

MAC121 - Algoritmos e Estruturas de Dados I

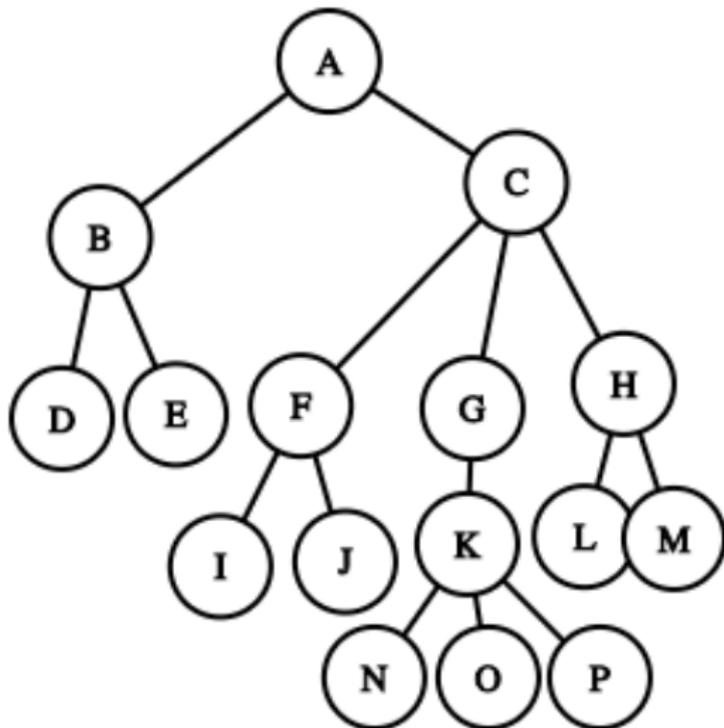
Universidade de São Paulo

Segundo Semestre de 2020

Árvores

Árvores

Uma **árvore** é uma estrutura hierárquica em que cada elemento é associado a um número finito de subárvores disjuntas.

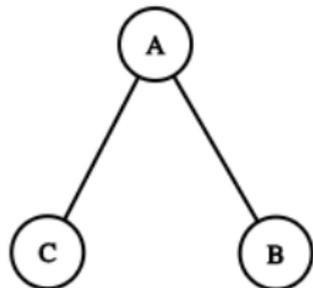
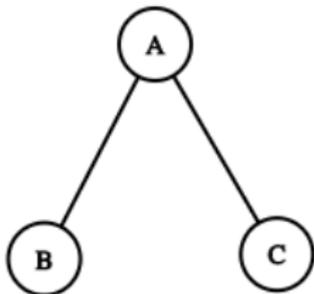


Árvores

- ▶ **Filhos**: são os elementos ligados diretamente a um elemento da árvore.
Exemplo: Filhos de **K** são **N,O,P**.
- ▶ Todo elemento tem um único **pai**, com exceção à raiz.
A é a raiz. O pai do nó **K** é **G**.
- ▶ Os **descendentes** de um nó são todos os nós da subárvore que começa neste elemento.
Exemplo: Os descendentes de **G** são **G, K, H, O, P**.
- ▶ Vértices sem filhos são chamados de **folhas**.

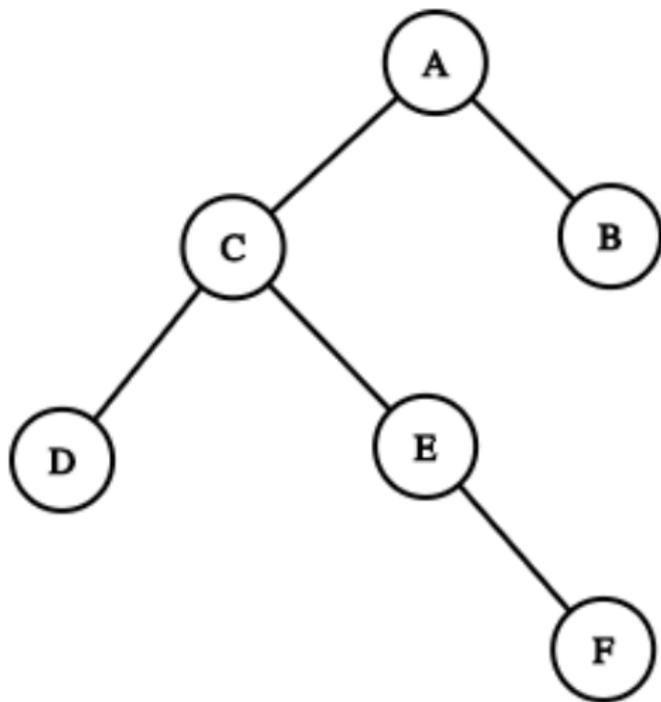
Árvores

- ▶ A **altura** de uma árvore é o número de arestas da raiz até uma folha descendente.
No nosso exemplo, a árvore tem altura 4.
- ▶ O **grau** de um nó da árvore é o número de filhos.
Exemplo. O grau de **F** é 2.
- ▶ Dizemos que uma árvore é **k -ária**, se todos os seus nós têm grau máximo k . Um caso particular importante são as árvores **binárias**
- ▶ Uma árvore é **ordenada** se a ordem em que os filhos aparecem for importante, ou seja, as árvores abaixo são diferentes:



Árvores binárias

Um caso especial importante que vamos estudar são as **árvores binárias ordenadas**



Árvores binárias

Alguns resultados:

- ▶ Quantas árvores binárias diferentes existem com n vértices?
 - ▶ $n = 1 \rightarrow 1$
 - ▶ $n = 2 \rightarrow 2$
 - ▶ $n = 3 \rightarrow 5$
 - ▶ $n = 4 \rightarrow 14$

$$C_k = \frac{1}{k+1} \binom{2k}{k}$$

O número de árvores com n vértices é C_{n+1} .



Propriedades de árvores binárias

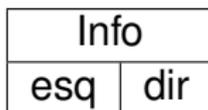
Uma árvore binária é **completa** se tem todos os nós possíveis, até sua altura.

Uma árvore completa com altura $h \geq 0$ tem $2^{h+1} - 1$ nós e 2^h folhas.

O número de nós em uma árvore binária com altura $h \geq 0$ é pelo menos $h + 1$ e no máximo $2^{h+1} - 1$.

Se uma árvore binária tem n_0 folhas e n_2 nós com 2 filhos, então, $n_0 = n_2 + 1$.

Como representar árvores binárias



```
struct cel {  
    item info;  
    struct cel * esq;  
    struct cel * dir;  
} no;  
  
no * raiz;
```