MAT0221 - Cálculo Diferencial e Integral IV -IO

2o. Semestre de 2020 - 5a. Lista de exercícios - Equações Diferenciais Ordinárias de 1a. Ordem

I) Sejam as equações diferenciais de 1a. ordem abaixo:

$$A)\ \ y' = y^2, \qquad B)\ \ (x + 3y) - x\frac{dy}{dx} = 0$$

Analise as seguintes afirmac cões:

I) a solução de A e seu dominio máximos são $y \equiv 0, x \in \mathbb{R};\ y = \frac{1}{a-x},\ x < a$ ou $x > a$, com $a \in \mathbb{R}$.

II) a solução de B e seu dominio máximos são $y = ax^2 + \frac{x}{2}$ se $x \geq 0$, e $y = bx^2 - \frac{x}{3}$ se $x < 0$.

III) a solução de A e seu dominio máximos são $y \equiv 0, x \in \mathbb{R};\ y = -\frac{1}{a+x},\ x < a$ ou $x > a$, com $a \in \mathbb{R}$.

IV) a solução de B e seu dominio máximos são $y = ax^3 - \frac{x}{2}$ se $x \geq 0$, e $y = bx^3 - \frac{x}{2}$ se $x < 0$.

Então são verdadeiras:

a) I) e II) são verdadeiras

b) I) e IV) são verdadeiras

c) II) e III) são verdadeiras

d) III) e IV) são verdadeiras

e) Todas são falsas

II) Seja a equação diferencial de 1a. ordem abaixo:

$(xe^y + y - x^2)dy = (2xy - e^y - x)dx$

Assinale a alternativa correta

a) a familia de soluções é: $x^3 + y^2 + 2x - 2x^2ye^y = C$, onde $C \in \mathbb{R}$

b) a familia de soluções é: $x^2 + y^2 + 2xe^y - 2x^2y = C$, onde $C \in \mathbb{R}$

c) a familia de soluções é: $x^2 - y^2 - 2x - 2x^2ye^y = C$, onde $C \in \mathbb{R}$

d) a familia de soluções é: $x^3 - y^3 + 2x + 2x^2ye^y = C$, onde $C \in \mathbb{R}$

e) a familia de soluções é: $x^2 + y^2 + 2xe^y - 2x^2ye^y = C$, onde $C \in \mathbb{R}$

III) Sabe-se que a substituiçcao $z = ax + by + c$ transforma a equação $y' = f(ax + by + c)$ numa equação de variáveis separáveis. Temos então que a equação $y' = (x + y)^2$ tem por solução:

Assinale a alternativa correta

a) $y = \cos(x + C) + x$ onde $C \in \mathbb{R}$

b) $y = tan(x + C) - x$ onde $C \in \mathbb{R}$

c) $y = -tan(x + C) - x$ onde $C \in \mathbb{R}$

d) $y = tan(x - C) + x$ onde $C \in \mathbb{R}$

e) $y = \cos(x^2 - C) - x$ onde $C \in \mathbb{R}$

IV) Todas as funções que tornam exata a equação diferencial $y^2 \sin x dx + yf(x)dy = 0$ vem dada por

Assinale a alternativa correta

a) $f(x) = C + 2\sin x,\ C \in \mathbb{R}$

a) $f(x) = C - 3\sin x,\ C \in \mathbb{R}$

c) $f(x) = C + 2\sin^2 x,\ C \in \mathbb{R}$

d) $f(x) = C - 2\cos x,\ C \in \mathbb{R}$

e) $f(x) = C - 3\cos x,\ C \in \mathbb{R}$

V) A equação $e^x \sec y - \tan y + y' = 0$ tem um fator integrante da forma $\mu(x,y) = e^{ax}\cos y$. Então o valor de a e a solução da equação são:

Assinale a alternativa correta

a) $a = 1;\ \ x + e^x \sin y = C,\ \ C \in \mathbb{R}$

b) $a = -1;\ \ 2x + e^{-x} \sin y = C,\ \ C \in \mathbb{R}$

c) $a = 1;\ \ x - e^x \cos y = C,\ \ C \in \mathbb{R}$

d) $a = -1;\ \ x + e^{-x} \sin y = C,\ \ C \in \mathbb{R}$

e) $a = -1;\ \ x + e^x \sin y = C,\ \ C \in \mathbb{R}$

VI) A solução do problema de valor inicial: $xy' = \sqrt{x^2+y^2},\ x > 0$ com $y(\sqrt{2}) = 0$ é:

Assinale a alternativa correta

a) $\frac{y^2 - y\sqrt{x^2+y^2}}{x} + \ln|\frac{y+\sqrt{x^2+y^2}}{x^3}| = \ln 2$

b) $\frac{y^2 + y\sqrt{x^2+y^2}}{x} - \ln|\frac{y+\sqrt{x^2+y^2}}{x^3}| = -\ln 2$

c) $\frac{y^2 - y\sqrt{x^2+y^2}}{x^3} + \ln|\frac{y+\sqrt{x^2+y^2}}{x^2}| = \ln 2$

d) $\frac{y^2 - y\sqrt{x^2+y^2}}{x} - \ln|\frac{y+\sqrt{x^2+y^2}}{x^3}| = -\ln 2$

e) $\frac{y^2 + y\sqrt{x^2+y^2}}{x^2} + \ln|\frac{y+\sqrt{x^2+y^2}}{x^3}| = -\ln 2$

VII) A equação $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \cos^2(\frac{y}{x})$ com $x \neq 0$ é tal que:

Assinale a alternativa correta

a) Ela é linear homogênea e a sua solução é $\tan(\frac{y}{x}) = -\ln|x| + C$ com $C \in \mathbb{R}$

b) Ela é homogênea e a sua solução é $\tan(\frac{y}{x}) = \ln|x| + C$ com $C \in \mathbb{R}$

c) Ela é linear não homogênea e a sua solução é $\tan(\frac{x}{y}) = \ln|x| + C$ com $C \in \mathbb{R}$

d) Ela é variáveis separáveis e a sua solução é $\tan(\frac{y}{x}) = -\ln|x| + C$ com $C \in \mathbb{R}$

e) Ela não é exata mas tem factor integrante $\mu(x,y) = e^{\frac{y}{x}}$ e a sua solução é $\tan(\frac{y}{x}) = -\ln|x| + C$ com $C \in \mathbb{R}$

VIII) Se y é solução do problema de valor inicial $\frac{dy}{dx} = 2y(1 - \frac{y}{5})$, com $y(0) = 1$ então podemos afirmar que

Assinale a alternativa correta

a) $\lim_{x\to\infty} y = -5$

b) $\lim_{x\to\infty} y = 5$

c) $\lim_{x\to\infty} y = -4$

d) $\lim_{x\to\infty} y = 4$

e) $\lim_{x\to\infty} y = 0$

IX) A solução para o problema de valor inicial $x^2y' + xy = 1,\ x > 0$, com $y(1) = 2$ é

Assinale a alternativa correta:

a) $y = \frac{\ln x + 2}{x^2}$

b) $y = \frac{\ln x + 2}{3x^2}$

c) $y = 2\frac{\ln x - 2}{x}$

d) $y = \frac{\ln x + 2}{x}$

e) $y = -2\frac{\ln x + 2}{x}$

X) Considere a equação $(1+x^2)y' + xy + (1+x^2)^{5/2} = 0$. Analise as seguintes afirmações:

I) a equação é linear homogênea e sua solução é $y = \frac{C-15x-10x^3}{15\sqrt{1+x^2}},\ C \in \mathbb{R}$

II) a equação é linear não-homogênea e sua solução é $y = \frac{C-15x-10x^3-3x^5}{15\sqrt{1+x^2}},\ C \in \mathbb{R}$

III) a equação é exata e sua solução é $y = \frac{C-15x-10x^3}{15\sqrt{1+x^2}},\ C \in \mathbb{R}$

IV) a equação é não-exata e sua solução é $y = \frac{C-15x-10x^3-3x^5}{15\sqrt{1+x^2}},\ C \in \mathbb{R}$

Assinale a alternativa correta:

a) apenas I) e III) são corretas

b) apenas III) é correta

c) apenas IV) é correta

d) apenas II) e IV) são corretas

e) apenas II) é correta

XI) Numa região o crescimento populacional é modelado pela equação diferencial $\frac{dP}{dt} = 1,2P(1 - \frac{P}{4200})$. Considere as seguintes afirmações:

I) Os valores de P para os quais a população esta aumentando é $0 < P < 4200$

II) Os valores para obter o equilibrio são $P = 0$ e $P = 2400$ e os valores para os quais esta diminuindo é $P > 4200$

III) Os valores de P para os quais a população esta diminuindo é $P > 4200$

IV) Os valores para obter o equilibrio são $P = 0$ e $P = 4200$

Então podemos afirmar que

a) apenas I), III) e IV) são corretas

b) apenas I) é correta

c) apenas II) e III) são corretas

d) apenas I) e II) são corretas

e) apenas IV) é correta

XII) Num circuito elétrico simples uma pilha produz uma voltage de $E(t)$ volts (V) e uma corrente de I(t) amperes (A) em um tempo t. O circuito também tem um resistor com resistencia R ohms (Ω) e um inductor com indutancia de L henrys (H). As leis de Ohm e de Kirchhoff implicam que a equação diferencial que modela a corrente I no tempo t é dada por: $L\frac{dI}{dt} + RI = E(t)$.

Então uma expressão para a corrente e o valor da corrente limite, em um circuito onde a resistencia é 12Ω, a indutancia é $4H$, e onde a pilha fornece uma voltage constante de $60V$ e onde o interruptor for fechado quando $t = 0$ (assim I(0) =0), são dados por:

Assinale a alternativa correta

a) $I(t) = 5 - 5e^{-3t}$; $\lim_{t\to\infty} I(t) = 5$

b) $I(t) = 5 + 5e^{-3t}$; $\lim_{t\to\infty} I(t) = 15$

c) $I(t) = 5 - 5e^{-2t}$; $\lim_{t\to\infty} I(t) = 15$

d) $I(t) = 5 - 5e^{-5t}$; $\lim_{t\to\infty} I(t) = 5$

e) $I(t) = 5 + 5e^{-3t}$; $\lim_{t\to\infty} I(t) = 5$

XIII) O modelo de crescimento de Von Bertalanffy é usado para prever o comprimento $L(t)$ de um peixe em um periodo de tempo. Se L_∞ for o maior comprimento para uma especie, então a hipótese e que a taxa de crescimento no comprimento é proporcional a $L_\infty - L$, o comprimento que ainda pode ser alcançado. Analise as seguintes afirmações:

I) Após formular a equação diferencial que modela o processo, temos que a solução é dada por: $L(t) = L_\infty + [L_\infty - L(0)]e^{-kt}$

II) Para o hadoque do Mar do Norte sabe-se que $L_\infty = 53cm$, $L(0) = 10cm$, e a constante de proporcionalidade é 0.2. Então a expressão para $L(t)$ nessa região é $L(t) = 53 - 43e^{-0.2t}$.

III) Após a formular a equação diferencial que modela o processo, temos que a solução é dada por: $L(t) = L_\infty - [L_\infty - L(0)]e^{-kt}$

Assinale a alternativa correta:

a) apenas I) é correta

b) penas III) é correta

c) apenas II) é correta

d) todas são falsas

e) apenas II) e III) são corretas

XIV) Um tanque contem 20Kg de sal dissolvido em 5000 L de agua. Agua salgada que contêm 0,03 Kg de sal por litro entra no tanque a uma taxa de 25 L/min. A solução é misturada completamente e sai do tanque a mesma taxa. A quantidade de sal que permanece no tanque depois de meia hora, é aproximadamente:

Assinale a alternativa correta:

a) 40 kg.

b) 35,2 kg

c) 26 kg

d) 34,6 kg

e) 38,1 kg

XV) Uma trajetória ortogonal de uma familia de curvas é uma curva que intercepta cada curva da familia ortogonalmente, isto é, em ângulos retos. Então as trajetórias ortogonais da familia de curvas $x = ky^2$, onde k é uma constante arbitrária, é:

Assinale a alternativa correta:

a) são formadas por hipérbolas da forma $x^2 - y^2 = C$, onde $C > 0$ é uma constante arbitrária.

b) são formadas por elipses da forma $x^2 + \frac{y^2}{2} = C$, onde $C > 0$ é uma constante arbitrária.

c) são formadas por retas da forma $y = Cx + 2$, onde $C > 0$ é uma constante arbitrária.

d) são formadas por hipérbolas da forma $x^2 - 2y^2 = C$, onde $C > 0$ é uma constante arbitrária.

e) são formadas por circulos da forma $x^2 + y^2 = C^2$, onde $C > 0$ é uma constante arbitrária.

RESPOSTAS

I) b   II) b   III) b   IV) d   V) d   VI) e   VII) b   VIII) b   IX) d   X) d

XI) a   XII) a   XIII) e   XIV) e   XV) b