MAE 224 - PROBABILIDADE II
LISTA 12 - EXTRA - CLASSE
Prof. Vanderlei da Costa Bueno

(1) Uma função de distribuição G é estável através do máximo, se para todo inteiro positivo k, existem constantes α_k e $\beta_k$tais que

$$G^k(\alpha_k x + \beta_k) = G(x), \quad \forall x \in R.$$

Prove que a função

$$W_1^*(x) = e^{-x^{\alpha}}, \quad se \;\; x \leq 0, \quad \alpha > 0$$

e

$$\Lambda^*(x) = e^{-e^{x}}, \quad -\infty < x < \infty.$$

são estáveis através do máximo.

2) Seja $(X_n)_{n\geq 1}$ uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamenet distribuidas a X que tem função densidade de probabilidade

$$f(x) = \frac{2x}{\theta^2} 1_{(0,\theta)}(x)$$

onde $\theta > 0$ é um parâmetro.

(a) Considere sequências $(a_n)_{n\geq 1}$ e $(b_n)_{n\geq 1}$ definidas por $a_n = F^{-1}(\frac{1}{n})$ e $b_n = 0$. Mostre que a função de distribuição de X padronizada converge em distribuiçãopara a distribuição de Weibull $W_1(x) = 1 - \exp[-(x)^{\alpha}], x \geq 0$ para algum $\alpha > 0$.

(b) Baseado no limite em distribuição de $X_{(n;1)}$ padronizada, contrua um intervalo de confiança para o parâmetro θ com coeficiente de confiança de 0,9.

3) Prove que a distribuição gama de parâmetros α e β é tal que

$$\lim_{t \to 0} \frac{F(xt)}{F(t)} = x^{\alpha},$$

Para algum $\alpha > 0$ e $x > 0$.