deseja conhecer. O osciloscópio é utilizado para medir a diferença de potencial no resistor e no componente X. Devido à alta impedância do osciloscópio, a corrente flui somente através do circuito série R-X. Os terminais do resistor R estão conectados no canal 1 do osciloscópio, enquanto que os terminais do componente X estão conectados no canal 2. Veja que os terras dos dois canais estão no mesmo ponto (entre R e X). Assim, uma queda de tensão no resistor aparece como positiva, e uma queda de tensão no componente X aparece como negativa. Para visualizarmos corretamente na tela do osciloscópio, devemos ativar a função *CH2 Invert*.

No modo de operação X-Y o ponto luminoso na tela do osciloscópio executa um movimento cuja coordenada X é proporcional à tensão na entrada 1 e a coordenada Y proporcional à entrada 2. Desta forma, o ponto luminoso descreve uma trajetória que corresponde ao gráfico de V_X (vertical-Y) versus V_R (horizontal-X). Pela Lei de Ohm, a tensão no resistor R é proporcional à corrente I ; portanto, o gráfico resultante pode ser analisado como uma curva de V_X por I .

➤ Monte o circuito da figura 8 com $R = 10 \text{ k}\Omega$. A configuração sugerida para o osciloscópio é modo horizontal X-Y, 5 V/divisão, canal 2 em modo *invert* e acoplamento DC em ambos os canais (você poderá otimizar esta configuração). Use o gerador de funções com sinal senoidal de amplitude máxima e frequência 100 Hz.

➤ Coloque outro resistor de $10 \text{ k}\Omega$ no lugar do componente X. Observe a curva V-I para o resistor. Qual o comportamento observado? Obtenha o valor da resistência X à partir da curva V-I.

Curva V-I de um resistor de $10 \text{ k}\Omega$

Corrente (mA)	Tensão (V)	Corrente (mA)	Tensão (V)

➤ Descreva o que acontece com a curva quando usamos $R = 4,7 \text{ k}\Omega$ no lugar do componente X. Explique.

➤ Varie a amplitude, a frequência e a forma do sinal do gerador de funções. O que acontece com a curva mostrada na tela? Justifique suas observações.

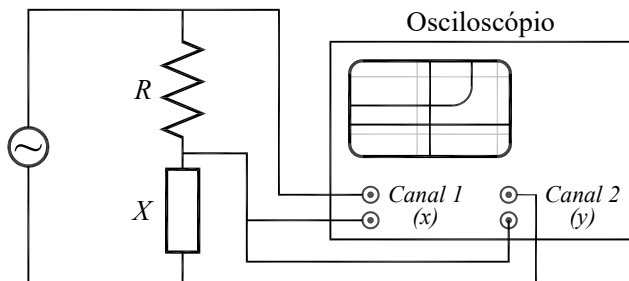


Figura 8 – Circuito utilizado para medir a curva V-I característica de componentes eletrônicos.

II.3a - Observação da curva V-I de termo resistores (Modo X-Y)

➤ Substitua o componente X por um termo-resistor do tipo PTC. Obtenha a resistência do mesmo na temperatura ambiente ($\sim 300\text{K}$) à partir da curva V-I. Se for necessário, você pode alterar a escala de tensão dos canais do osciloscópio. Aproxime um ferro de solda ligado do PTC (cuidado para não tocar o ferro no PTC). Qual o comportamento da resistência como função da temperatura, qualitativamente?

- Repita o procedimento para um resistor do tipo NTC.
- Descreva uma aplicação para os termo-resistores.

Resistência de termo-resistores em diferentes temperaturas

Temperatura	PTC	NTC
Ambiente		
Aquecido (qualitativo)		

II.3b - Observação da curva V-I de um LDR (Modo X-Y)

➤ Substitua o termo-resistor por um resistor sensível à luz, LDR. Obtenha a sua resistência na iluminação ambiente utilizando a curva V-I.

➤ Cubra o resistor com a mão e descreva o que acontece como a curva V-I. Obtenha a resistência do LDR no escuro.

Resistência de LDR em diferentes situações de luminosidade

	Claro	Escuro
Resistência do LDR		

II.3c - Determinação da curva V-I de um diodo (Modo X-Y)

➤ No lugar do componente X coloque agora um diodo do tipo 1N4007 e mude o resistor para $R = 1 \text{ k}\Omega$. Aumente a sensibilidade do canal Y para 0.2 V / divisão . Descreva o comportamento da curva V por I e a reproduza em escala no papel milimetrado.

Curva V-I de um diodo

Corrente (mA)	Tensão (V)	Corrente (mA)	Tensão (V)

II.3d - Determinação da curva V-I de um LED (modo X-Y)

➤ Substitua o componente X por um LED vermelho. Use ainda o resistor de $R = 1 \text{ k}\Omega$, e a sensibilidade do canal Y em 0.2 V / divisão . Descreva o comportamento da curva V por I e a reproduza em escala no mesmo gráfico do diodo anterior. Determine a tensão de limiar de condução.

Curva V-I de um LED vermelho

Corrente (mA)	Tensão (V)	Corrente (mA)	Tensão (V)

➤ Substitua o componente X por um LED azul. Use ainda o resistor de $R = 1 \text{ k}\Omega$, e a sensibilidade do canal Y em 0.2 V / divisão . Descreva o comportamento da curva V por I e a reproduza em escala, no mesmo gráfico dos diodos anteriores. Determine novamente o limiar de condução. Compare com o resultado obtido com os outros diodos.

Curva V-I de um LED azul

Corrente (mA)	Tensão (V)	Corrente (mA)	Tensão (V)

Prática 3 - Campo Magnetostático

Nesta prática, vamos estudar campos magnéticos gerados por correntes contínuas. Inicialmente introduziremos a lei de Biot e Savart e a lei de Ampère. Em seguida, calcularemos o campo magnético para um fio retilíneo, para uma espira circular e para um solenoide. Os campos magnéticos serão medidos por uma sonda de efeito Hall, cujo princípio de funcionamento também será apresentado.

Sempre que surgir uma dúvida quanto à utilização de um instrumento ou componente, o aluno deverá consultar o professor para esclarecimentos.

I - Campo Magnético – Leis de Ampère e Biot-Savart

Em julho de 1820, Oersted, um físico dinamarquês, percebeu que o ponteiro de sua bússola era defletido quando ela estava próxima de um fio conduzindo corrente elétrica. Essa foi a primeira evidência de uma ligação entre a eletricidade e o magnetismo, que até então eram tidos como fenômenos distintos. Oersted publicou seus resultados, sem lançar uma explicação para o fenômeno. Uma das observações de Oersted é que o efeito do fio sobre a agulha podia ser representado por um campo com linhas de força circulares (ele deduziu isso porque a deflexão da agulha ocorria em sentidos opostos quando o fio estava num plano acima ou abaixo dela).

Apenas algumas semanas depois, em setembro de 1820, André-Marie Ampère, físico francês, apresentou um trabalho sobre o experimento de Oersted, usando os conceitos de “tensão elétrica” e “corrente elétrica”, e apontando que a corrente elétrica gera campo magnético, que deflete uma agulha imantada.

Ampère chegou a uma relação entre corrente elétrica e campo magnético, que é conhecida como *lei de Ampère*. Essa lei relaciona o campo magnético com a densidade de corrente, e em sua formulação integral pode ser expresso pela seguinte relação:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \mu_0 I \quad [1]$$

A integral de linha do campo magnético sobre uma curva fechada C é proporcional à corrente que atravessa uma superfície S (aberta) que tenha essa curva como fronteira. O sentido da integral de linha é dado pela regra da mão direita: curvando os dedos da mão direita no sentido da curva, o polegar aponta na direção que a corrente deve ser considerada positiva (sentido de $d\vec{S}$).

Uma observação importante a se fazer é quanto à nomenclatura: estamos aqui chamando \vec{B} de campo magnético, mas alguns autores usam a nomenclatura mais antiga, “indução magnética” para \vec{B} e “campo magnético” para designar \vec{H} , que nas situações de magnetostática no vácuo vale $\vec{H} = \vec{B} / \mu_0$.

A lei de Ampère não é suficiente para determinar o campo magnético. A ideia das linhas de força circulares de Oersted deu origem ao princípio da *inexistência de monopolos magnéticos*, que diz que as linhas de campo magnético não se originam nem terminam em nenhum ponto do espaço; são fechadas (como as linhas circulares de Oersted) ou continuam até o infinito. A expressão matemática que ilustra esse princípio é (lei de Gauss para o campo magnético):

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad [2]$$

Ainda em outubro de 1820, Biot e Savart fizeram experimentos sobre a ação de corrente elétrica sobre agulhas imantadas. As observações de Biot e Savart levaram a uma equação que permite calcular o campo magnético gerado por um fio que conduz corrente:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad [3]$$

Nessa equação, $d\vec{l}$ representa um elemento diferencial de comprimento do circuito, \vec{r} é um vetor apontando do circuito (ponto que varia durante a integração) até o ponto onde o campo está sendo calculado, e r é o módulo desse vetor. A integral deve ser feita em todo o circuito (fechado).

Entretanto, as leis de Ampère e de Biot-Savart não são válidas no caso geral, mas apenas quando se lida com correntes estacionárias. Uma corrente é estacionária quando cumpre duas condições: é constante no tempo, e não provoca mudança na distribuição de cargas elétricas (em outras palavras, não provoca acúmulo nem perda líquida de cargas em nenhum ponto).

1.1 - Aplicações da lei de Biot-Savart

Vamos calcular o campo magnético produzido em algumas situações de bastante interesse: o de um fio retilíneo infinito, de uma espira circular, de duas bobinas nas configurações denominadas Helmholtz e anti-Helmholtz e de um solenoide.

1.1a - Fio retilíneo infinito

Vamos calcular o campo magnético gerado por um fio retilíneo uniforme que coincide com o eixo z , a uma distância ρ do fio, utilizando a equação 3. A figura 1 mostra essa situação, e a direção do campo magnético.

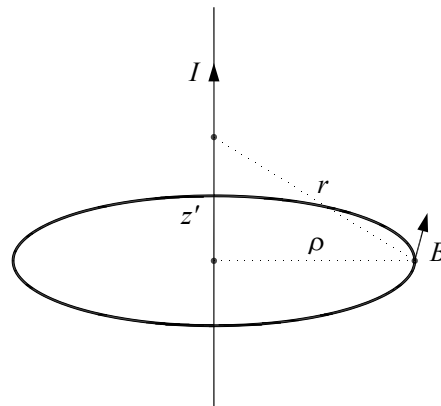


Figura 1 – Geometria para calcular o campo magnético de um fio infinito

Em coordenadas cilíndricas, o caminho de integração é dado pela variável z' , que varia de $-\infty$ a $+\infty$. O ponto onde ocorre a integração é dado por:

$$\vec{l} = z' \hat{z} \quad [4]$$

A diferencial do caminho de integração é:

$$d\vec{l} = dz' \hat{z} \quad [5]$$

Podemos considerar que o ponto onde queremos calcular o campo tenha coordenada $z = 0$, porque a origem pode ser posicionada em qualquer ponto do fio (já que ele é sempre infinito). Logo:

$$\vec{r}_0 = \rho \cdot \hat{\rho} \quad [6]$$

O vetor \vec{r} aponta do ponto onde está sendo feita a integração ao ponto fixo onde o campo está sendo calculado.

$$\vec{r} = \vec{r}_0 - \vec{l} = \rho \cdot \hat{\rho} - z' \hat{z} \quad [7]$$

O módulo desse vetor é:

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{\rho^2 + z'^2} \quad [8]$$

Logo, o numerador do integrando vale:

$$d\vec{l} \times \hat{r} = \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 + z'^2}} dz' \hat{\phi} \quad [9]$$

Integrando a lei de Biot-Savart sobre z' de $-\infty$ a $+\infty$, o resultado é:

$$\vec{B}(\rho) = \frac{\mu_0 I}{2\pi \rho} \hat{\phi} \quad [10]$$

No seu trabalho de 1820, Biot e Savart observaram que a agulha se alinha na direção perpendicular tanto ao eixo do fio que conduz a corrente como à direção do fio ao centro da agulha, e o torque sobre ela é proporcional ao inverso da distância fio-agulha. Vemos que realmente a expressão matemática da lei de Biot-Savart leva a esse resultado, considerando que o torque sobre uma agulha imantada é proporcional ao campo magnético naquele ponto.

O fio retilíneo é um caso interessante para se aplicar diretamente a lei de Ampère em sua forma integral. Como curva para efetuar a integração, escolhemos uma circunferência com centro no fio, raio ρ e que está num plano perpendicular ao fio, conforme ilustrado também na figura 1. A corrente que atravessa o círculo determinado por essa curva é simplesmente a corrente que passa pelo fio.

Pela simetria de rotação, se o campo magnético possuir uma componente radial, ela deve ser igual em todos os pontos da circunferência. Isso porém viola a inexistência de monopolos magnéticos, porque haveriam linhas de campos começando ou terminando no fio. Portanto, não há componente radial do campo. Também por essa simetria, as componentes tangencial e paralela ao fio são iguais em toda a circunferência. Como o fio é retilíneo, a componente paralela ao fio também deve ser nula, pois cada contribuição infinitesimal ao campo só tem componente azimutal (ϕ , veja equação 9). Assim, a integral de linha do campo

magnético é simplesmente o valor de sua componente tangencial multiplicado pelo comprimento da curva ($2\pi\rho$). Portanto:

$$2\pi\rho B_\varphi = \mu_0 I \quad [11]$$

Logo:

$$\vec{B}(\rho) = B_\varphi \hat{\varphi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{\rho} \hat{\varphi} \quad [12]$$

Que, como esperado, é o mesmo resultado obtido pela lei de Biot-Savart.

1.1b - Espira circular

Vamos considerar uma espira circular de raio a , e vamos calcular o campo magnético num ponto do eixo de simetria, a uma distância z do plano da espira. A figura 2 mostra essa situação.

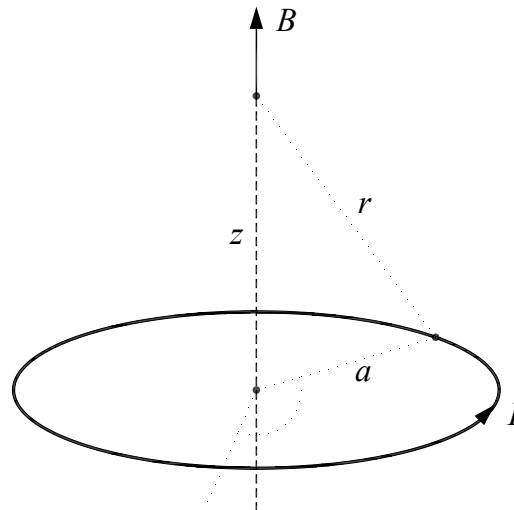


Figura 2 – Geometria para calcular o campo magnético de uma espira circular

O caminho de integração será expresso através da variável φ (das coordenadas cilíndricas), que varia de 0 a 2π na espira completa. O ponto onde ocorre a integração é dado por:

$$\vec{l} = a\hat{\rho} \quad [13]$$

A diferencial do caminho de integração é:

$$d\vec{l} = a\hat{\phi}d\varphi \quad [14]$$

O ponto onde o campo será calculado está no eixo z:

$$\vec{r}_0 = z\hat{z} \quad [15]$$

O vetor \vec{r} aponta do ponto onde está sendo feita a integração ao ponto fixo onde o campo está sendo calculado.

$$\vec{r} = \vec{r}_0 - \vec{l} = z\hat{z} - a\hat{\rho} \quad [16]$$

Esse vetor não é constante porque o versor $\hat{\rho}$ não é constante. Seu módulo, no entanto, é constante durante a integração (não depende de φ):

$$r = \|\vec{r}\| = \sqrt{z^2 + a^2} \quad [17]$$

Essa equação poderia ser obtida diretamente da figura 1. O numerador do integrando é:

$$d\vec{l} \times \hat{r} = (az\hat{\rho} + a^2\hat{z})d\varphi \quad [18]$$

Com essas definições, a integral da equação 3 não é difícil de ser realizada, e o resultado é:

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(z^2 + a^2)^{3/2}} \hat{z} \quad [19]$$

Na equação acima, a corrente é positiva se, ao curvar os dedos da mão direita no sentido da corrente, o polegar aponta na direção do eixo z. Esse é o sentido mostrado na figura 1. Se ao invés de uma única espira tivermos uma bobina com várias espiras bastante compactas, de modo que podemos considerar que todas estão num mesmo plano (dito de outra maneira: a espessura da bobina é muito menor do que o raio), o resultado acima deve ser multiplicado pelo número de espiras. Isso é consequência do princípio de superposição.

1.1c - Par de bobinas na configuração de Helmholtz

Uma par de bobinas na configuração de Helmholtz consiste de duas espiras circulares idênticas paralelas tal que a distância entre elas seja igual ao seu raio. As correntes que atravessam cada uma são iguais e têm o mesmo sentido. A figura 3 mostra a configuração.

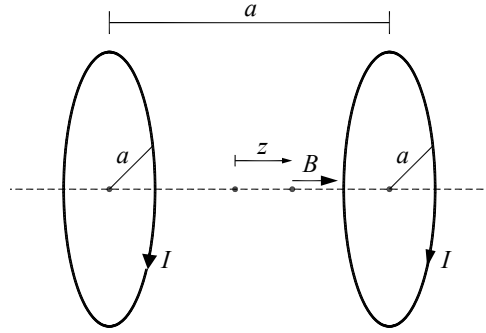


Figura 3 – Geometria para calcular o campo magnético de uma bobina de Helmholtz.

O campo magnético no eixo comum às duas espiras pode ser calculado pelo princípio da superposição: o campo resultante é simplesmente a soma dos campos gerados por cada espira. De acordo com a figura, estamos considerando que o eixo comum é o eixo z e que $z = 0$ corresponde ao ponto médio do centro das espiras (que portanto se localizam em $z = a/2$ e $z = -a/2$). Logo o campo magnético em uma posição z ao longo do eixo é:

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 I a^2}{2} \left(\frac{1}{((z - a/2)^2 + a^2)^{3/2}} + \frac{1}{((z + a/2)^2 + a^2)^{3/2}} \right) \hat{z} \quad [20]$$

A figura 4 mostra o campo magnético do par de bobinas de Helmholtz. A característica mais importante é que ele é praticamente constante na região entre as bobinas; suas derivadas até a ordem três são nulas no ponto médio ($z = 0$). Essa é uma forma fácil e prática de gerar um campo magnético constante numa região do espaço, e com amplo acesso a essa região. O valor aproximado do campo magnético entre as espiras é facilmente obtido considerando $z = 0$ na equação 20:

$$\vec{B}_{ap} = \frac{8}{5^{3/2}} \cdot \frac{\mu_0 I}{a} \hat{z} \approx 0,715 \cdot \frac{\mu_0 I}{a} \hat{z} \quad [21]$$

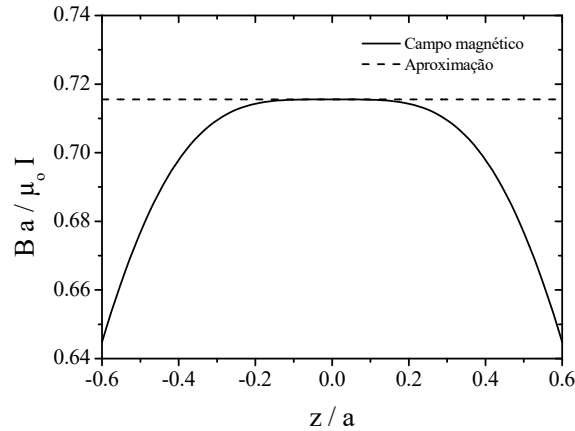


Figura 4 – Campo magnético (normalizado) gerado por uma bobina de Helmholtz. As bobinas estão localizadas em $z/a = \pm 0,5$.

1.1d - Par bobinas na configuração anti-Helmholtz

No par de bobinas na configuração de anti-Helmholtz, a configuração é a mesma da bobina de Helmholtz, mas uma das correntes é invertida, como mostrado na figura 5.

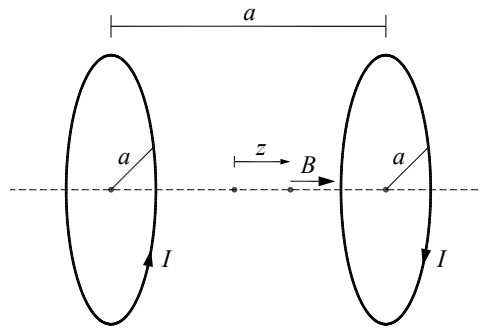


Figura 5 – Geometria para calcular o campo magnético de uma bobina anti-Helmholtz.

Seguindo as mesmas convenções usadas no par de Helmholtz, o campo magnético é:

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 I a^2}{2} \left(\frac{1}{((z - a/2)^2 + a^2)^{3/2}} - \frac{1}{((z + a/2)^2 + a^2)^{3/2}} \right) \hat{z} \quad [22]$$

O campo magnético do par anti-Helmholtz está mostrado na figura 6. A característica importante desse campo é que seu módulo varia aproximadamente de

forma linear ao longo do eixo. No ponto médio ($z = 0$), o campo é nulo, e a segunda derivada também, de modo que a aproximação usando uma função linear é muito boa. O resultado é:

$$\vec{B}_{ap}(z) = \frac{48}{5^{5/2}} \cdot \frac{\mu_0 I}{a^2} z \cdot \hat{z} \approx 0,859 \cdot \frac{\mu_0 I}{a^2} z \cdot \hat{z} \quad [23]$$

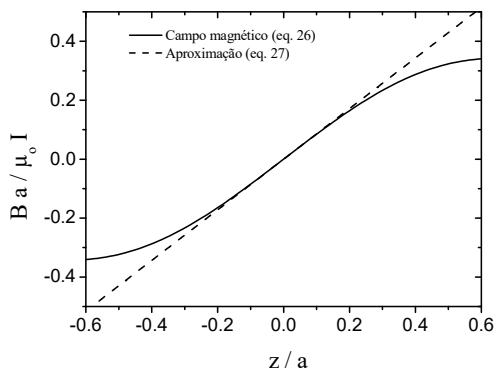


Figura 6 – Campo magnético (normalizado) gerado por uma bobina anti-Helmholtz. As bobinas estão localizadas em $z/a = \pm 0,5$.

1.1e - Solenoide

Um solenoide (ou bobina solenoidal) é uma bobina longa, caracterizada por três parâmetros: o raio das espiras R , o número de espiras N e o comprimento L . Por conveniência, podemos definir a densidade linear de espiras: $n = N / L$. A figura 7a mostra uma representação esquemática de um solenoide.

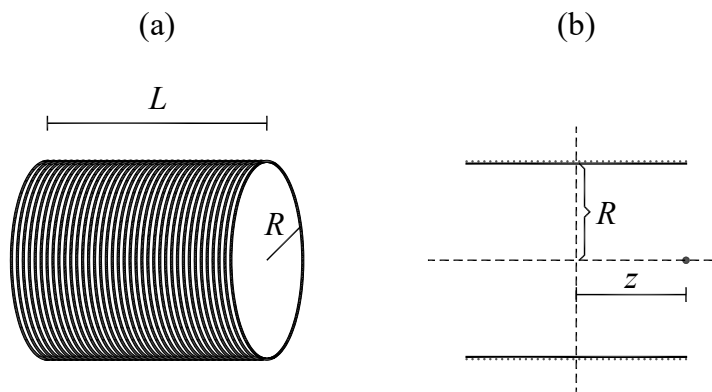


Figura 7 – Solenoide. (a) Vista em perspectiva. (b) Corte longitudinal.

O eixo do solenoide a ser considerado será o eixo z , e a origem será tomada no ponto médio do solenoide (como mostrado na figura 7b). Vamos considerar uma fatia do solenoide, na posição z' de espessura dz' . O número de espiras nessa fatia é $N' = N \cdot dz' / L = n \cdot dz'$. O campo magnético que ela exerce num ponto sobre o eixo de simetria do solenoide, de coordenada z , é dado por:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I}{2} \frac{R^2}{((z - z')^2 + R^2)^{3/2}} dz' \hat{z} \quad [24]$$

Para achar o campo total, basta integrar em z' de $-L/2$ a $+L/2$. O resultado é:

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I}{2} \left(\frac{z + L/2}{((z + L/2)^2 + R^2)^{1/2}} - \frac{z - L/2}{((z - L/2)^2 + R^2)^{1/2}} \right) \hat{z} \quad [25]$$

A figura 8 mostra esse campo, para dois valores do raio R das espiras em relação ao comprimento total L do solenoide. Uma aproximação comum é a do solenoide longo, no qual $L \gg R$. Nesse caso, o campo é constante na região interior (exceto quando muito próximo das bordas) e vale:

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot n \cdot I \hat{z} \quad [26]$$

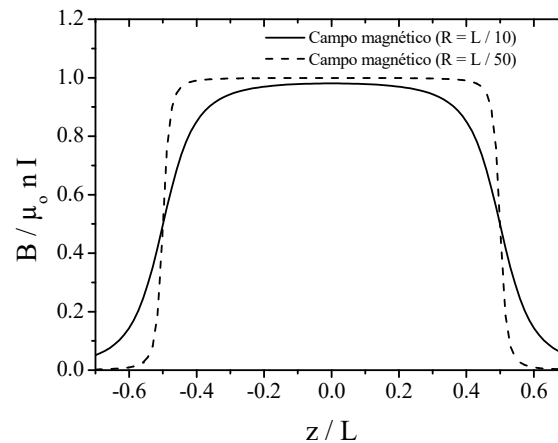


Figura 8 – campo magnético (normalizado) no interior de um solenoide, para dois valores de R / L . As extremidades do solenoide estão localizadas em $z / L = \pm 0,5$.

Da figura 8, vemos também que o campo na extremidade do solenoide é metade do seu valor no interior. Outra característica interessante é que quanto maior for a razão entre o comprimento e o raio do solenoide mais constante será o campo no seu interior. Isso vale não só para o campo ao longo do eixo z , mas nessa situação ele é uniforme em todo o interior do solenoide. A configuração de solenoide

é a forma mais eficiente de se produzir um campo magnético constante a partir de corrente elétrica sendo muito utilizada em várias aplicações. Por exemplo, na maioria dos tomógrafos de ressonância magnética utilizado para obtenção de imagens no interior do corpo, o campo magnético intenso e uniforme necessário ao exame é gerado por um solenoide (por isso a forma de tubular do equipamento).

As configurações aqui estudadas têm grande aplicação prática, pois são maneiras simples de produzir campos magnéticos constantes (bobina de Helmholtz, solenoide) ou com variação linear (bobina de anti-Helmholtz) e com intensidade que pode ser controlada.

1.2 - Efeito Hall

Atualmente, uma das maneiras mais práticas para se medir campo magnético faz uso do efeito Hall, observado por Edwin Hall, físico americano, em 1879.

Um condutor percorrido por corrente elétrica é constituído por cargas livres em movimento na direção da corrente (movimento médio com velocidade \vec{v}_m , superposto a um movimento aleatório). As cargas livres positivas se movem no sentido da corrente, e as negativas se movem no sentido oposto.

Na presença de um campo magnético perpendicular à direção da corrente, as cargas livres sentem uma força $\vec{F} = q\vec{v}_m \times \vec{B}$ e são desviadas em uma direção perpendicular às direções da corrente e do campo magnético. Vamos considerar que o condutor seja finito nessa direção, com largura w . Então, haverá acúmulo de cargas em um dos lados nessa direção e aparece uma diferença de potencial entre os dois lados do condutor.

A figura 9 mostra um condutor de largura w , percorrido por uma corrente I da esquerda para a direita, e um campo magnético entrando no plano do papel. A figura 9a mostra também uma carga livre negativa, que se move da direita para a esquerda e sofre uma força magnética para cima. Como resultado do deslocamento de cargas, depois de um certo tempo a parte de baixo da placa estará a um potencial mais elevado.

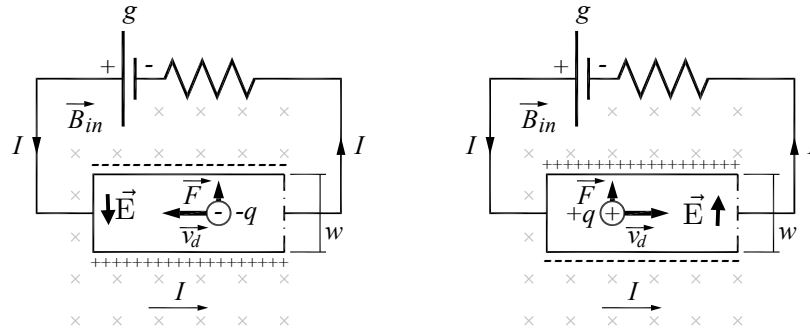


Figura 9 – Efeito Hall. (a) Cargas livres negativas. (b) Cargas livres positivas

Entretanto, se as cargas livres fossem positivas (como na figura 9b), elas se movimentariam da esquerda para a direita. Nesse caso, a carga do portador teria sinal contrário e a velocidade também, de modo que a força magnética continua a mesma. O resultado é que as cargas positivas iriam para cima, e a parte de *cima* ficaria a um potencial mais elevado.

Até aqui, todos os fenômenos sobre corrente elétrica se processavam do mesmo modo, não importando quem eram os portadores (cargas livres). Isso não ocorre com o efeito Hall: o resultado é *diferente* se os portadores têm carga positiva ou negativa. Historicamente, o efeito Hall foi a primeira prova de que a corrente elétrica nos metais é devido a cargas livres negativas (o elétron ainda não havia sido descoberto em 1879).

Para calcular a diferença de potencial entre a parte de cima e a parte de baixo do condutor, temos que lembrar que, na situação de equilíbrio, a força elétrica devido à distribuição de cargas (que é perpendicular a corrente) anula a força magnética:

$$|q\vec{E}| = |q\vec{v}_m \times \vec{B}| \quad [27]$$

Como a diferença de potencial entre as placas, chamada de *tensão Hall*, é simplesmente $V_H = |\vec{E}|w$ e o campo magnético é perpendicular a corrente, temos:

$$V_H = wv_m B \quad [28]$$

Num condutor de seção transversal A ($A = wh$), onde h é a espessura da placa condutora, há uma relação simples entre a corrente I e a velocidade média v_m dos portadores (ver prática sobre resistência e corrente elétrica), se for feita a hipótese

de que há apenas um tipo de portador (o que é verdade para os metais, mas não para soluções iônicas). Deste modo:

$$I = nqAv_m \quad [29]$$

Nessa equação, n é a densidade de portadores e q é a carga de cada um.

Logo:

$$V_H = \frac{1}{nq} \frac{w}{A} IB = IB / (nqh) \quad [30]$$

Vemos que o sinal de V_H depende do sinal de q . As grandezas w , h e l são macroscópicas e podem ser medidas de maneira independente. Portanto, aplicando-se um campo magnético conhecido e medindo a tensão Hall é, em princípio, possível calcular a densidade de cargas livres (nq) do material condutor, uma grandeza microscópica. No entanto, o interesse aqui é usar o efeito Hall para medida de campo magnético, ou seja, desejamos medir a tensão Hall V_H e, a partir dela, determinar o campo magnético que a gerou. Para isso precisaremos fazer uma calibração de modo a determinar a constante de proporcionalidade.

1.3 - Sonda Hall

De acordo com a equação 28, a voltagem é diretamente proporcional ao campo magnético. Esse é o princípio da *sonda Hall*, que é constituída de uma tira plana condutora e uma bateria, que estabelece uma corrente sobre essa tira. A diferença de potencial entre os lados da tira pode ser medida com um voltímetro comum. Um experimento de calibração da sonda Hall (usando campos magnéticos conhecidos) permite obter o coeficiente de proporcionalidade entre a voltagem lida e o campo magnético na direção perpendicular à tira. As sondas Hall modernas contêm um chip de material semicondutor, de alto grau de pureza (o semicondutor tem n menor, então a voltagem Hall é maior para um dado campo, em comparação com um condutor metálico).

O chip utilizado na sonda que utilizaremos na prática é o modelo CSA-1V da Sentron, cujo *data-sheet* está disponível em <http://www.sentron.ch/datasheets/CSA-1V.pdf>. As características do seu sensor de campo magnético são:

Characteristics of the Linear Magnetic Field Sensor ^{3,4)}

With $V_{SUP} = 5V$ and in the temperature range $-40^{\circ}C$ to $150^{\circ}C$, if not otherwise specified.

Symbol	Parameter	Min.	Typ.	Max.	Unit	Test Conditions
S	Magnetic Sensitivity ³⁾	270	280 ³⁾	290	V/T	$B = B_L$
$\Delta S/\Delta T$	Magn. Sensitivity Temperature Drift	-0.02		0.02	%/°C	$I_{OUT} = 0mA$ $T = 20^{\circ}C$ to $125^{\circ}C$
Voff	Offset Voltage ³⁾	-15	0	15	mV	$B = 0T$, $I_{OUT} = 0mA$, $T = 20^{\circ}C$
Boff	Equivalent Magnetic Offset ³⁾	-50	0	50	μT	$B = 0T$, $I_{OUT} = 0mA$ $T = 20^{\circ}C$ to $80^{\circ}C$
$\Delta V_{off}/\Delta T$	Offset Temperature Drift	-0.2	0	0.2	mV/°C	$B = 0T$, $I_{OUT} = 0mA$, $T = 20^{\circ}C$ to $125^{\circ}C$
B_{FS}	Full Scale Magnetic Field Range ⁵⁾	-7.5		7.5	mT	
B_L	Linear Magnetic Field Range	-5		5	mT	
NL	Non Linearity		0.1	0.2	%	$B = B_L$
			0.5	1	%	$B = B_{FS}$
ΔB_{noise}	Input referred magnetic noise spectrum density (RMS)			125	nT/ \sqrt{Hz}	$f = 10Hz$ to $10kHz$

Note 3: Ratiometric (proportional to V_{SUP})

Note 4: When the analog output pin A_OUT is used in differential mode (ie $V_{out} = A_{OUT} - CO_{OUT}$)

Note 5: Device saturates for $B > B_{FS}$ but is not damaged

Note 6: Specification correction: Was $300 \pm 10 V/T$. Now $280 \pm 10 V/T$. All parts manufactured to date, have been calibrated to $280 \pm V/T$

Figura 10 – Especificações do sensor de campo magnético do chip CSA-1V

Esse chip fornece uma voltagem que é proporcional ao campo magnético na direção perpendicular a sua superfície. A razão entre a voltagem de saída e o campo magnético tem o valor típico de 280 V/T. O *offset* máximo na voltagem é de 15 mV, o que corresponde a um campo de 50 μT . A relação entre voltagem e campo se mantém linear para campos de até 5 mT, e a sonda se satura para campos magnéticos de 7,5 mT.

Na figura 11 está mostrada a aparência externa da sonda Hall que será utilizada no curso.

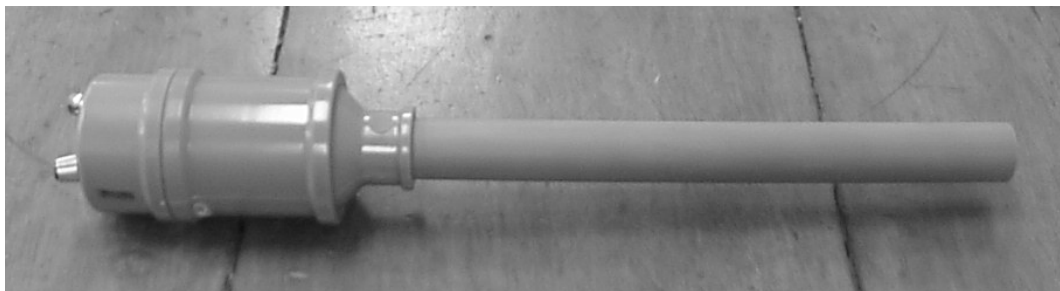


Figura 11 – Sonda Hall

A sonda possui um corpo longo em uma direção e o sensor Hall encontra-se localizado na extremidade. A direção de medida do campo neste sensor é ao longo do eixo da sonda. Para fazer as medidas, é preciso, além de ligar o botão de liga-

desliga, apertar o botão de acionamento. Isso existe para evitar que a bateria se descarregue muito rapidamente. A figura 12 mostra o conector BNC, que é a saída da sonda e deve ser ligado a um osciloscópio ou voltímetro, através de cabos apropriados, e o botão de acionamento, que deve ser apertado para fazer as medidas.



Figura 12 – Sonda Hall. À direita está o conector BNC, e à esquerda o botão de acionamento.

Em geral estamos interessados apenas no campo magnético gerado por uma configuração, e queremos desprezar o campo magnético da Terra e de outras fontes próximas. Então, temos que fazer uma medida preliminar, com a fonte de campo magnético que queremos medir desligada, para medir o *campo de fundo*, que deve ser subtraído da medida feita com a fonte ligada.

Para utilizar a sonda Hall na medida de campos magnéticos é necessário calibrá-la. Isso pode ser realizado usando uma fonte de campo magnético uniforme e conhecido. Este é o caso do campo magnético no centro de um solenoide, que pode ser calculado com boa precisão em função da corrente que o percorre e de suas dimensões geométricas usando a equação 25 (e fazendo $z = 0$).

II - Experimentos

Atenção: todas as medidas de corrente deverão ser realizadas com um amperímetro. Não utilize o indicador de corrente das fontes de tensão.

II.1 - Calibração da sonda Hall

➤ Conecte um solenoide longo de comprimento L e raio R em série com o amperímetro para medir a corrente. Alimente o conjunto com uma fonte de tensão (comece com 0 V e aumente lentamente a tensão até que a corrente seja de 0,25 A). Nunca deixe a corrente ultrapassar 3 A.

➤ Posicione a sonda Hall no centro do solenoide (como na figura 13) e meça a tensão nos terminais da sonda com um voltímetro. Meça também o campo de fundo, sem corrente no solenoide. A tensão Hall é a diferença entre esses valores.

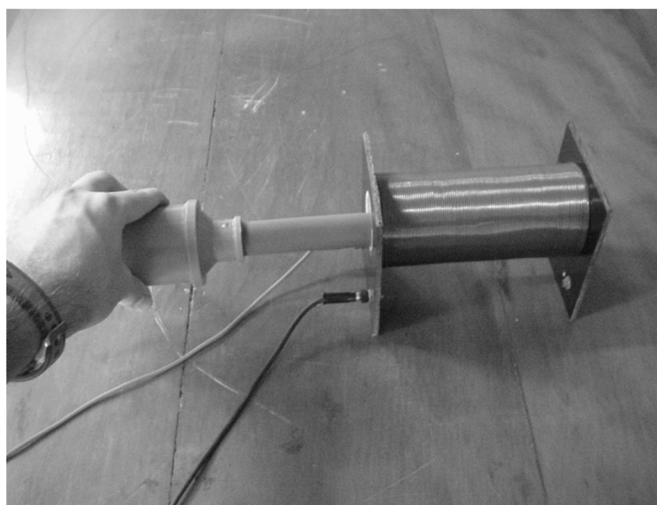


Figura 13 – Configuração para calibração da sonda Hall.

➤ Repita o item anterior, variando a corrente em passos de 0,25 A, até 2,5 A, anotando as respectivas leituras do voltímetro.

➤ Com os valores da corrente, do comprimento, diâmetro e número de voltas do solenoide, calcule o campo magnético no centro do mesmo (equação 25). Faça

um gráfico do campo magnético como função da tensão V nos terminais da sonda. Deste gráfico obtenha a curva de calibração da sonda Hall em Volts/Tesla.

Essa mesma sonda Hall será utilizada pelo seu grupo em práticas futuras, portanto identifique precisamente a sonda Hall que está utilizando.

Resultado das medidas de calibração da sonda Hall

Corrente (A)	Tensão Hall (mV)	Corrente (A)	Tensão Hall (mV)
Número de voltas do Solenoide = Comprimento = Diâmetro = Razão campo magnético / corrente = Fator de calibração =			

II.2 - Medida do campo magnético de um fio retilíneo

O fio retilíneo infinito será simulado, na prática, por uma bobina quadrada com N espiras ($N \cong 30$), como mostrado na figura 14.

➤ Inicialmente, ajuste a fonte para que a corrente na bobina seja aproximadamente 1A.

➤ Considere uma das arestas do quadrado como sendo um fio ao longo da direção z . Utilizando a sonda Hall, meça o campo magnético a meia altura do comprimento da aresta e na direção perpendicular a mesma (direção $\hat{\phi}$). Faça as medidas em função da distância radial r no lado de fora da bobina. Cuidado: r deve ser tomado como a distância o centro do sensor Hall (chip no interior da sonda) e o centro do conjunto de fios da bobina. Meça 10 valores, espaçados de 1 cm. Lembre-se sempre de descontar os campos de fundo.

➤ Em seguida, inverta a corrente da bobina, aumente-a para 2 A e repita o procedimento do item anterior.

➤ Faça um gráfico do campo magnético medido, em função de r , e o campo esperado (calculado utilizando a equação 10). Analise a concordância entre o resultado calculado e o experimental.

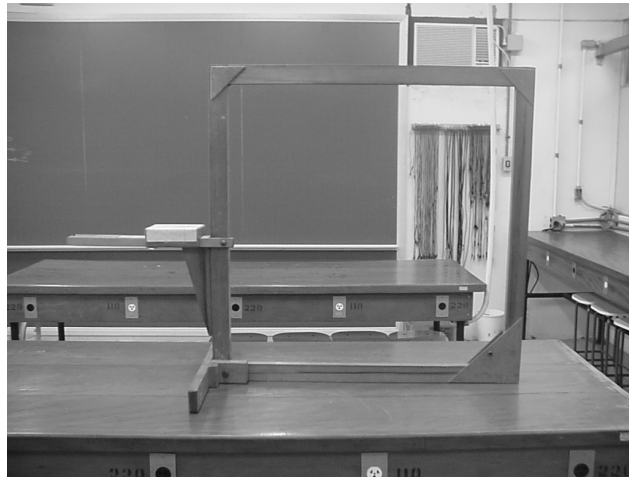


Figura 14 – Bobina quadrada utilizada no experimento de Lei de Ampère;

Resultado das medidas do campo magnético de um fio infinito (1)

r (cm)	Tensão Hall (V)	Campo magnético (T)
Corrente =		

Resultado das medidas do campo magnético de um fio infinito (2)

r (cm)	Tensão Hall (V)	Campo magnético (T)
Corrente =		

II.3 - Medida do campo magnético de uma bobina circular.

➤ Pegue uma das bobinas circulares disponíveis em sua bancada e meça as suas características (diâmetro, número de espiras).

➤ Coloque a sonda Hall no centro desta bobina (como na figura 15) e faça uma medida sem a aplicação de corrente. Nessa situação, a sonda estará medindo campos externos (campo da Terra, por exemplo) que deverão ser descontados dos valores medidos durante o experimento.

➤ Ajuste a corrente na fonte para 1 A e verifique se a leitura do voltímetro conectado a sonda está abaixo da tensão de saturação da mesma. Caso o sensor Hall esteja saturado reduza a corrente.

➤ Em seguida, meça o campo magnético, no eixo, em função de z . Meça 20 valores começando de $z = -20$ cm até $z = 20$ cm, espaçados de 2 cm. Como o campo local pode variar para diferentes valores de z , faça também uma medida de campo de fundo para cada posição.

➤ Inverta o sentido da corrente na bobina e observe o que acontece.

➤ Faça um gráfico do campo magnético medido e do campo esperado (calculado utilizando a equação 19). Analise a concordância entre o resultado calculado e o medido.

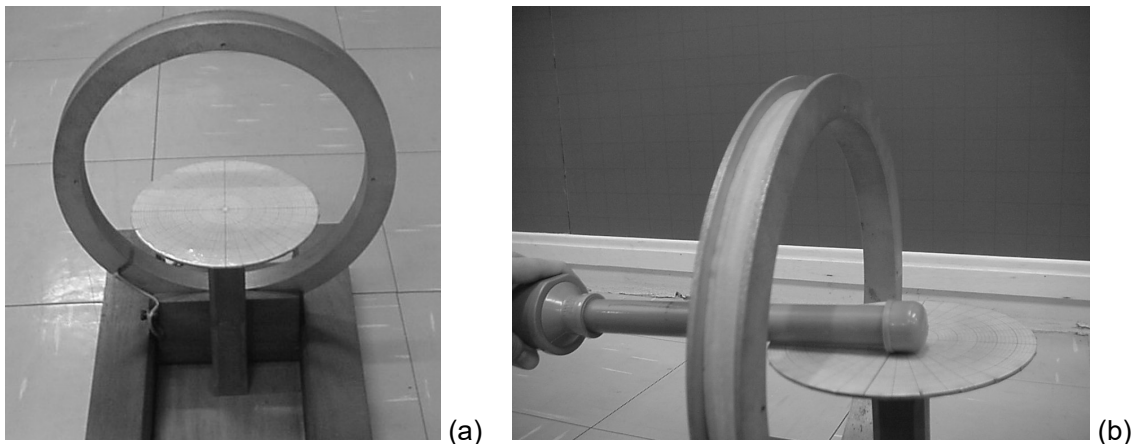


Figura 15 – (a) Bobina; (b) Medida do campo magnético gerado pela bobina usando uma sonda Hall.

➤Faça um gráfico do campo magnético medido e do campo esperado (calculado utilizando a equação 21). Analise a concordância entre o resultado calculado e o medido. Use também a expressão para o campo magnético para qualquer z e compare com o resultado experimental. Em que região o campo pode ser considerado uniforme? Exprese em termos de frações do raio da bobina.

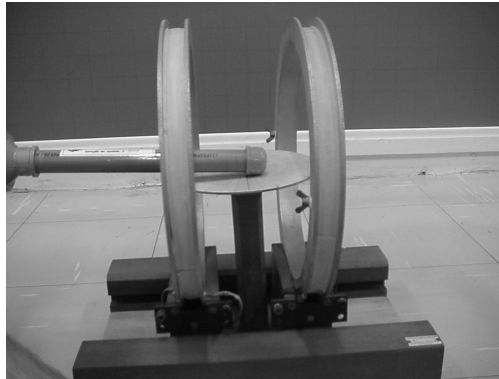


Figura 16 – Configuração para mapeamento do campo magnético de uma bobina de Helmholtz.

Resultado das medidas do campo magnético de uma bobina de Helmholtz

z (cm)	Tensão Hall (V)	Campo magnético (T)
Corrente =		

II.5 - Medida do campo magnético de uma bobina anti-Helmholtz.

➤ Inverta a corrente em apenas uma das bobinas e meça o campo magnético, no eixo, em função de z , com o zero no centro das duas bobinas. Meça 10 valores começando de $z = -10$ cm até $z = 10$ cm, espaçados de 2 cm.

➤ Faça um gráfico do campo magnético medido e do campo esperado (calculado utilizando a equação 22). Analise a concordância entre o resultado calculado e o medido. Em que região a dependência do campo magnético com z pode ser considerada linear? Expresse em termos de frações do raio da bobina.

Resultado das medidas do campo magnético de uma bobina anti-Helmholtz

z (cm)	Tensão Hall (V)	Campo magnético (T)
Corrente =		

Prática 4 - Lei de Indução de Faraday

Nesta prática, vamos estudar campos magnéticos que variam lentamente no tempo. Introduziremos a lei de indução de Faraday e a verificaremos experimentalmente. Introduziremos o conceito de indutância, uma grandeza elétrica que as bobinas apresentam ao serem submetidas a uma corrente que varia no tempo.

Sempre que surgir uma dúvida quanto à utilização de um instrumento ou componente, o aluno deverá consultar o professor para esclarecimentos.

I - Lei de Indução de Faraday

Uma das descobertas mais importantes do que conhecemos hoje como eletromagnetismo foi feita pelo inglês Michael Faraday em 1831. Quando Faraday aproximou dois circuitos elétricos, percebeu que no momento em que um deles era ligado ou desligado, aparecia por um instante de tempo uma corrente no outro circuito. Percebeu também que o sentido da corrente era diferente se o circuito estava sendo ligado ou desligado.

Para confirmar que era um efeito magnético, ele aproximou um ímã, e também observou o aparecimento de corrente. Essa corrente só se mantinha enquanto o ímã estava em movimento, e tinha sentido contrário dependendo se o ímã se aproximava ou se afastava. Ele também manteve o ímã fixo e movimentou o circuito, obtendo os mesmos resultados.

A conclusão de Faraday é que a variação do fluxo magnético que atravessa o circuito produz uma tensão elétrica, que dá origem à corrente. Na verdade, a própria ideia de fluxo é devida em grande parte a Faraday, que imaginava linhas de campo emanando de cargas elétricas e de magnetos para visualizar os campos elétricos e magnéticos, respectivamente. Essa forma de pensar só seria aceita e usada de forma sistemática pelos cientistas após sua morte, mas sua importância pode ser percebida pelo fato de Maxwell ter dado a seu primeiro artigo, de 1856, o título “*On Faraday’s lines of force*”. Em 1861, o artigo em que Maxwell corrige a lei de Ampère foi chamado de “*On physical lines of force*”.

As linhas de campo dão a direção do campo em cada ponto. O fluxo de campo sobre uma superfície aberta é proporcional ao número de linhas que cruzam essa superfície (contadas como positivas se cruzam em um sentido e negativas se cruzam no sentido oposto). Na notação de cálculo vetorial, o fluxo magnético é definido como:

$$\Phi_S = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad [1]$$

O campo magnético é solenoidal, ou seja, as linhas de campo são sempre fechadas. Isso tem duas consequências: o fluxo sobre qualquer superfície fechada é nulo, e o fluxo através de duas superfícies abertas com a mesma fronteira (limitadas pela mesma borda) é igual. Isso permite definir o fluxo através do circuito como sendo o fluxo através de uma superfície qualquer que tenha o circuito como fronteira.

De acordo com a lei de Faraday, a força eletromotriz (fem) induzida sobre o circuito é igual à taxa de variação do fluxo magnético. A forma matemática da lei da indução foi dada em 1845 pelo físico alemão Franz Ernst Neumann:

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_s}{dt} \quad [2]$$

Essa é a lei da indução na forma mais apropriada para se trabalhar com circuitos, pois relaciona parâmetros que podem ser medidos diretamente ou calculados a partir da geometria do circuito.

A fórmula acima só tem sentido se for definido o sentido do fluxo e da corrente induzida sobre o circuito, o que é dado pela regra da mão direita: ao curvar a mão direita no sentido da corrente induzida positiva, o polegar aponta no sentido do fluxo positivo. A figura 1 mostra essa regra sendo aplicada a um circuito quadrado.

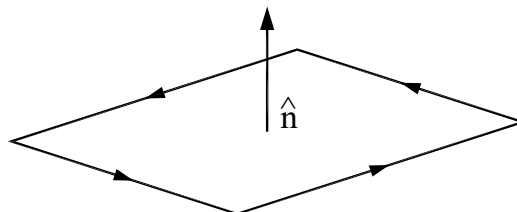


Figura 1 – Sentido da tensão (ou corrente) induzida positiva e do fluxo positivo em um circuito

A força eletromotriz induzida é nada mais do que a integral de linha do campo elétrico sobre o circuito. Logo podemos escrever:

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad [3]$$

Essa é a forma integral da lei de indução, expressa em função dos campos, e é uma das equações de Maxwell. Vemos que, se o campo magnético (e portanto o fluxo) estiver variando no tempo, o campo elétrico não é mais conservativo, ou seja, sua integral em um caminho fechado não é mais nula. Assim, não podemos mais pensar em potencial eletrostático, do qual o campo elétrico possa ser obtido fazendo $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$.

O sinal negativo da lei de indução, que dá o sentido da tensão induzida, é explicado pela chamada *lei de Lenz*, publicada por Heinrich Lenz em 1834 (além da lei que leva seu nome, Lenz também descobriu de forma independente a lei de Joule enquanto trabalhava na Universidade de São Petersburgo. Por esse motivo, na Rússia, essa lei é conhecida como lei de Joule-Lenz). O sinal negativo garante que a fem induzida é no sentido de criar um campo magnético que vai se *opor à variação* do fluxo. Em outras palavras, se o fluxo está aumentando, a tensão cria uma corrente que gera um fluxo negativo (na figura 1, isso corresponde a uma corrente no sentido oposto ao mostrado pelas setas).

A lei de Lenz é uma consequência da conservação de energia. Para ver isso, considere uma espira circular e um ímã com seus eixos alinhados, com o polo norte do ímã voltado para a espira, como na figura 2. Se o ímã se aproxima da espira (figura 2a), é induzida uma corrente anti-horária na espira (vista a partir do ímã). Assim, a espira passa a atuar como um eletroímã, com o polo norte voltado para o ímã, e eles se repelem. Caso o ímã esteja se afastando (figura 2b), a corrente seria no sentido horário, o polo sul estaria voltado para o ímã, e a força seria de atração. Em qualquer um dos casos, a força é contrária ao movimento. Se não fosse assim, um pequeno movimento em qualquer sentido geraria uma força no mesmo sentido, e a velocidade (e a energia cinética) iria aumentar indefinidamente, o que não é compatível com a conservação de energia.

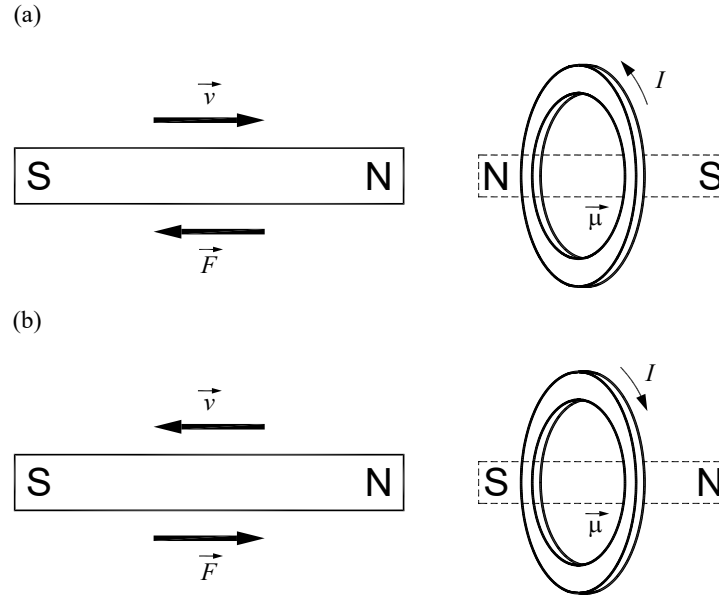


Figura 2 – Lei de Lenz aplicada a um ímã em movimento próximo a uma espira. (a) ímã se aproxima da espira, e é repelido. (b) ímã se afasta da espira, e é atraído.

Devido às contribuições de Neumann e Lenz, a lei da indução pode ser chamada de lei de Faraday, lei de Faraday-Lenz ou lei de Faraday-Neumann-Lenz.

II - Indutância mútua e autoindutância

A corrente em um circuito gera um campo magnético que produz fluxo sobre o próprio circuito; assim, a variação de corrente produz uma tensão no circuito, fenômeno que é conhecido como *autoindução*. O fluxo magnético é proporcional a corrente e a constante de proporcionalidade, que depende da geometria e das propriedades magnéticas do meio, é chamada de indutância (ou autoindutância) do circuito, denotada por L . Essa definição de indutância foi dada por Oliver Heaviside em 1886 (Heaviside foi também o criador dos termos impedância, condutância, permeabilidade e eletreto). De acordo com essa definição:

$$\Phi = LI \quad [4]$$

A autoindutância de um circuito é sempre positiva. Com esse conceito, podemos reescrever a lei de indução de Faraday para o caso de um circuito fixo:

$$\varepsilon = -L \frac{dI}{dt} \quad [5]$$

Se houver um segundo circuito próximo, a corrente nesse também pode produzir fluxo magnético sobre o primeiro, que é proporcional a corrente no segundo circuito. Dessa maneira, dois circuitos eletricamente isolados podem influenciar um ao outro quando a corrente em um deles estiver variando. Esse fenômeno é conhecido como *indução mútua*.

Os fluxos sobre os circuitos 1 e 2 pode ser escritos como:

$$\Phi_1 = L_{11}I_1 + L_{12}I_2 \quad [6a]$$

$$\Phi_2 = L_{21}I_1 + L_{22}I_2 \quad [6b]$$

Aqui a indutância mútua L_{12} relaciona o fluxo sobre o circuito 1 provocado pela corrente no circuito 2, e a autoindutância é representada com índices repetidos. Um fato importante, que não poderá ser provado aqui, é:

$$L_{12} = L_{21} \quad [7]$$

A indutância mútua é o coeficiente de proporcionalidade entre o fluxo em um circuito pela corrente em outro e seu valor pode ser positivo ou negativo. Um valor positivo significa que o aumento da corrente em um circuito provoca um aumento do fluxo no outro circuito, e portanto uma fem induzida que tende a diminuir a sua corrente. Depende, portanto, da definição (arbitrária) do sentido positivo das correntes em cada circuito.

III - Armazenamento de energia em indutores

Quando um circuito é desligado da fonte, sua corrente varia e ele pode induzir uma corrente em um outro circuito próximo. Isso pode parecer a princípio estranho, porque um campo magnético constante não realiza trabalho. No entanto, quando a corrente está aumentando, é necessário compensar a tensão induzida pela variação de corrente, e isso requer energia. É essa energia que fica armazenada (na forma de campo magnético) e pode ser reaproveitada em outro momento.

Vamos considerar um circuito de autoindutância L_1 , e vamos elevar sua corrente de 0 a I_1 . Sendo a corrente em certo instante dada por i_1 , a energia necessária para se chegar à corrente I_1 é dada pela soma dos trabalhos necessários para mover cargas dq contra a fem induzida, desde o início ($i_1 = 0$) até chegar na corrente I_1 :

$$W = -\int \varepsilon dq = \int L_1 \frac{di_1}{dt} i_1 dt = L_1 \int_0^{I_1} i_1 di_1 = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 \quad [8]$$

Essa é a energia armazenada em um circuito devido à autoindutância. De modo análogo, se a corrente i_2 em um circuito próximo estiver variando de 0 a I_2 , a energia necessária para manter a corrente no primeiro circuito constante é:

$$W = \int L_{12} I_1 \frac{di_2}{dt} dt = L_{12} I_1 \int_0^{I_2} di_2 = L_{12} I_1 I_2 \quad [9]$$

Essa é a energia armazenada nos dois circuitos devido à indutância mútua. Desta forma, quando a corrente no circuito 1 for I_1 e a corrente em 2 for I_2 , a energia armazenada nessa configuração é:

$$W = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + L_{12} I_1 I_2 \quad [10]$$

A energia tem que ser positiva para quaisquer valores de I_1 e I_2 , porque, se não fosse assim, haveria uma situação com correntes energeticamente mais favorável do que a situação sem correntes e, portanto, poderiam ser observadas correntes aparecendo espontaneamente. A equação 11 pode ser considerada um polinômio de segundo grau em I_1 , e seu determinante deve ser negativo para que a expressão seja sempre positiva:

$$\Delta = (L_{12} - L_1 L_2) I_2^2 \leq 0 \quad [11]$$

A condição para isso é:

$$|L_{12}| \leq \sqrt{L_1 L_2} \quad [12]$$

A indutância mútua é sempre menor (em módulo) do que a média geométrica das autoindutâncias. Isso permite definir um parâmetro, denominado acoplamento magnético entre dois circuitos, que varia de 0 a 1:

$$k = \frac{|L_{12}|}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad [13]$$

Acoplamento magnético igual a 1 significa que as linhas de fluxo que atravessam um circuito são as mesmas que atravessam o outro. Acoplamento magnético igual a 0 significa que nenhuma linha de fluxo atravessa ambos os circuitos. O acoplamento magnético é uma medida da capacidade de dois circuitos influenciarem magneticamente um ao outro.

IV - Indutância de algumas configurações simples

IV.1 - Solenoide longo

O campo no interior de um solenoide longo, de raio r , número de espiras N e comprimento C , percorrido por corrente I , é:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{C} \quad [14]$$

Desta forma, o fluxo é dado por:

$$\phi = B N A = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{C} I \quad [15]$$

E a autoindutância é:

$$L = \frac{\phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{C} \quad [16]$$

IV.2 - Dois solenoides longos coaxiais (indutância mútua)

Vamos considerar dois solenoides coaxiais: o mais interno tem raio r_1 e N_1 voltas; o mais externo tem raio r_2 e N_2 voltas. O comprimento C dos dois é igual. Essa situação está mostrada na figura 3.

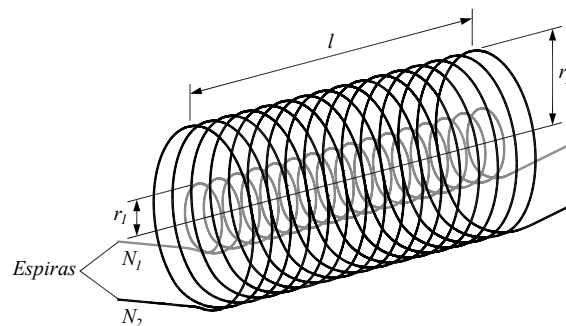


Figura 3 – Dois solenoides coaxiais

Na aproximação de solenoide longo, o campo magnético que o solenoide externo gera na região próxima ao eixo comum é:

$$B_2 = \frac{\mu_0 N_2 I_2}{C} \quad [17]$$

O fluxo sobre o solenoide interno é:

$$\phi_1 = B_2 N_1 A_1 = \frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi r_1^2}{C} I_2 \quad [18]$$

A indutância mútua é a razão entre o fluxo e a corrente:

$$L_{12} = \frac{\phi_1}{I_2} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi r_1^2}{C} \quad [19]$$

Ou seja, a indutância mútua depende apenas de fatores geométricos e das propriedades magnéticas do meio onde os solenoides estão inseridos. Vamos agora calcular a indutância mútua considerando que o campo é gerado pelo solenoide interno e induz corrente no solenoide externo. O campo devido ao solenoide interno é:

$$B_1 = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{C} \quad [20]$$

Esse campo está presente apenas na região interna ao solenoide interno, e é nulo fora. O fluxo sobre o solenoide externo é, portanto, proporcional à área do solenoide interno:

$$\phi_2 = B_1 N_2 A_1 = \frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi r_1^2}{C} I_1 \quad [21]$$

E a indutância mútua é dada por:

$$L_{21} = \frac{\phi_2}{I_1} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi r_1^2}{C} \quad [22]$$

Vemos então que $L_{12} = L_{21}$ e de acordo com o que foi dito anteriormente, trata-se de uma relação geral. O acoplamento magnético entre os dois solenoides é:

$$k = \frac{r_1}{r_2} \quad [23]$$

V - Experimentos

Para quantificar o comportamento instantâneo de tensões, correntes e campos magnéticos que variam no tempo, utilizaremos um osciloscópio. Portanto, preste muita atenção na ligação do osciloscópio para que os cabos “terra” estejam sempre ligados no mesmo ponto do circuito.

V.1 - Medida do campo magnético e autoindução de um solenoide percorrido por uma corrente que varia no tempo

➤ Monte um circuito, como o mostrado na figura 4, utilizando um resistor de 10Ω em série com uma bobina solenoidal.

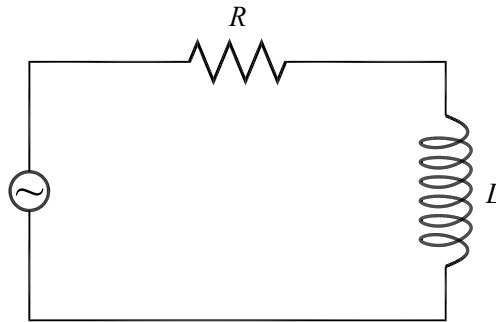


Figura 4 – Circuito para alimentar um indutor com corrente alternada

➤ Ajuste o gerador de funções para a máxima tensão (amplitude) e uma onda senoidal com frequência de aproximadamente 1 kHz.

➤ Para obter a corrente que percorre a bobina, meça a tensão sobre o resistor (que é proporcional à corrente) no canal 1 do osciloscópio.

➤ Conecte a saída da sonda Hall no canal 2 do osciloscópio. Introduza a sonda no centro da bobina maior (como na figura 5). Observe a curva de tensão na sonda Hall (proporcional ao campo magnético no centro da bobina) juntamente com a curva da tensão nos terminais do resistor (ajuste o osciloscópio para visualizar ambos os canais, em modo Alt e canal 2 normal). Compare as curvas da corrente (medida no canal 1 do osciloscópio) e da tensão Hall (medida no canal 2 do osciloscópio) e discuta a relação de fases entre elas. O comportamento observado é o esperado? Explique por que.

- Utilizando os dados da calibração da sonda Hall, obtenha o campo magnético como função do tempo no interior do solenoide.
- Faça um esboço do gráfico do campo magnético e da corrente na bobina em papel milimetrado, indicando os parâmetros relevantes (valor de pico, período e fase relativa).
- Utilizando os parâmetros geométricos da bobina, as características magnéticas do meio, e a corrente do circuito, faça um gráfico do campo magnético como função do tempo utilizando a equação para o campo do solenoide finito de comprimento L . Compare essa curva com a curva experimental esboçada no item anterior.
- Ajuste o canal 1 para medir a tensão nos terminais do solenoide e observe a curva de tensão juntamente com a curva da tensão Hall (canal 2 do osciloscópio). Faça um esquema do campo magnético e da tensão nos terminais do solenoide, indicando os parâmetros relevantes. Compare as curvas da tensão nos terminais do solenoide e da tensão Hall e discuta a relação de fases entre elas. O comportamento observado é o esperado? Explique por que.

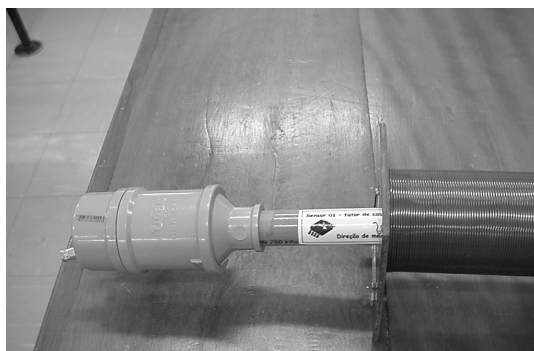


Figura 5 – Configuração para medir o campo magnético no interior de um solenoide

Medida do campo magnético e autoindução de um solenoide percorrido por uma corrente que varia no tempo

Período =	
Corrente (pico-a-pico) =	
Tensão Hall (pico-a-pico) =	
Campo Magnético (pico-a-pico) =	
Fase relativa entre corrente e campo magnético =	
Tensão nos terminais do solenoide (pico-a-pico) =	
Fase relativa entre a tensão nos terminais do solenoide e a corrente =	

V.2 - Caracterização da tensão induzida em uma bobina

➤ Na montagem anterior, aplique um sinal de tensão com forma de onda triangular de frequência 100 Hz e utilize a bobina maior como indutor.

➤ Conecte a saída da sonda Hall no canal 2 do osciloscópio. Introduza a sonda no centro da bobina maior (como na figura 5). Observe a curva de tensão na sonda Hall (proporcional ao campo magnético no centro da bobina) juntamente com a curva da tensão nos terminais do resistor (ajuste o osciloscópio para visualizar ambos os canais, em modo Alt e canal 2 normal). Compare as curvas da corrente da tensão Hall e discuta a forma das curvas. O comportamento observado é o esperado? Explique por que utilizando as equações pertinentes.

➤ Mantendo o circuito anterior, insira a bobina de prova, também solenoidal, no centro da bobina maior, como mostrado na figura 6. O suporte branco serve para garantir que as bobinas fiquem coaxiais.

➤ Use o canal 1 do osciloscópio para medir a tensão sobre o resistor e o canal 2 para medir a tensão induzida na bobina de prova. Compare esses sinais. O comportamento observado é o esperado? Explique por que usando as equações pertinentes.

➤ Repita os procedimentos anteriores aplicando na bobina maior uma onda quadrada de 100 Hz.

Indutância mútua entre dois solenoides: onda triangular e quadrada no solenoide maior

Forma de onda na bobina maior	Forma de onda na bobina menor
Onda triangular	
Onda quadrada	

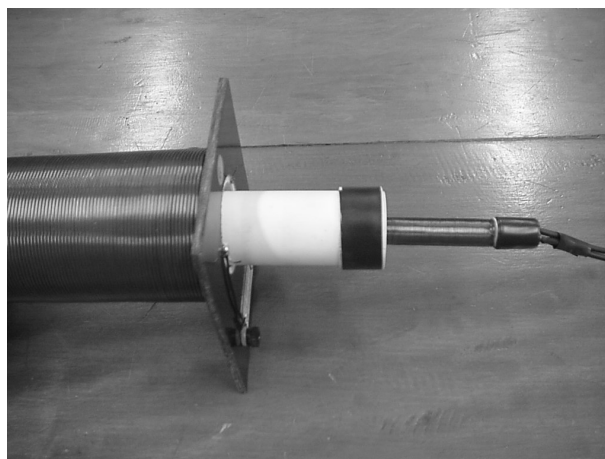


Figura 6 – Bobina de prova sendo colocada no centro da bobina maior.

V.3 - Determinação da indutância mútua entre dois solenoides

Na montagem anterior, aplique um sinal de tensão com forma de onda senoidal de frequência 1 kHz na bobina maior.

➤ Use o canal 1 do osciloscópio para medir a tensão sobre o resistor e o canal 2 para medir a tensão induzida na bobina de prova. Compare esses sinais. Compare as formas de onda observadas e discuta a relação de fases entre elas. O comportamento observado é o esperado? Explique por que.

➤ Faça um esquema em papel milimetrado das formas de onda das tensões observadas indicando os parâmetros relevantes.

➤ Varie a frequência da fonte para 500, 1000, 1500, 2000, 2500 Hz. Para cada frequência meça a amplitude da corrente no solenoide externo (I_0) e a força eletromotriz induzida (\mathcal{E}_0) na bobina de prova. Faça um gráfico de \mathcal{E}_0 como função de ωI_0 . Qual deve ser o comportamento da curva segundo a lei de Faraday? Determine a indutância mútua a partir desta curva.

➤ Calcule a indutância mútua utilizando a expressão 19. Compare o valor calculado com o valor determinado experimentalmente, discutindo eventuais discordâncias.

Indutância mútua entre dois solenoides: onda senoidal no solenoide maior

Período =	
Corrente =	
Tensão induzida na segunda bobina =	
Indutância mútua =	
Indutância mútua esperada (equação 19) =	

Prática 5 – Circuitos de Corrente Alternada I – Circuitos RC e RL

Nesta prática, estudaremos circuitos de corrente alternada e introduziremos a notação complexa para análise dos mesmos. Em particular, estudaremos as curvas de tensão versus corrente para resistores, indutores e capacitores submetidos a tensões alternadas. Estudaremos também os circuitos RC e RL e sua utilização como filtros de frequências.

Sempre que surgir uma dúvida quanto à utilização de um instrumento ou componente, o aluno deverá consultar o professor para esclarecimentos.

I - Definições gerais

Nos circuitos de corrente contínua, a resistência elétrica é a única grandeza que expressa o impedimento à passagem da corrente elétrica. Em corrente alternada, existem outros efeitos além do resistivo que influenciam a passagem de corrente no circuito: a indutância quando o circuito contém bobinas, ou a capacitância quando o circuito contém capacitores, por exemplo. Deste modo, a razão tensão/corrente em um circuito de corrente alternada não depende apenas das resistências elétricas do mesmo.

Por esse motivo, a razão entre tensão e corrente em um circuito de corrente alternada recebe um outro nome: impedância, um termo que foi proposto por Oliver Heaviside em 1886. Heaviside deu grandes contribuições à teoria eletromagnética, tendo reformulado as equações de Maxwell na notação vetorial moderna. As contribuições de Heaviside também incluem o cálculo vetorial, métodos de resolução de equações diferenciais e teoria de circuitos elétricos e linhas de transmissão, além de ter introduzido outros termos como indutância, condutância e eletretos.

A impedância de um circuito é composta de três componentes:

- Z_R : componente resistiva da impedância ou simplesmente resistência (R);
- Z_C : componente capacitiva da impedância ou reatância capacitiva (X_C);
- Z_L : componente indutiva da impedância ou reatância indutiva (X_L);

Outra grandeza importante na descrição de circuitos de corrente alternada é a frequência das tensões e correntes do circuito. A frequência linear é medida em Hertz (Hz) e é igual ao número de ciclos por segundo; seu símbolo é usualmente f . A frequência angular é medida em rad/s e é igual à taxa de variação da fase da corrente. Seu símbolo é normalmente ω e a relação entre as duas é:

$$\omega = 2\pi f \quad [1]$$

II - Circuitos Resistivos, Capacitivos ou Indutivos

Na prática, é impossível obter circuitos de corrente alternada com características puramente resistivas, indutivas ou capacitivas. Mesmo assim, é didático tratar esses casos ideais, para se ter uma ideia de seu comportamento. Neste caso, o tratamento pode ser feito através de equações diferenciais simples. As características previstas individualmente são mantidas quando tratarmos de circuitos que contenham combinações desses elementos.

II.1 - Circuito Puramente Resistivo

Anteriormente, estudamos os efeitos da tensão e da corrente contínua em resistores. Agora vamos estudar um resistor submetido a uma fonte de tensão alternada da forma $V = V_0 \cos(\omega t + \delta)$, como na figura 1.

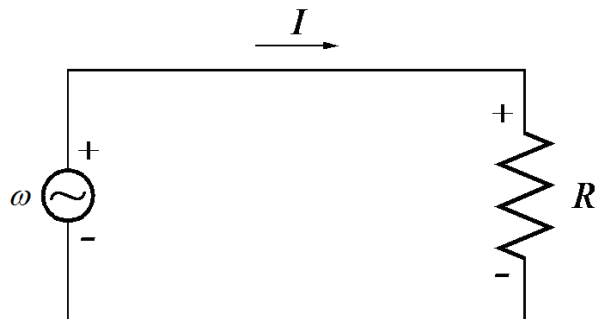


Figura 1 – Esquema elétrico de um circuito puramente resistivo.

A corrente que flui através do resistor pode ser calculada utilizando-se a lei de Ohm:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V_0}{R} \cos(\omega t + \delta) = I_0 \cos(\omega t + \delta) \quad [2]$$

Neste caso, observamos que tensão e corrente variam cossenoidalmente no tempo, e não existe diferença de fase entre ambas. A amplitude da corrente, I_0 , é dada simplesmente por V_0 / R . A potência instantânea dissipada no resistor é dada por:

$$P = VI = \frac{V_0^2}{R} \cos^2(\omega t + \delta) \quad [3]$$

O valor médio da potência dissipada em um ou mais períodos completos é dado por:

$$P_{med} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{V_0^2}{R} \cos^2(\omega t + \delta) dt = \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{R} \quad [4]$$

Na equação 4, T representa um ou mais períodos completos. Vemos dessa equação que a potência média é diferente de zero para qualquer valor ω , isto é, independentemente da frequência um resistor sempre dissipa a mesma potência elétrica em um circuito onde tensão e corrente variam no tempo.

A impedância do circuito, em módulo, é dada pela razão entres os valores de pico da tensão (V_0) e da corrente (I_0):

$$Z = \frac{V_0}{I_0} = R \quad [5]$$

Portanto, neste caso a impedância é simplesmente a resistência do circuito.

II.2 - Circuito Puramente Capacitivo:

Na figura 2 mostramos um capacitor submetido a uma diferença de potencial V da forma $V = V_0 \cos(\omega t + \delta)$. A carga acumulada no capacitor é $Q = Q_0 \cos(\omega t + \delta)$, onde $Q_0 = CV_0$.

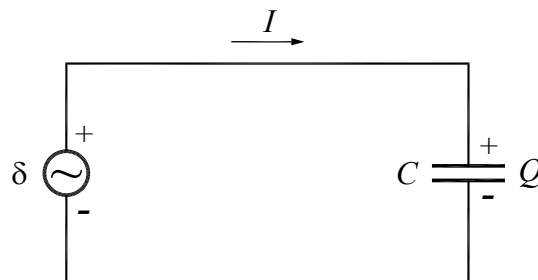


Figura 2 – Esquema elétrico de um circuito puramente capacitivo.

A corrente I que flui através do circuito pode ser calculada da seguinte forma:

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\omega CV_0 \text{sen}(\omega t + \delta) = I_0 \cos(\omega t + \delta + \pi/2) \quad [6]$$

Neste caso, observamos que tensão e corrente variam no tempo, mas estão fora de fase por um ângulo de 90° ($\pi/2$ rad). Em um circuito puramente capacitivo a corrente é adiantada em relação à tensão (ou seja, o pico de corrente ocorre antes do pico de tensão) e tem amplitude dada por $I_0 = \omega CV_0$. Note que esse comportamento é de fato esperado, pois assim que o capacitor descarregado é ligado no circuito a corrente é máxima e a tensão é mínima (pois o capacitor está descarregado) e à medida que o tempo passa a corrente diminui e a tensão aumenta (a carga vai se acumulando nas placas do capacitor) e depois de um certo tempo a corrente é zero e a tensão é máxima (capacitor carregado). A potência dissipada neste circuito é dada por:

$$P = VI = -CV_0^2 \cos(\omega t + \delta) \text{sen}(\omega t + \delta) \quad [7]$$

A potência média é:

$$P_{med} = CV_0^2 \frac{1}{T} \int_0^T \text{sen}(\omega t + \delta) \cos(\omega t + \delta) dt = \frac{1}{2} CV_0^2 \frac{1}{T} \int_0^T \text{sen}(2\omega t + 2\delta) dt = 0 \quad [8]$$

A potência média dissipada em um circuito puramente capacitivo é sempre nula, para qualquer valor de ω . Em outras palavras, um capacitor não dissipa potência, ele, simplesmente, armazena energia (em forma de energia eletrostática) durante uma parte do ciclo para fornecê-la durante a outra parte, de modo que o fluxo médio é nulo.

A impedância do circuito, em módulo, é dada pela razão entre os valores máximos de tensão (V_0) e de corrente (I_0), ou seja:

$$Z = X_C = \frac{V_0}{I_0} = \frac{1}{\omega C} \quad [9]$$

A impedância capacitiva (ou reatância capacitiva) é inversamente proporcional à frequência da tensão alternada. No limite de tensão contínua, vai a infinito, o que significa que não há corrente. De fato, quando um capacitor é ligado a uma fonte de tensão contínua, ele se carrega (usualmente de forma rápida) até a tensão da fonte e a corrente deixa de circular.

II.3 - Circuito Puramente Indutivo:

Na figura 3 mostramos um indutor submetido a uma força eletromotriz V da forma $V = V_0 \cos(\omega t + \delta)$.

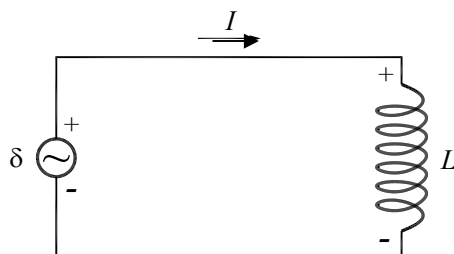


Figura 3 – Esquema elétrico de um circuito puramente indutivo.

A diferença de potencial sobre o indutor pode ser escrita como:

$$V = L \frac{dI}{dt} = V_0 \cos(\omega t + \delta) \quad [10]$$

A corrente I que flui através do circuito pode ser calculada da seguinte forma:

$$I = \frac{V_0}{L} \int \cos(\omega t + \delta) dt = \frac{V_0}{\omega L} \text{sen}(\omega t + \delta) + C = I_0 \cos(\omega t + \delta - \frac{\pi}{2}) + C \quad [11]$$

A tensão e a corrente variam periodicamente no tempo, e estão fora de fase por um ângulo de 90° . Entretanto, no caso do circuito puramente indutivo a corrente é atrasada em relação à tensão. Esse resultado pode ser compreendido qualitativamente se lembrarmos que a força contraeletromotriz no indutor é proporcional a taxa de variação da corrente no tempo (lei de Faraday-Lenz). Quando o indutor é ligado ao circuito ele se comporta como um curto-circuito (estamos desprezando o efeito resistivo) e a corrente tende a aumentar rapidamente (máxima taxa de variação). Imediatamente aparece uma tensão nos terminais do indutor (força contraeletromotriz) de modo a impedir que a corrente se estabeleça. À medida que o tempo passa a força eletromotriz da fonte faz com que a corrente vá se estabelecendo de forma mais lenta e a tensão no indutor vai diminuindo até que a corrente atinja um valor que equilibra e a tensão nos terminais do indutor seja nula. O pico de máxima tensão no indutor ocorre antes da máxima corrente e, portanto, a tensão está adiantada em relação a corrente. Como no caso do circuito puramente capacitivo, a potência média dissipada no circuito é nula para qualquer

valor de ω . O indutor armazena energia (em forma magnética) durante uma parte do ciclo e fornece essa energia na outra parte do ciclo.

A impedância do circuito é, em módulo, a razão entre V_0 e I_0 , ou seja:

$$Z = X_L = \frac{V_0}{I_0} = \omega L \quad [12]$$

A impedância de um circuito puramente indutivo cresce com a frequência, e vai a zero em circuitos de corrente contínua. De fato, como nesses circuitos a corrente não varia, a tensão sobre o indutor é nula.

Um indutor real (bobina) é composto por muitas voltas de fios enrolados e possui, além da indutância, uma resistência. Assim, costuma-se dizer que, na prática, toda indutância vem sempre acompanhada de uma resistência. Porém essa afirmação não é totalmente verdadeira, já que hoje existem materiais que em baixas temperaturas podem atingir o estado supercondutor e ter resistência elétrica nula. Em outras palavras uma bobina feita de um material supercondutor é um indutor puro, ou seja, converte energia elétrica em energia magnética da forma mais eficiente possível. Isso pode parecer a princípio uma idealização sem muita aplicação, mas, de fato, nos equipamentos de ressonância magnética nuclear, comuns em hospitais hoje em dia, a geração do alto campo magnético necessário ao experimento (ou exame clínico, no caso) é feita através de um solenoide feito de material supercondutor, justamente para aproveitar essa máxima eficiência na conversão de energia elétrica em energia magnética.

III - A notação complexa

Na análise de circuitos de corrente alternada, é bastante útil usar o formalismo da impedância complexa, que usa as propriedades das exponenciais imaginárias para simplificar a análise de problemas que envolvem valores (tensões e correntes) que variam senoidalmente. A grande vantagem é que as equações diferenciais lineares transformam-se facilmente em equações algébricas. Em todos os casos, o valor de fato das tensões e correntes (valor que pode ser medido em um experimento) é a parte real do número complexo.

Na notação complexa, tensão e corrente alternadas senoidais são expressas como:

$$V(t) = V_0 e^{i\omega t} \quad [13a]$$

$$I(t) = I_0 e^{i\omega t} \quad [13b]$$

Sendo que V_0 e I_0 podem assumir valores complexos. Note que a parte real de $I(t)$ (equação 13b) se reduz à equação 2 se substituirmos a amplitude (complexa) I_0 da equação 13b pelo número complexo $I_0 e^{i\delta}$, com I_0 e δ reais. O conceito de impedância também pode ser generalizado na notação complexa, como sendo a razão entre os valores complexos da tensão e da corrente. O resultado é em geral um número complexo, cujo módulo é igual à impedância real (razão entre os valores de pico) e o argumento é igual à diferença de fase entre a corrente e a tensão (positivo se a tensão for adiantada com relação à corrente).

No caso de um resistor, a tensão e a corrente estão em fase, logo a impedância complexa é um número real, igual à impedância real:

$$Z_R = R \quad [14]$$

No caso do capacitor, a corrente é adiantada de 90° em relação à tensão, logo a impedância complexa está no eixo imaginário negativo. Seu módulo é dado pela equação 9. Portanto:

$$Z_C = \frac{V_0}{I_0 e^{i\pi/2}} = \frac{V_0}{iI_0} = -iX_C = -\frac{i}{\omega C} \quad [15]$$

No caso do indutor, a corrente é atrasada de 90° em relação à tensão, logo a impedância complexa está no eixo imaginário positivo, com módulo dado pela equação 12. Portanto:

$$Z_L = \frac{V_0}{I_0 e^{-i\pi/2}} = \frac{V_0}{-iI_0} = iX_L = i\omega L \quad [16]$$

IV - Circuitos RC e RL série

Na análise dos circuitos esquematizados na figura 4a e 4b, utilizaremos o formalismo da impedância complexa. Vamos assumir que os circuitos são alimentados por uma fonte de tensão senoidal da forma $V = V_0 \cos(\omega t + \delta)$, que na notação complexa se escreve $V(t) = V_0 e^{i\omega t}$. A corrente que atravessa o circuito é também senoidal, e dada por $I(t) = K e^{i\omega t}$.

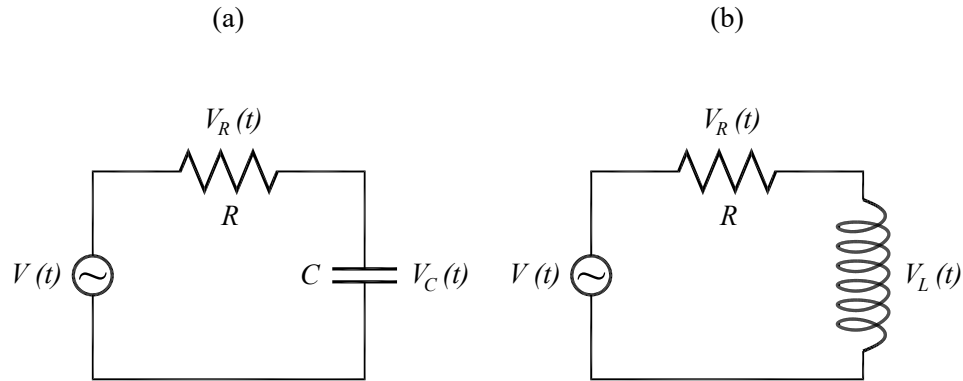


Figura 4: Circuitos de corrente alternada. (a) RC; (b) RL

Para o circuito RC, utilizando a lei de Kirchhoff, podemos escrever:

$$V(t) = V_R + V_C \quad [17]$$

As tensões no resistor e no capacitor são dadas por:

$$V_R = RI(t) = RKe^{i\omega t} \quad [18]$$

$$V_C = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int I(t) dt = \frac{K}{i\omega C} e^{i\omega t} \quad [19]$$

Substituindo na equação 17 e cancelando a exponencial que é comum a todos os termos, obtemos:

$$V_0 = R.K + \frac{K}{i\omega C} \quad [20]$$

Isso permite determinar K :

$$K = \frac{V_0}{R - i \frac{1}{\omega C}} \quad [21]$$

A impedância complexa é a razão entre os valores complexos da tensão e da corrente:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{V_0}{K} = R - i \frac{1}{\omega C} \quad [22]$$

O módulo da impedância, que é a razão entre os valores de pico da tensão e da corrente, é o módulo desse valor:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad [23]$$

No circuito RL (figura 4b) a tensão sobre o indutor é dada por:

$$V_L = L \frac{di}{dt} = \omega L K e^{i\omega t} \quad [24]$$

A tensão total é dada por $V(t) = V_R + V_L$. Logo:

$$V_0 = RK + i\omega LK \quad [25]$$

Logo:

$$K = \frac{V_0}{R + i\omega L} \quad [26]$$

A impedância complexa e o seu módulo são, portanto:

$$Z = R + i\omega L \quad [27]$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad [28]$$

Com o formalismo de impedâncias complexas a análise dos circuitos de corrente alternada fica muito parecida com o tratamento dado aos circuitos de corrente contínua. Do mesmo modo que uma combinação de resistores em série e em paralelo pode ser representada por um único resistor equivalente, um circuito contendo uma combinação arbitrária de resistores, indutores e capacitores pode ser representado por uma impedância total Z . As equações 22 e 27 mostram que a impedância complexa equivalente de componentes ligados em série é a soma das impedâncias complexas individuais, como acontece com as resistências em circuitos de corrente contínua. Da mesma forma, a regra de associação de impedâncias complexas em paralelo é idêntica à das resistências.

No entanto, devemos ressaltar que:

➤ O formalismo de impedância complexa é útil para tratar relações lineares, como, por exemplo, uma equação de malha, mas não pode ser usado quando as relações não são lineares, como no cálculo de potência.

➤ O formalismo de impedância complexa pode ser aplicado diretamente a circuitos com geradores de onda senoidal, mas não a circuitos com geradores de outro tipo de onda.

V - Filtros RC (“passa-alta”) e RL (“passa-baixa”)

Os circuitos RL e RC possuem propriedades muito interessantes quando analisados como função da frequência. Esses circuitos funcionam como filtros elétricos e são utilizados em instalações elétricas e equipamentos eletrônicos para rejeitar ruído e para protegê-los, por exemplo, contra transientes induzidos pela queda de raios durante as tormentas. De modo geral um filtro pode ser representado como um circuito com dois terminais de entrada e dois de saída, como na figura 5.

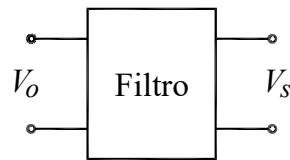


Figura 5 – Representação de um filtro elétrico

Todo filtro é caracterizado por uma função de transferência, $T(\omega)$, definida como sendo o quociente entre a tensão (complexa) nos terminais de saída pela tensão (complexa) nos terminais da entrada:

$$T(\omega) = \frac{V_s}{V_o} = \frac{(V_s)_{\max}}{(V_o)_{\max}} e^{i\phi} \quad [29]$$

O módulo da função de transferência é a razão entre os valores de pico da tensão nos terminais de saída e entrada e o argumento é a diferença de fase entre eles (positivo se a saída estiver adiantada em relação à entrada).

V.1 - Filtro RC (ou “passa alta”)

A associação em série de um resistor e um capacitor (mostrado na figura 4a) forma um circuito simples, porém de muita utilidade. Neste circuito, observa-se um comportamento característico da tensão no resistor (V_R) em função da frequência. Considerando que a saída do filtro está nos terminais do resistor, a função de transferência pode ser escrita da seguinte forma:

$$T(\omega) = \frac{V_R}{V_o} = \frac{R}{Z} = \frac{1}{1 - i \frac{1}{\omega RC}} \quad [30]$$

O módulo da função de transferência é:

$$|T(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}} \quad [31]$$

Para altas frequências ($\omega \gg 1/RC$), a tensão de V_R é aproximadamente igual à tensão de entrada do gerador (V_0). Em baixas frequências, V_R é menor que a tensão de entrada. Logo este circuito privilegia a passagem de correntes alternadas com altas frequências, sendo por isso conhecido como *filtro passa alta*. Na frequência $\omega_0 = 1/RC$, metade da potência fornecida é atenuada pelo circuito, e por isso esse valor é denominado *frequência de meia potência*. A função de transferência pode ser escrita em termos dessa frequência:

$$|T(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_0 / \omega)^2}} \quad [32]$$

Normalmente, a função de transferência é definida em termo das tensões. Entretanto, em algumas aplicações, é mais interessante pensar em termos de potência. Para uma dada carga que será alimentada pela saída do filtro, a potência é proporcional ao quadrado da tensão. Portanto, a razão entre as potências é igual ao quadrado da função de transferência.

V.2 - Filtro RL (ou “passa-baixa”)

Análogo ao discutido anteriormente, a associação em série de um resistor e um indutor, figura 4b, forma um outro circuito de grande utilidade. Neste caso, a função de transferência (tomando novamente a saída como a tensão no resistor) pode ser escrita como:

$$T(\omega) = \frac{V_R}{V_0} = \frac{R}{Z} = \frac{1}{1 + i \frac{\omega L}{R}} \quad [33]$$

E seu módulo é dado por:

$$|T(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}} \quad [34]$$

Neste circuito, a tensão V_R é aproximadamente igual a tensão V_0 para baixas frequências ($\omega \ll R/L$). Em altas frequências a tensão V_R sobre a resistência (ou seja, a corrente) é atenuada e por isso o filtro é denominado filtro *passa baixa*. A frequência $\omega_0 = R/L$ é a frequência de meia potência, como no filtro RC. Esta frequência pode ser adotada como a “frequência de corte” do filtro. A função de transferência pode ser escrita em termos dessa frequência:

$$|T(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega / \omega_0)^2}} \quad [35]$$

A figura 6a mostra o gráfico da função de transferência para os filtros RC e RL. Já na figura 6b, pode-se ver um gráfico de potência, que é igual ao quadrado da função de transferência, de cada um desses filtros. Note no gráfico do quadrado da função de transferência que, quando $T(\omega)^2 = 0.5$ $\omega = \omega_0$, justificando a denominação frequência de meia potência.

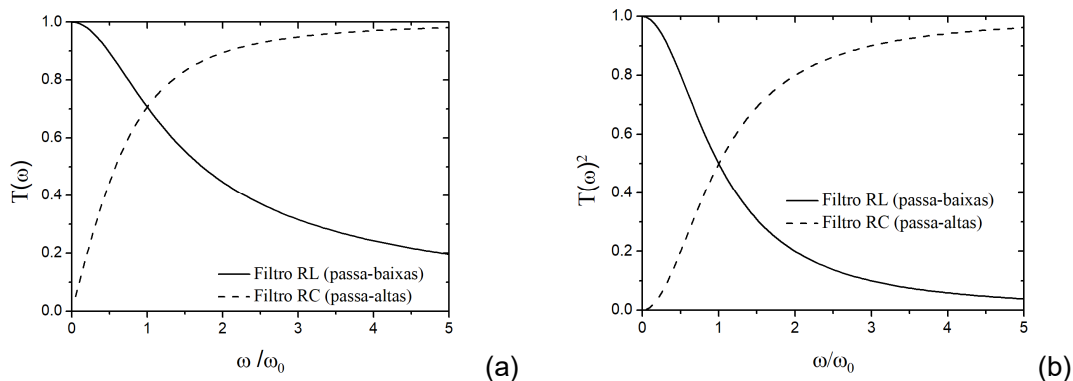


Figura 6 – Resposta de filtros RC e RL em função da frequência. (a) Função de transferência. (b) Relação entre potência de saída e potência de entrada.

Os filtros RC e RL são muito usados como filtros de frequência em várias aplicações. Um exemplo é a caixa de som com vários alto falantes. O alto falante maior, chamado de *woofer*, executa melhor os sons graves (de baixa frequência), e o alto falante menor (o *twitter*) executa melhor os agudos (de alta frequência). O sinal que vai para o *woofer* passa por um filtro passa baixa (RL), e o sinal que vai para o *twitter* passa por um filtro passa alta (RC). O resultado é que cada alto falante reproduz apenas a faixa de frequências para a qual seu desempenho é melhor, e assim não se desperdiça potência do amplificador acionando um alto falante em frequências onde ele não responde bem.

VI - Experimentos

Para quantificar o comportamento instantâneo de tensões e correntes que variam no tempo, utilizaremos um osciloscópio. Portanto, preste muita atenção na ligação do osciloscópio para que os cabos “terra” estejam sempre ligados no mesmo ponto do circuito.

VI.1 - Curva $V \times I$ de resistores, capacitores e indutores

Nesta parte da prática estaremos interessados em caracterizar o comportamento instantâneo das curvas de tensões como função da corrente (curvas $V \times I$) para resistores, indutores e capacitores. Utilizaremos um osciloscópio e um gerador de funções para medir a curva $V \times I$ de resistores, capacitores e indutores em regime de corrente alternada. Para isso, use a montagem ilustrada na figura 7, com o osciloscópio no modo X-Y. No canal 1 (eixo horizontal), você deverá medir a corrente, a menos de um fator de escala (lembre-se que, em um resistor, $I = V / R$); no canal 2 (eixo vertical), você deverá medir a tensão sobre o componente.

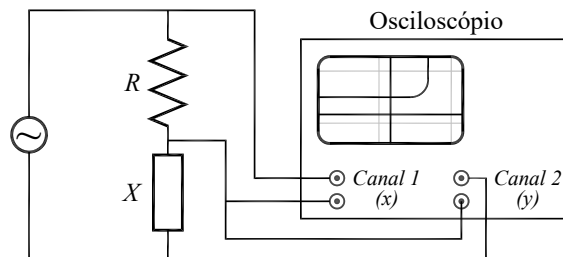


Figura 7 – Circuito utilizado para medir a curva V-I característica de componentes eletrônicos.

- Coloque um resistor de $R = 1 \text{ k}\Omega$ e ajuste o gerador de sinais para um sinal senoidal de máxima amplitude e frequência de cerca de 1 kHz.
- Configure o osciloscópio no modo X-Y, ambos os canais em 5 V/div e acoplamento DC e o canal 2 invertido (justifique o porquê em seu relatório).
- Coloque um resistor no lugar do componente X e observe a curva $V \times I$ na tela do osciloscópio. Varie a frequência da fonte (de alguns Hz até dezenas de kHz)

e descreva o que acontece com a curva. Você deverá observar uma reta com o mesmo coeficiente angular em qualquer frequência. Determine o coeficiente angular e explique esse resultado.

➤ Coloque um capacitor de $0,22 \mu\text{F}$ no lugar do componente X e observe a curva $V \times I$ na tela do osciloscópio. Varie a frequência da fonte (desde alguns Hz até dezenas de kHz) e descreva como é a curva observada e o seu comportamento como função da frequência. Formule matematicamente o problema de modo a prever o tipo de curva observada e o comportamento como função da frequência.

➤ Coloque um indutor de 44 mH no lugar do componente X e observe a curva $V \times I$ na tela do osciloscópio. Varie a frequência da fonte (desde alguns Hz até dezenas de kHz) e descreva o que acontece com a curva. Formule matematicamente o problema de modo a prever o tipo de curva observada e o comportamento como função da frequência.

VI.2 - Filtro RC (passa alta)

Nesta parte da prática estaremos interessados em verificar o comportamento da curva de transferência de filtros passa alta.

➤ Monte o circuito RC mostrado na figura 8, com $R = 1 \text{ k}\Omega$ e $C = 0,22 \mu\text{F}$. Ajuste o gerador de funções para obter um sinal senoidal de frequência 1 kHz com amplitude máxima.

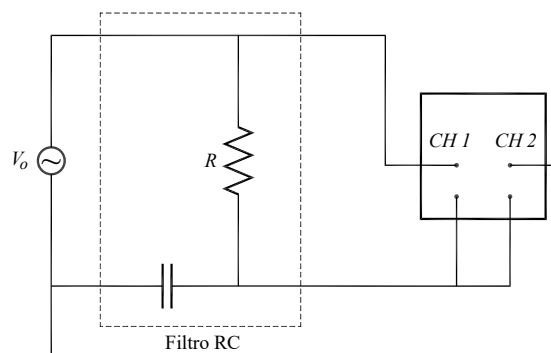


Figura 8 – Circuito para determinar a curva característica de um filtro RC

➤ Utilizando os dois canais do osciloscópio, levante a curva da função de transferência do circuito, ou seja, meça o valor da tensão no gerador (V_0) e na

➤Faça um gráfico da potência dissipada em R como função da frequência e, com esses dados, determine a frequência de corte do filtro. Compare com o valor esperado $\omega_0 = R/L$.

Apêndice: Modelo de Drude para correntes alternadas

O modelo de Drude é um modelo teórico que permite prever e calcular as propriedades elétricas de materiais. Há várias maneiras de formular o modelo e, em uma delas, faz-se a hipótese de que sobre os elétrons age, além da força elétrica, uma força de arrasto proporcional a sua velocidade. Isso não entra em contradição com a hipótese de o elétron só interagir com a rede de íons de fundo durante as colisões porque o que conta é o comportamento médio total dos elétrons. Com essa hipótese, a equação de movimento é:

$$m \frac{dv_m}{dt} = -eE - \gamma v_m \quad [A1]$$

Essa é uma equação diferencial de primeira ordem, linear e não homogênea na variável v_m , que é a velocidade média dos elétrons. Ela admite uma solução estacionária (v_m constante no tempo) se E for constante também:

$$v_m = -\frac{eE}{\gamma} \quad [A2]$$

A corrente que atravessa um fio de seção transversal A e comprimento ΔL é:

$$I = -neAv_m = \frac{ne^2AE}{\gamma} \quad [A3]$$

Lembrando que $E = V / \Delta L$, escrevemos:

$$I = \frac{ne^2}{\gamma} \frac{A}{\Delta L} V \quad [A4]$$

Vemos, então, que a hipótese da força de arrasto proporcional à velocidade tem como consequência que a corrente é proporcional a diferença de potencial, à área e inversamente proporcional ao comprimento do fio, o que foi demonstrado experimentalmente por Ohm.

A resistência desse condutor é:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{\gamma}{ne^2} \frac{\Delta L}{A} \quad [A5]$$

E a resistividade do material é dada por:

$$\rho = \frac{\gamma}{ne^2} \quad [A6]$$

A grande vantagem dessa formulação é que ela permite também considerar o caso de corrente alternada, quando o campo elétrico varia senoidalmente no tempo. Nesses casos, a equação A1 deve ser resolvida assumindo um campo elétrico da forma:

$$E = E_o \cos(\omega t) \quad [A7]$$

Para facilitar a resolução, vamos utilizar a notação complexa e permitir que o campo elétrico e a velocidade dos elétrons assumam valores complexos. O campo elétrico é escrito então como uma exponencial imaginária:

$$E = E_o e^{i\omega t} \quad [A8]$$

A solução particular a ser procurada deve ter a mesma dependência temporal do campo elétrico:

$$v_m = v_o e^{i\omega t} \quad [A9]$$

Substituindo A8 e A9 em A1 e resolvendo para v_o temos:

$$v_o = \frac{-eE_o}{\gamma + im\omega} \quad [A10]$$

A diferença entre essa expressão e a A2 é que o denominador γ foi substituído por $\gamma + im\omega$ (que vale γ no caso de corrente contínua).

Seguindo os passos que levaram da A2 até a A6, o resultado é:

$$I = \frac{ne^2 A}{(\gamma + im\omega)\Delta L} V \quad [A11]$$

E a impedância do fio condutor vale:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{\gamma}{ne^2} \frac{\Delta L}{A} + i \frac{m\omega}{ne^2} \frac{\Delta L}{A} \quad [A12]$$

Vemos, então, que a impedância de um condutor tem uma parte real constante e uma parte imaginária proporcional à frequência. O primeiro termo tem a forma da impedância de uma resistência, enquanto o segundo tem a forma da impedância de uma indutância. Em outras palavras, todo condutor é igual à associação de um resistor com um indutor. A resistência e indutância características são, respectivamente:

$$R = \frac{\gamma}{ne^2} \frac{\Delta L}{A} \quad [A13]$$

$$L = \frac{m}{ne^2} \frac{\Delta L}{A} \quad [A14]$$

Como era esperado, o valor da resistência é o mesmo que foi calculado no caso de corrente contínua. Da mesma forma que foi definida a resistividade, também definimos a indutividade e a impeditividade de um material. Para poder ter uma ideia do efeito indutivo do fio retilíneo, vamos calcular a razão entre a reatância indutiva e a resistência do fio:

$$\frac{X_L}{R} = \frac{\omega L}{R} = \frac{\omega}{\gamma / m} \quad [A15]$$

Na frequência $\omega = \gamma / m$, a reatância indutiva e a resistência tem o mesmo valor. Nos condutores metálicos, o valor típico de γ / m é da ordem de 10^{13} s^{-1} . Assim, mesmo em frequências relativamente altas de 100 MHz, a reatância indutiva é várias ordens de grandeza menor que a resistência, e pode certamente ser desprezada.

Prática 6 - Circuitos de Corrente Alternada II – Circuito RLC

Nesta prática continuaremos o estudo circuitos de corrente alternada, analisando tanto o comportamento transiente como em regime estacionário do circuito RLC em série. Uma ênfase especial será dada a análise do fenômeno da ressonância em circuitos RLC.

Sempre que surgir uma dúvida quanto à utilização de um instrumento ou componente, o aluno deverá consultar o professor para esclarecimentos.

I - Circuito RLC série (análise estacionária)

A figura 1 mostra um circuito RLC série alimentado por uma fonte de tensão alternada cossenoidal que oscila com frequência angular constante ω .

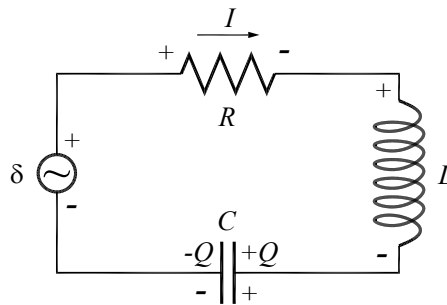


Figura 1 – Esquema elétrico de um circuito RLC série.

A tensão aplicada ao circuito pode ser escrita como:

$$V = V_0 \cos(\omega t) \quad [1]$$

Usando a lei de Kirchhoff das malhas, podemos escrever $V = V_R + V_C + V_L$, onde as tensões em cada componente são dadas por:

$$V_R = RI \quad [2a]$$

$$V_C = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int Idt \quad [2b]$$

$$V_L = L \frac{dI}{dt} \quad [2c]$$

Substituindo as equações 2 na equação 1, e utilizando a notação complexa, obtemos:

$$L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{1}{C} \int I dt = V_0 e^{i\omega t} \quad [3]$$

A corrente no circuito também deve oscilar harmonicamente, ou seja:

$$I = I_0 e^{i\omega t} \quad [4]$$

Substituindo a equação 4 na equação 3:

$$I_0 \left(R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C} \right) = V_0 \quad [5]$$

Isso permite calcular I_0 :

$$I_0 = \frac{V_0}{R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}} \quad [6]$$

Esse é um número complexo, o que indica que há uma diferença de fase entre a corrente e a tensão na fonte. É mais conveniente expressar esse número na forma polar:

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} e^{-i\varphi} \quad [7]$$

O argumento φ é dado por:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\omega L - 1/\omega C}{R} \right) \quad [8]$$

A impedância e o seu módulo valem, respectivamente:

$$Z = \frac{V_0}{I_0} = R + i\omega L - i \frac{1}{\omega C} \quad [9a]$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad [9b]$$

Vemos que a impedância é simplesmente a soma das impedâncias do resistor, do capacitor e do indutor (representadas como números complexos). A figura 2 mostra a impedância representada no plano complexo. A parte real é a resistência e a parte imaginária é chamada de reatância, sendo dada por:

$$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} \quad [10]$$

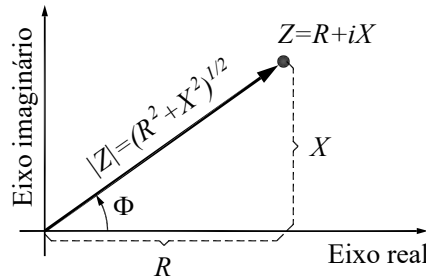


Figura 2 – Diagrama da impedância no plano complexo.

Na figura 3 está mostrada a chamada representação por fasores (vetores girantes) da tensão e da corrente em um circuito RLC. A voltagem e a corrente são representadas por vetores que giram com velocidade angular ω mantendo uma diferença de fase Φ entre si. Em qualquer instante os valores máximos da tensão ou da corrente podem ser determinados pela projeção do vetor correspondente sobre o eixo real.

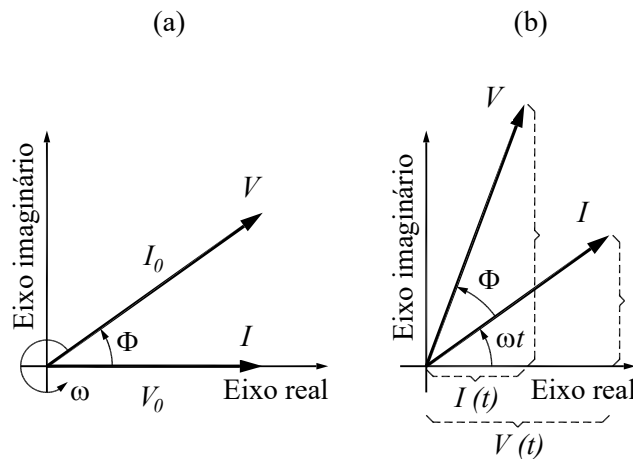


Figura 3 – Diagramas de tensões e correntes no plano complexo, em diferentes instantes.

Como discutido anteriormente, a notação complexa é bastante adequada para simplificar os cálculos na análise dos circuitos, mas para obter os valores instantâneos das grandezas é necessário tomar a parte real. Assim a corrente é obtida tomando-se a parte real da equação 4, após substituir a equação 7, o que resulta em:

$$I(t) = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cos(\omega t - \varphi) \quad [11]$$

Como a tensão da fonte foi assumida igual a $V = V_0 \cos(\omega t)$, nota-se claramente, a partir da equação 11, que em geral a corrente não está em fase com a tensão na fonte, sendo a diferença de fase entre elas dada por:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\omega L - 1/\omega C}{R}\right) \quad [12]$$

II - Ressonância

Uma característica importante de circuitos RLC é que eles possuem uma frequência natural de oscilação. Para compreender melhor o que isso significa, lembremos de um oscilador mecânico do tipo massa mola. Sabemos dos cursos anteriores, que quando comprimimos ou estiramos um sistema massa mola a partir do repouso e depois o liberamos, este sistema oscila naturalmente com uma frequência $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, onde k é a constante elástica da mola e m a massa. Se não houver atrito, esta oscilação permanecerá infinitamente à custa da troca de energia entre o elemento restaurador (mola) e o de inércia (massa). Em um circuito elétrico ideal constituído por um indutor L e um capacitor C a situação é análoga. Qualitativamente, isso pode ser entendido considerando um circuito onde um capacitor inicialmente carregado é associado em série com um indutor em $t = 0$ de modo a formar um circuito fechado. A carga está inicialmente no capacitor, o que quer dizer que a energia está armazenada no campo elétrico do mesmo. À medida que o tempo passa, a carga flui através do indutor (que inicialmente se comporta como um curto-circuito) dando origem a uma corrente elétrica que faz surgir um campo magnético crescente no interior do mesmo. Assim, há uma transferência de energia entre o capacitor e o indutor. No entanto, de acordo com a lei de Faraday-Lenz, surge uma força contraeletromotriz nos terminais do indutor que tende a se contrapor a variação da corrente. Com isso, no momento em que o capacitor se descarrega totalmente, a corrente passa a fluir no sentido contrário de modo a carregar o capacitor novamente, ou seja, convertendo a energia magnética

armazenada no campo magnético do indutor em energia elétrica armazenada no campo elétrico do capacitor. Se não houver forma de dissipação de energia essa troca de energia entre os dois elementos permanecerá indefinidamente, analogamente a um sistema massa mola. Portanto este sistema é um oscilador elétrico e, como será mostrado adiante, possui uma frequência natural de oscilação que é dada por $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Note que se $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ na equação 12, ou seja, $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, a corrente e a tensão na fonte estão em fase. Em outras palavras, quando o circuito é forçado a oscilar com a sua frequência natural, a resposta (corrente) ocorre em fase com a excitação (tensão da fonte) como ocorre em qualquer oscilador forçado. Se a frequência for maior que a frequência natural, a corrente estará atrasada em relação a tensão, como acontece com indutores. Por isso, diz-se que nessa situação o circuito tem comportamento indutivo. Se a frequência for, entretanto, menor, a corrente estará adiantada, como ocorre nos capacitores. O circuito, nesse caso, tem comportamento capacitivo. O comportamento capacitivo ou indutivo está relacionado ao sinal da reatância e varia de acordo com a frequência. Na condição $\omega L = \frac{1}{\omega C}$, diz-se que o sistema está em ressonância, e nessa situação o circuito tem propriedades únicas e por isso merece um estudo especial.

Os fenômenos de ressonância têm grande aplicação prática. Um exemplo são os circuitos sintonizadores de rádios, nos quais a antena capta os sinais alternados de várias estações de rádio, em frequências diferentes. Um circuito ressonante seleciona apenas a faixa de frequências correspondente à emissora desejada. Logo, um bom rádio deve possuir um circuito ressonante altamente seletivo em termos de frequência (diz que ele deve ter alto fator de mérito ou alto fator de qualidade), para que o ruído ou o sinal das estações que emitem em frequências próximas não sejam também amplificados e resulte em má qualidade do som.

Para entender a ressonância, vamos analisar a equação 11. Seu denominador é a raiz da soma de termos, um dos quais é constante e o outro depende da frequência. Há uma frequência para a qual esse termo se cancela:

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad [13]$$

Como visto, esta frequência é a chamada de frequência natural de oscilação do circuito RLC. Quando a frequência da excitação é igual à frequência natural, o denominador é mínimo e a corrente é máxima. Esse é o fenômeno conhecido como ressonância. Diz-se que um circuito RLC está em ressonância quando a frequência da fonte externa é igual à frequência natural de oscilação.

A figura 4 mostra três gráficos obtidos segundo a equação 11 para três valores de R , usando $L = 0,1 \text{ mH}$, $C = 10 \text{ nF}$ (o que dá $\omega_0 = 10^6 \text{ s}^{-1}$) e $V_0 = 100 \text{ V}$.

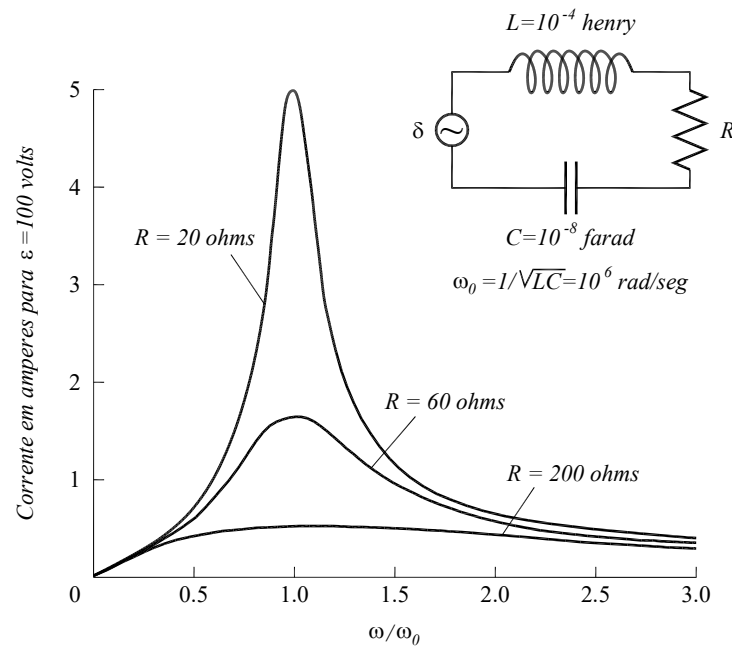


Figura 4 - Uma tensão elétrica com $V_0 = 100$ volts e frequência variável aplicada em um circuito RLC série.

Na figura pode-se ver que há um pico em torno da frequência natural, o que quer dizer que a resposta do circuito é maior se a excitação for feita próxima dessa frequência. Quanto menor a resistência, mais alto e estreito esse pico é.

A potência dissipada em um circuito RLC pode ser escrita como:

$$P = VI = V_0 I_0 \cos(\omega t - \varphi) \cos(\omega t) \quad [14]$$

A potência média dissipada é dada por:

$$P_{med} = \frac{1}{T} \int_0^T V_0 I_0 \cos(\omega t - \varphi) \cos(\omega t) dt = \frac{1}{2} V_0 I_0 \cos(\varphi) \quad [15]$$

A potência média depende da diferença de fase entre a corrente e a tensão. O fator $\cos \varphi$ é usualmente chamado *fator de potência*. A potência média é máxima na ressonância ($\omega = \omega_0$), onde o fator de potência vale 1. Em termos de V_0 , R , L e C , a potência média dissipada é:

$$P_{\text{med}} = \frac{1}{2} \frac{V_0^2 R}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad [16]$$

Substituindo $\omega = \omega_0$ nas equações 9, 10, 11, 12 e 16, podemos perceber algumas características de um circuito RLC em ressonância:

- A impedância é mínima, e vale $Z(\omega_0) = R$.
- A reatância é nula: $X(\omega_0) = 0$. Isto é, a associação em série de L e C é equivalente a um curto-circuito.
- A corrente do circuito é máxima e sua amplitude vale $I(\omega_0) = V_0 / R$.
- A corrente está em fase com a tensão da fonte ($\varphi(\omega_0) = 0$)
- A potência média dissipada no circuito é máxima, e vale $P(\omega_0) = V_0^2 / 2R$.

A largura de banda da ressonância é definida como o intervalo de frequência dentro do qual a potência $P(\omega)$ é maior ou igual à metade do valor máximo. Em outras palavras, é igual à largura a meia altura da curva de $P(\omega)$ como função de ω . Em rad/s, esta largura é igual a:

$$\Delta \omega = R/L \quad [17]$$

O fator de mérito (ou fator de qualidade), Q , do circuito ressonante caracteriza o quão estreito é a curva $P(\omega)$ por ω e é definido como:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\omega_0}{\Delta \omega} \quad [18]$$

O fator de mérito é inversamente proporcional à largura de banda. Circuitos com alto fator de mérito possuem uma banda estreita, o que é altamente desejável. Para conseguir isso, a resistência do circuito deve ser pequena. Na figura 5, as curvas correspondem a $Q = 5$, $Q = 5/3$ e $Q = 1/2$.

As figuras a seguir mostram a corrente (figura 5), a fase entre a corrente e a tensão (figura 6) e a potência dissipada (figura 7) em um circuito RLC para alguns valores do fator de mérito. Os valores da tensão na fonte, da capacitância e da indutância são idênticos aos usados na figura 4 ($V_0 = 100 \text{ V}$, $L = 0,1 \text{ mH}$ e $C = 10 \text{ nF}$).

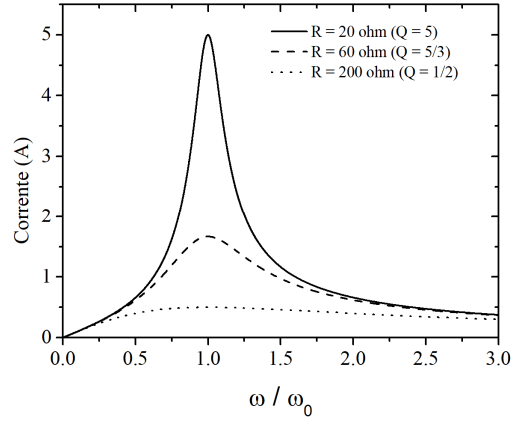


Figura 5 – Corrente em um circuito RLC série.

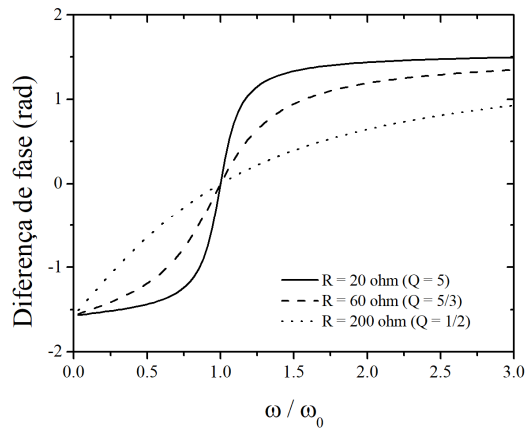


Figura 6 – Diferença de fase entre a tensão na fonte e a corrente em um circuito RLC série.

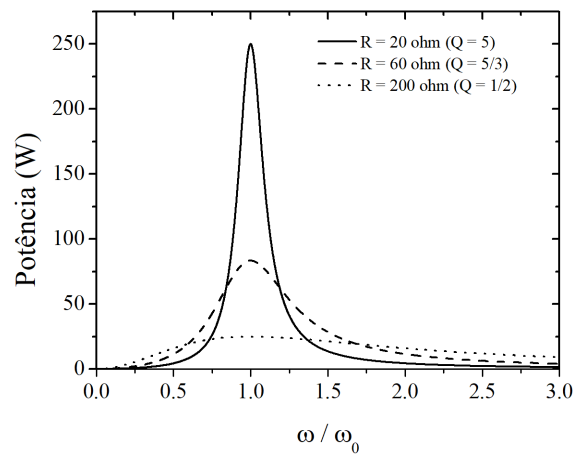


Figura 7 – Potência média dissipada em um circuito RLC série.

Um caso limite para o circuito RLC é quando a resistência vai a zero: a corrente e a potência dissipada tendem a infinito na ressonância. Na prática, isso não ocorre porque os fios e a própria bobina possuem resistência e limitam a corrente do circuito.

III - Análise do comportamento transiente

Até agora analisamos o comportamento do circuito RLC em regime estacionário. No entanto, como todo oscilador, assim que a excitação é ligada ou desligada, existe uma resposta transiente do circuito e é essa resposta que desejamos analisar nesta sessão.

Na figura 8 mostramos um circuito RLC sem fonte, mas com o capacitor carregado com carga Q_0 . No instante $t = 0$, a chave S é ligada e a energia elétrica armazenada no capacitor começa a ser transferida para o indutor em forma de energia magnética, enquanto parte desta energia é dissipada no resistor R.

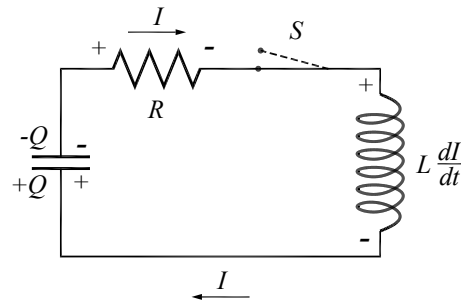


Figura 8 – Diagramas de um circuito RLC com o capacitor carregado

Com a chave S ligada, podemos aplicar a lei das malhas de Kirchhoff a esse circuito:

$$L \frac{di}{dt} + R \cdot i + \frac{Q}{C} = 0 \quad [19]$$

Mas $i = \frac{dQ}{dt}$. Logo:

$$L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \quad [20]$$

No circuito RLC, a tendência é que a energia fique oscilando entre o capacitor e o indutor, sendo progressivamente dissipada no resistor. Assim, podemos supor que a carga no capacitor pode ser expressa por uma oscilação amortecida:

$$Q = Ae^{-\gamma t} \cos(\omega_1 t + \alpha) \quad [21]$$

O fator exponencial descreve o amortecimento, e o parâmetro γ é chamado de constante de decaimento. O termo de cosseno é responsável pelas oscilações, que ocorrem em uma frequência ω_1 , não necessariamente igual a ω_0 e o fator de fase α aparece para permitir o ajuste às condições iniciais.

Para facilitar os cálculos, vamos utilizar a notação complexa:

$$Q = Ae^{pt} \quad [22]$$

Agora substituímos a equação 22 na equação 20:

$$p^2 L + pR + \frac{1}{C} = 0 \quad [23]$$

Temos uma equação algébrica de segundo grau para p , cujas soluções são:

$$p_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad [24a]$$

$$p_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad [24b]$$

Se o radicando for negativo, podemos escrever:

$$p_1 = -\frac{R}{2L} + i \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \quad [25a]$$

$$p_2 = -\frac{R}{2L} - i \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \quad [25b]$$

A solução geral é a combinação linear das duas soluções independentes:

$$Q = Ae^{-\left(\frac{R}{2L}\right)t} \left(Be^{i \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} t} + Ce^{-i \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} t} \right) \quad [26]$$

A parte real da equação 26 é:

$$Q = Ae^{-\left(\frac{R}{2L}\right)t} \cos \left(\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} t + \alpha \right) \quad [27]$$

Comparando com a equação 21, podemos identificar os parâmetros γ e ω_1 :

$$\gamma = \frac{R}{2L} \quad [28a]$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \quad [28b]$$

A constante de decaimento γ é proporcional à resistência, o que era esperado, porque a resistência é o elemento que dissipa energia. A frequência de oscilação ω_1 é menor do que a frequência natural ω_0 .

Para determinar a corrente, é preciso derivar a equação 21:

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = -\omega_0 A e^{-\gamma t} \text{sen} \left(\omega_1 t + \alpha - \arctan \left(\frac{\gamma}{\omega_1} \right) \right) \quad [29]$$

Agora que podemos determinar γ e ω_1 , resta o trabalho de adequar a solução (equações 21 e 29) com as condições iniciais através das variáveis A e α . As condições iniciais são:

$$Q(t=0) = Q_0 \quad [30a]$$

$$I(t=0) = 0 \quad [30b]$$

Substituindo nas equações 21 e 29, calculamos A e α :

$$A = \frac{Q_0}{\cos(\arctan(\gamma / \omega_1))} = Q_0 \frac{\omega_0}{\omega_1} \quad [31a]$$

$$\alpha = -\arctan \left(\frac{\gamma}{\omega_1} \right) \quad [31b]$$

Para uma resistência pequena ($R \ll \sqrt{L/C}$), podemos considerar que a carga e a corrente oscilaram com frequência angular muito próxima a frequência natural do circuito (isso equivale a fazer $\omega_1 \approx \omega_0$).

As oscilações amortecidas só ocorrem se sua frequência (ω_1) for real. Da equação 28b, vemos que isso acontece se $\gamma < \omega_0$ (que corresponde a $R < 2\sqrt{L/C}$). Essa situação é chamada de *regime subamortecido*, ou *amortecimento subcrítico*.

O caso em que $\gamma > \omega_0$ (que corresponde a $R > 2\sqrt{L/C}$) é chamado de *regime superamortecido*, ou de *amortecimento supercrítico*. As soluções para p são reais e diferentes:

$$p_1 = -\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \quad [32a]$$

$$p_2 = -\gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \quad [32b]$$

Ambos os valores são negativos, portanto a solução geral é uma soma de dois decaimentos exponenciais a taxas diferentes:

$$Q = Ae^{(-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2})t} + Be^{(-\gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2})t} \quad [33]$$

Finalmente, o caso em que $\gamma = \omega_0$ (que corresponde a $R = 2\sqrt{L/C}$) é chamado de *regime criticamente amortecido*, ou de *amortecimento crítico*. As duas soluções para p são iguais:

$$p_{1,2} = -\gamma \quad [34]$$

Nesse caso, a outra solução independente é:

$$Q = te^{-\gamma t} \quad [35]$$

A solução geral é portanto:

$$Q = (a + bt)e^{-\gamma t} \quad [36]$$

A figura 9 mostra o comportamento típico da corrente como função do tempo para os diferentes regimes de amortecimento (subcrítico, crítico e supercrítico).

No amortecimento subcrítico, a corrente realiza algumas oscilações antes de alcançar a situação de equilíbrio, enquanto nos amortecimentos crítico e supercrítico há um decaimento exponencial da corrente. A situação em que a corrente decai mais rapidamente é no amortecimento crítico. Nesse caso, aumentar o fator de amortecimento *umenta* o tempo necessário para atingir o equilíbrio.

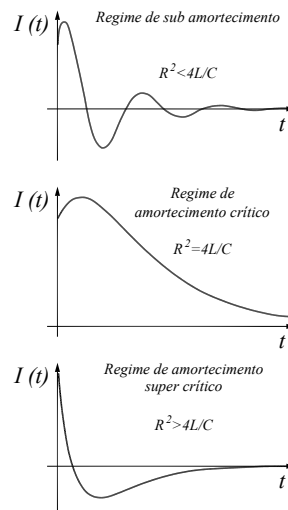


Figura 9 – Comportamento da corrente em um circuito RLC série nos diferentes regimes de amortecimento.

IV - Solução geral do circuito RLC

A solução geral do circuito RLC na presença de uma fonte de tensão alternada é composta por dois termos: o primeiro é a solução estacionária (equação 11), e o segundo termo é a solução transiente (que depende do tipo de amortecimento). O termo estacionário é uma oscilação de amplitude constante, enquanto o termo transiente é uma oscilação que decai com o tempo. Assim, depois de um certo tempo (que pode ser bastante rápido), o termo transiente se torna desprezível frente ao termo estacionário.

V - Analogia eletro-mecânica

As equações que governam o circuito RLC são completamente análogas às que governam osciladores mecânicos (sistema massa-mola) quando há atrito viscoso (proporcional à velocidade). O sistema massa-mola também apresenta as propriedades de ressonância e os três tipos de comportamento transiente observados no circuito RLC. Assim podemos fazer uma analogia entre circuitos elétricos e sistemas mecânicos:

Parâmetros Mecânicos	Parâmetros Elétricos
Deslocamento, x	Carga, q
Velocidade, $v = \frac{dx}{dt}$	Corrente, $i = \frac{dq}{dt}$
Aceleração, $a = \frac{d^2x}{dt^2}$	Varição da corrente, $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$
Massa, m	Indutância, L
Constante elástica da mola, k	Inverso da capacitância, $1/C$
Coefficiente de atrito, b	Resistência, R
Força de atrito, $-b \frac{dx}{dt}$	Queda de tensão, $-Ri = -R \frac{dq}{dt}$

VI - Experimentos

Para quantificar o comportamento instantâneo de tensões e correntes que variam no tempo, utilizaremos um osciloscópio. Portanto, preste muita atenção na ligação do osciloscópio para que os cabos “terra” estejam sempre ligados no mesmo ponto do circuito.

VI.1 - Circuito RLC – solução estacionária

Nesta parte da prática analisaremos o comportamento dos circuitos RLC em regime estacionário. Verificaremos a validade das leis de Kirchhoff em corrente alternada e mediremos as diferença de fase em tensão e corrente de acordo com os elementos do circuito.

➤ Monte o circuito RLC mostrado na figura 10 utilizando $L = 44 \text{ mH}$ (bobina disponível na bancada sem o núcleo de ferro), $C = 0.1 \text{ }\mu\text{F}$ e $R = 1 \text{ k}\Omega$ e aplique uma tensão senoidal de cerca de 10 V e frequência de cerca de 1 kHz .

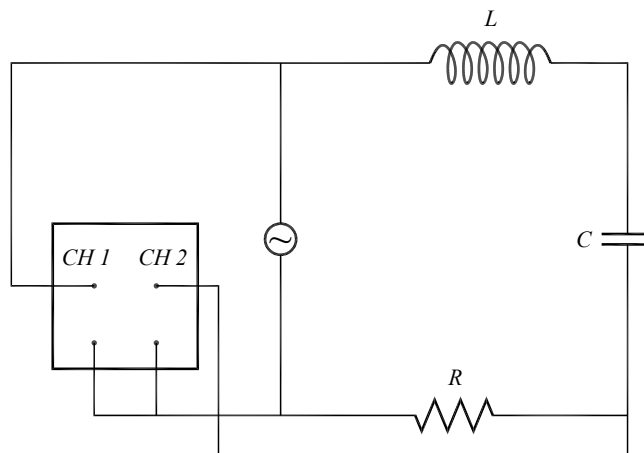


Figura 10 – Circuito RLC.

➤ Meça a tensão total aplicada e a tensão em todos os elementos do circuito com um osciloscópio e com um multímetro. Meça também a frequência usando o osciloscópio. A configuração sugerida é a seguinte: visualização de ambos os canais (em modo Alt), com canal 2 invertido, escala vertical em 5 V/div e base de tempo em $0,2 \text{ ms/div}$, com acoplamento DC para ambos os canais e *trigger* no

modo Auto. Se o sinal medido em algum canal for pequeno você poderá aumentar sensibilidade da escala vertical. Na figura 10, o canal 1 está medindo a tensão total na fonte, e o canal 2 está medindo a tensão sobre o resistor. Para medir a tensão no capacitor e no indutor, troque-os de posição com o resistor.

➤ Utilizando os valores dos componentes calcule o módulo das tensões nos terminais de cada elemento do circuito, e compare com os valores medidos. Discuta a validade da lei de Kirchhoff para as tensões para circuitos de corrente alternada.

➤ Utilizando dois canais do osciloscópio meça a diferença de fase entre a tensão nos terminais do resistor, do indutor e do capacitor em relação à tensão total do circuito. Se necessário, diminua a base de tempo para ter maior precisão. Esse resultado é consistente com a equação 12?

➤ Faça um diagrama mostrando todas as tensões no plano complexo.

Tensões em um circuito RLC série (solução estacionária)

	Total	Resistor	Capacitor	Indutor
Tensão pico-a-pico (osciloscópio)				
Tensão rms (multímetro)				
Fase				
Tensão esperada				
Fase esperada				

VI.2 - Circuito RLC – ressonância

Nesta parte da prática estudaremos o fenômeno da ressonância em circuitos RLC. O objetivo principal é avaliar a resposta do circuito (amplitude e fase da corrente) como função da frequência e da resistência R do circuito.

➤ No circuito RLC da figura 10, utilize $L = 44$ mH, $C = 0,22$ μ F e $R = 10$ Ω .

➤ Utilizando os dois canais do osciloscópio, meça o valor da tensão no gerador (V_0) e na resistência (V_R), em função da frequência. Faça um gráfico de V_R / V_0 em função da frequência. A configuração sugerida para o osciloscópio é: visualização de ambos os canais (em modo Alt e com canal 2 normal), acoplamento DC em ambos os canais, *trigger* em modo *Auto*.

Importante: Este gráfico deve ser feito durante a aquisição dos dados para que você possa espaçar os pontos adequadamente, concentrando-os na região da

circuito. A configuração sugerida para o osciloscópio é: apenas canal 2, 0,2 V/div, acoplamento DC, *trigger* Auto com *Source* no canal 2.

➤Ajuste a escala de tempo do osciloscópio para 0,2 ms/div, de modo a visualizar o sinal transiente parecido com o mostrado na figura 11b.

➤Calcule a partir dessa curva o período e a frequência de oscilação.

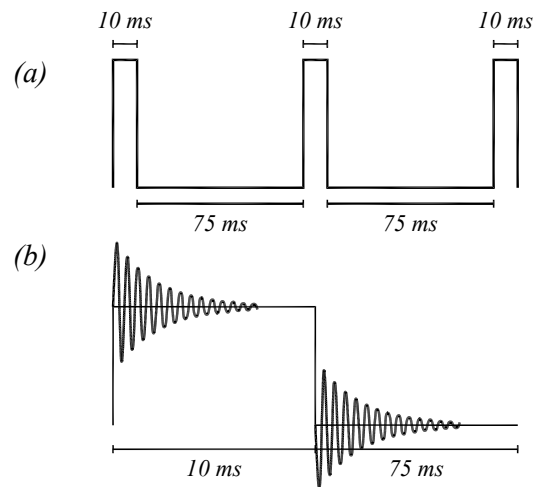


Figura 11 – Formas de onda para a excitação e a resposta transiente do circuito RLC.

➤Coloque o canal 2 em GND (terra) e ajuste a posição do sinal para ficar em cima da linha central do osciloscópio.

➤Coloque o canal 2 em acoplamento AC, e a partir da curva obtida, determine a constante de decaimento γ do sinal.

Transiente RLC – indutor com núcleo de ar

$T =$	$\omega_o =$
$\gamma =$	

➤Substitua o capacitor por um de maior capacitância e descreva o que acontece com a curva de decaimento.

➤Insira um núcleo de ferro no indutor e descreva o que acontece com a curva à medida que se varia a indutância do circuito.

➤Com o núcleo de ferro totalmente inserido no indutor, meça a frequência de oscilação e a constante de decaimento. Com isso, obtenha a indutância da bobina com o núcleo de ferro.

Transiente RLC – indutor com núcleo de ferro

$T =$	$\omega_0 =$
$\gamma =$	$L =$

