Gabarito do 11ª Práticas de demonstrações

Ferramentas disponíveis:

Definição 1: Seja π o plano que passa pelos pontos não colineares A, B e C e $\vec{v}$ um vetor não nulo.

Enunciados a demonstrar

1) Prove que se $\vec{v}$ é paralelo ao plano π, $\vec{v} = \vec{PQ}$ e P ∈ π, então Q ∈ π.

Demonstração:

Se $\vec{v}$ é paralelo a π e $\vec{v} = \vec{PQ}$, com P ∈ π, então Q ∈ π, pois o ponto Q pertence à reta que passa por P e é paralela ao vetor $\vec{v} = \vec{PQ}$.

2) Prove que se $\vec{v}$ é combinação linear de $\vec{AB}$ e $\vec{AC}$, então $\vec{v}$ é paralelo ao plano π.

Demonstração:

Considere o vetor $\vec{v} = \lambda \vec{AB} + \mu \vec{AC}$ e P um ponto de π. Sejam $s_0, t_0 \in \mathbb{R}$ tais que $\vec{AP} = s_0 \vec{AB} + t_0 \vec{AC}$ e $r = \{P + t\vec{v}\ ; t \in \mathbb{R}\}$ a reta que passa por P e é paralela ao vetor $\vec{v}$.

Seja $Q = P + t\vec{v}$ um ponto da reta r. Então, Q ∈ π, pois

$\vec{AQ} = \vec{AP} + \vec{PQ} = \vec{AP} + t\vec{v} = s_0 \vec{AB} + t(\lambda \vec{AB} + \mu \vec{AC}) \Rightarrow \vec{AQ} = (s_0 + \lambda t) \vec{AB} + (t_0 + \mu t) \vec{AC}$