

SMM 0342 - INTRODUÇÃO AO ENSAIO MECÂNICO DOS MATERIAIS

Prof. Dr. José Benedito Marcomini

**Ensaio de Tração e Impacto em
Polímeros
Ensaio de flexão**

Termoplásticos

Classificação Materiais poliméricos

- **Necessitam de calor para serem moldados;**
- **Reversíveis (podem ser refundidos e remoldados)**
- **Recicláveis**
- **De uma forma geral não possuem ligações cruzadas**
- **De maior utilização industrial (70% em peso da quantidade total de plásticos)**

Polietileno (PE), polipropileno (PP), poli(tereftalato de etileno) (PET), policarbonato (PC), poliestireno (PS), poli(cloreto de vinila) (PVC), poli(metilmetacrilato) (PMMA)...

Termorrígidos

- **A temperatura ou um catalisador provoca uma reação permanente;**
- **Não podem ser refundidos e remoldados em outra forma**
- **Não são recicláveis**
- **Possuem ligações cruzadas**

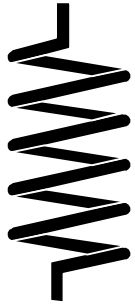
*Baquelite: tomadas; embutimento de amostras metalográficas;
Poliéster: carrocerias, caixas d'água, piscinas, etc., na forma de plástico reforçado (fiberglass).*

Reologia dos materiais poliméricos

Reologia (rheos = fluir e logos = estudo) é a ciência que estuda o **fluxo e a deformação dos materiais**, analisando sua **resposta** quando submetidos a uma **determinada tensão** ou sollicitação mecânica externa.

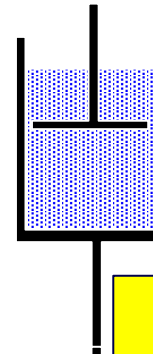
MODELOS IDEAIS

MOLA



Resposta Puramente Elástica
Sólido Hookeano
 $\sigma = E \cdot \varepsilon$

PISTÃO / ÊMBOLO

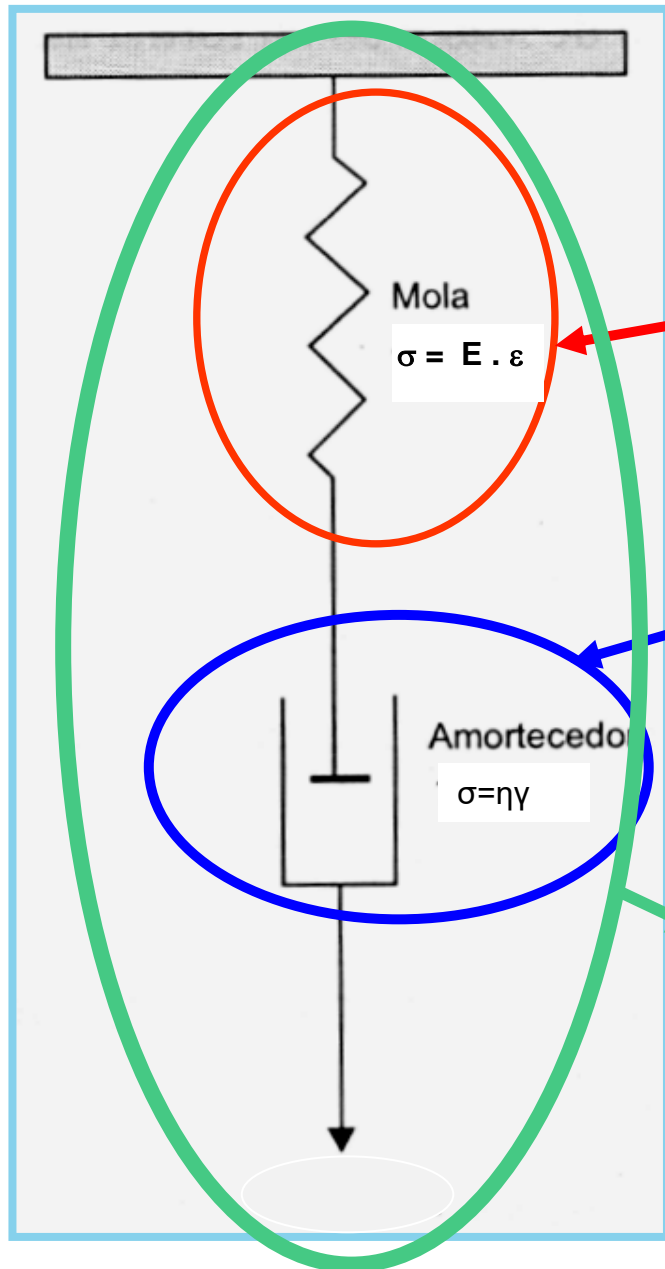


Resposta Puramente Viscosa
Líquido Newtoniano
 $\sigma = \eta \dot{\gamma}$

η = viscosidade do fluido dentro pistão;
 $\dot{\gamma}$ = velocidade de deformação pistão

Polímeros apresentam simultaneamente as frações elástica e viscosa (plástica), ocorrendo a predominância da fração **elástica** ou **plástica** de acordo com o tipo de **tensão e/ou deformação aplicada**.

Viscoelasticidade



Sólido de Hooke

Os Polímeros apresentam características de sólido e líquido inerentes a materiais de alto peso molecular

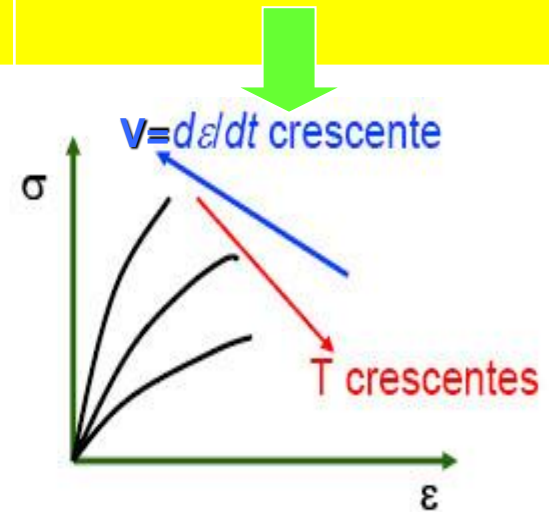
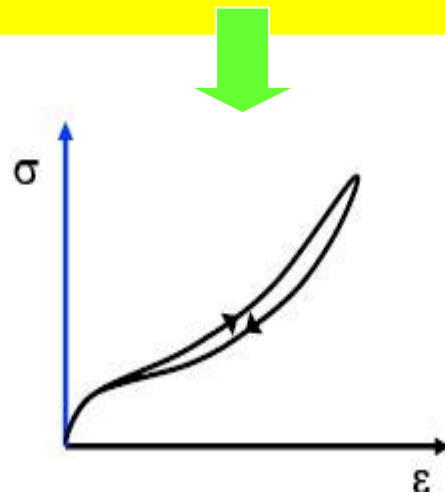
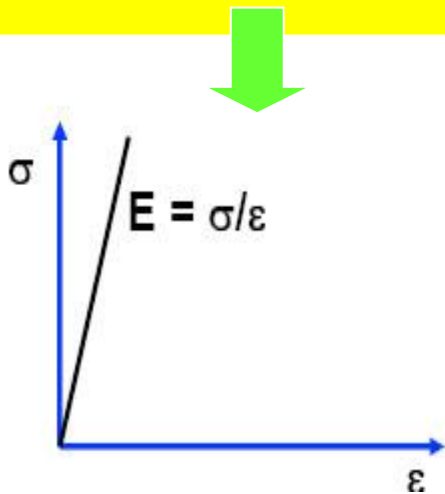
Fluido Newtoniano

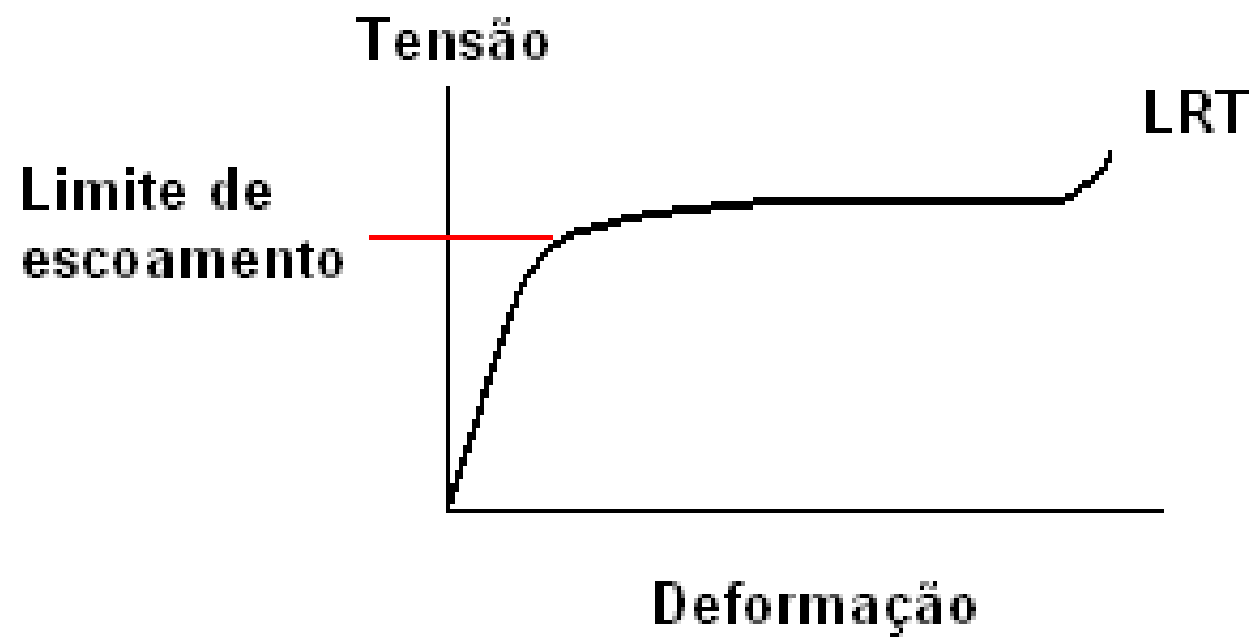
Material Viscoelástico

Fenômeno pelo qual o polímero apresenta características de um sólido elástico e de um Fluido viscoso ao mesmo tempo, quando submetido à ação de uma tensão.

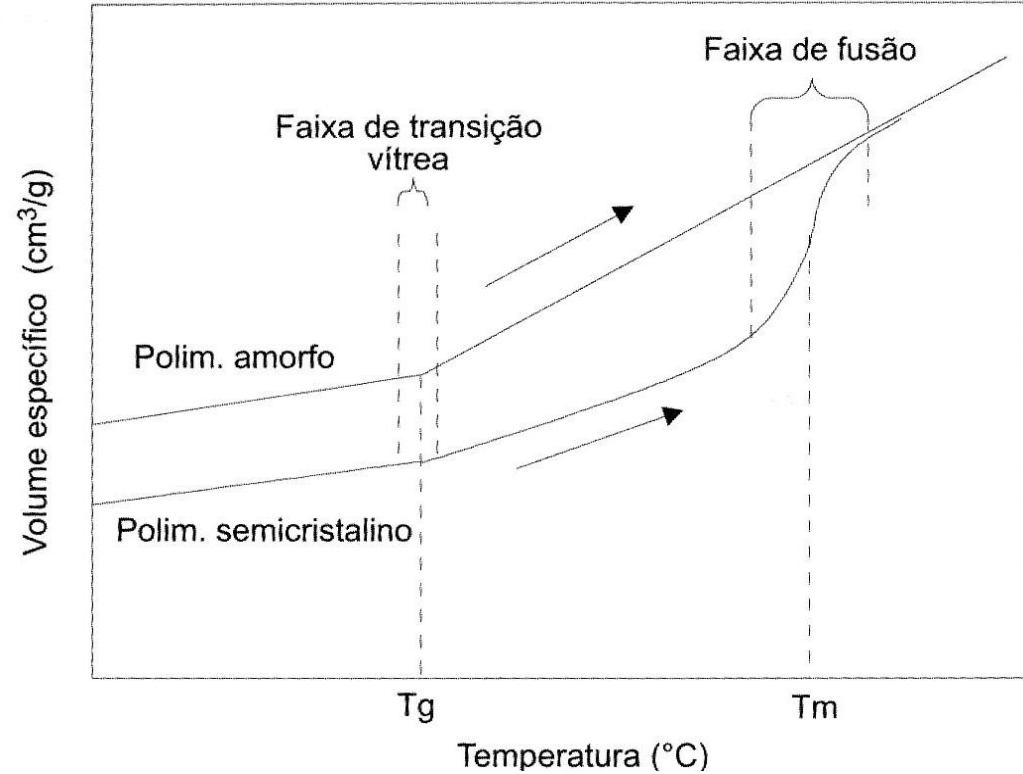
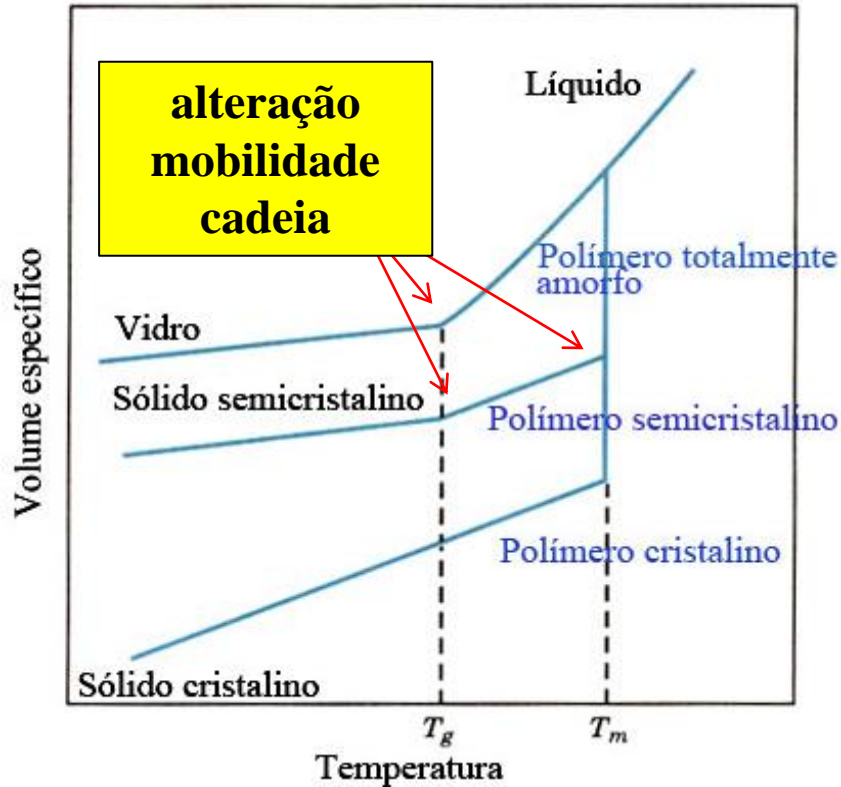
Principais Características do Comportamento Mecânico de Três Classes de Materiais

Sólido Hookeano	Elastômero	Polímero Termoplástico
<i>Proporcionalidade entre a tensão e a deformação</i>	<i>Não há proporcionalidade ente a tensão e a deformação</i>	<i>Não há proporcionalidade entre a tensão e a deformação</i>
<i>Elasticidade independente do tempo</i>	<i>Elasticidade independente do tempo</i>	<i>Elasticidade dependente do tempo</i>
<i>Módulo elevado</i>	<i>Módulo baixo, dependente da temperatura</i>	<i>Módulo dependente da temperatura e tempo</i>





Temperatura de Transição Vítreia (T_g , T_v) e de Fusão (T_m , T_f)



A fusão de um **polímero cristalino** corresponde a transformação de um **sólido** (estrutura **ordenada**, cadeias **alinhadas**) em um **líquido viscoso** (estrutura altamente **aleatória**)

T_g – **temperatura** na qual o polímero experimenta a **transição** do estado no qual apresenta certa “**dutilidade**” em um **sólido rígido**.

A T_g ocorre em polímeros amorfos (ou vítreos) e semicristalinos e é devida a redução no movimento de grandes segmentos de cadeias moleculares pela diminuição da temperatura.

Temperaturas de Fusão e de Transição Vítreas para Alguns Materiais Poliméricos Mais Comuns

<i>Material</i>	<i>Temperatura de Transição Vítreas</i> [°C (°F)]	<i>Temperatura de Fusão</i> [°C (°F)]
Polietileno (baixa densidade)	-110 (-165)	115 (240)
Politetrafluoroetileno	-97 (-140)	327 (620)
Polietileno (alta densidade)	-90 (-130)	137 (279)
Polipropileno	-18 (0)	175 (347)
Náilon 6,6	57 (135)	265 (510)
Poliéster (PET)	69 (155)	265 (510)
Cloreto de polivinila	87 (190)	212 (415)
Poliestireno	100 (212)	240 (465)
Policarbonato	150 (300)	265 (510)

Classificação dos estados físico-mecânicos de um polímero semicristalino com relação a temperatura

Vítreo – Acontece abaixo da t_g . Baixo nível energético portanto as cadeias não possuem energia suficiente para apresentar mobilidade (Deformação essencialmente Elástica)

Dútil – Entre T_g e T_m . Mobilidade somente da fase amorfa, mantendo a fase cristalina rígida. Flexibilidade devido a mobilidade da fase amorfa, restrita pela rigidez da cristalina.

Viscoso – Acima da T_m . Alto nível energético caracterizado por apresentar todas as cadeias altamente móveis (Deformação Plástica). Estado em que os polímeros são processados pois apresentam alta conformabilidade.

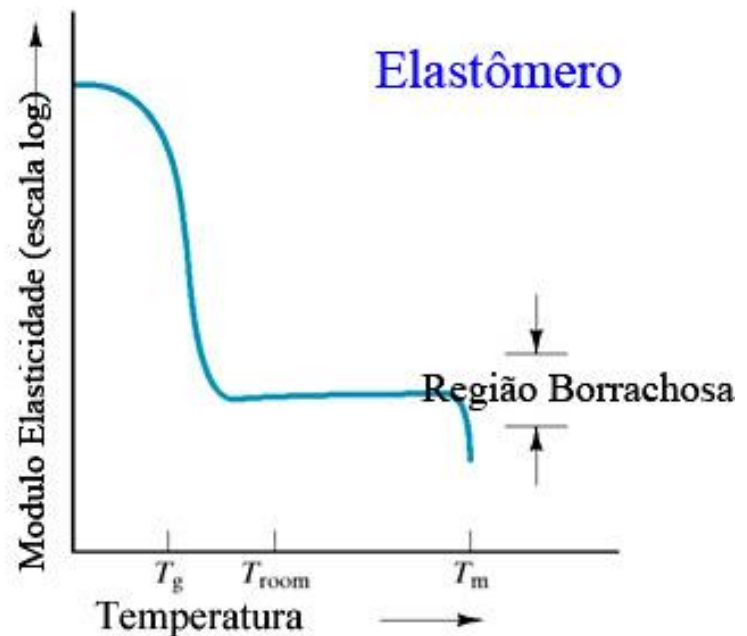
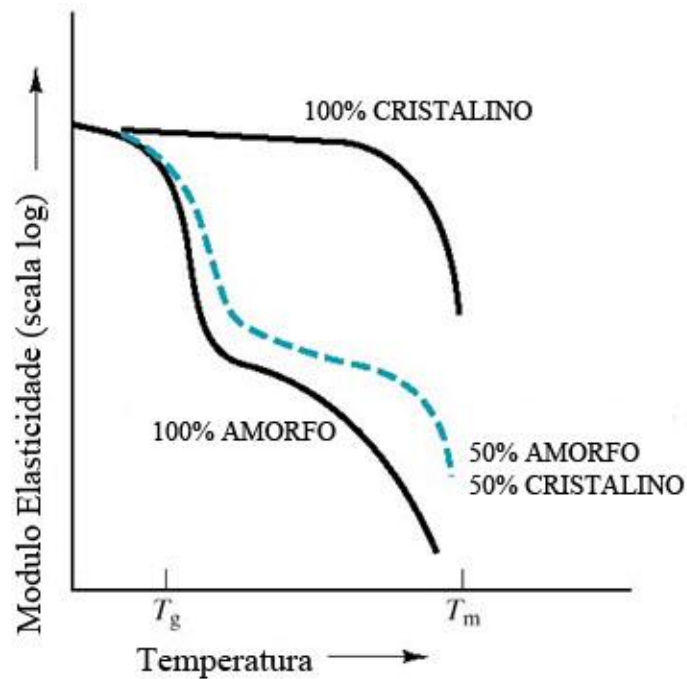
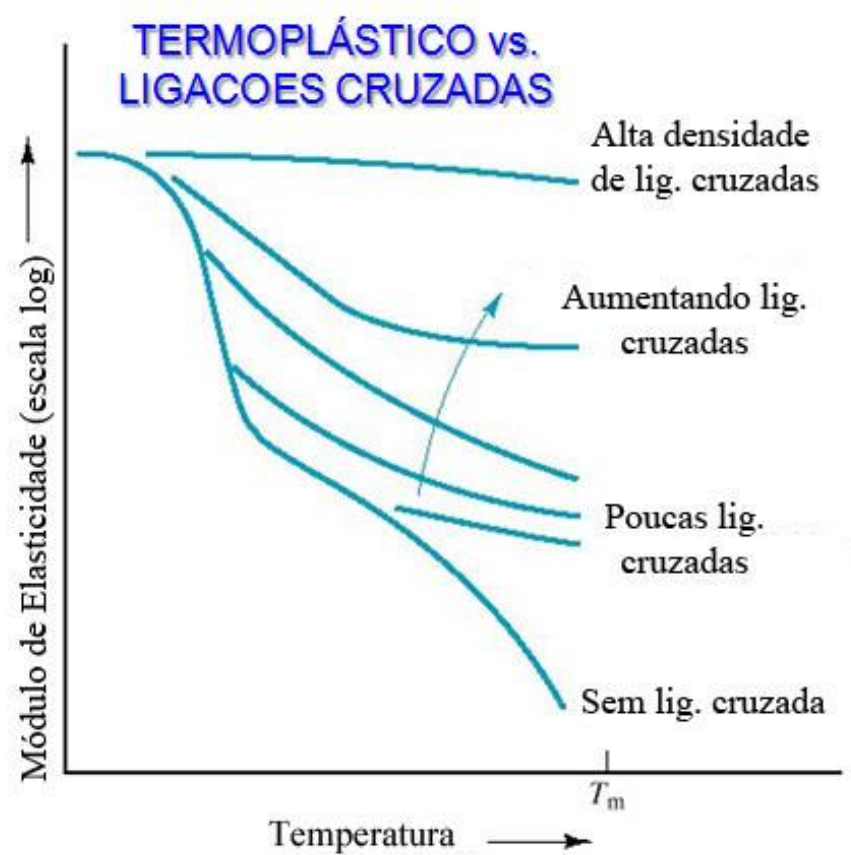
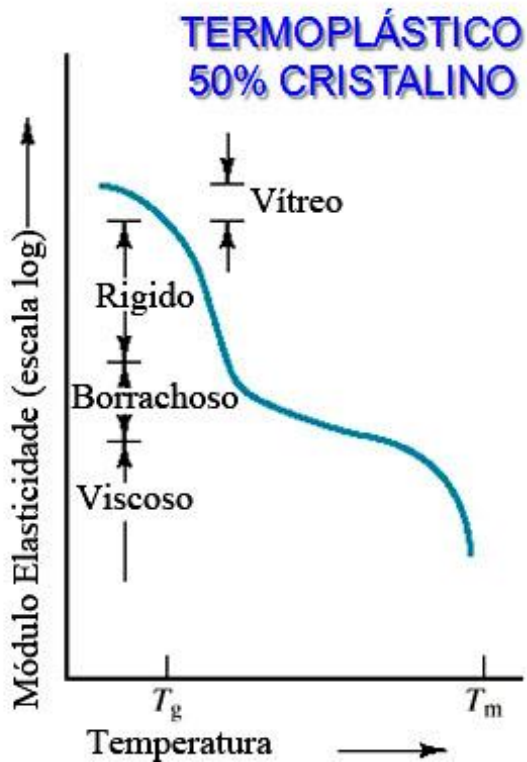
Principais fatores que afetam o comportamento mecânico dos polímeros (parâmetros estruturais e externos):

Parâmetros estruturais

- Estrutura química;
 - Presença de grupos polares;
 - Massa molar (peso molecular);
 - Copolimerização (+ de 1 mero/SBR);
 - Ligações cruzadas ;
 - Grau de cristalinidade;
 - Pré-deformação por estiramento;
 - Tratamento térmico (recozimento)
 - Densidade (ex: HDPE vs. LDPE)
- etc...

Parâmetros externos

- Presença de plastificante;
- de Elastômero;
- de monômero residual;
- reforço com fibras ;
- Pré-deformação por estiramento;
- água etc...

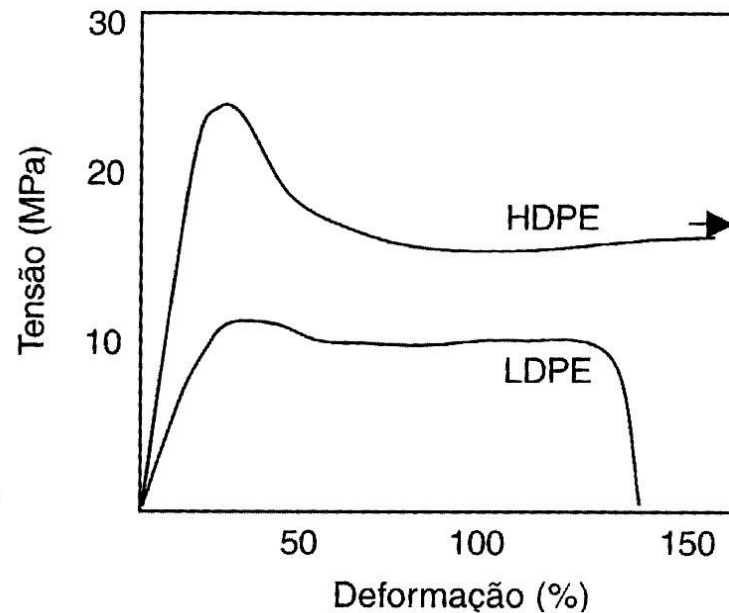


Cristalinidade (densidade) vs. Propriedade Mecânica

Propriedades mecânicas de polietileno com vários graus de cristalinidade

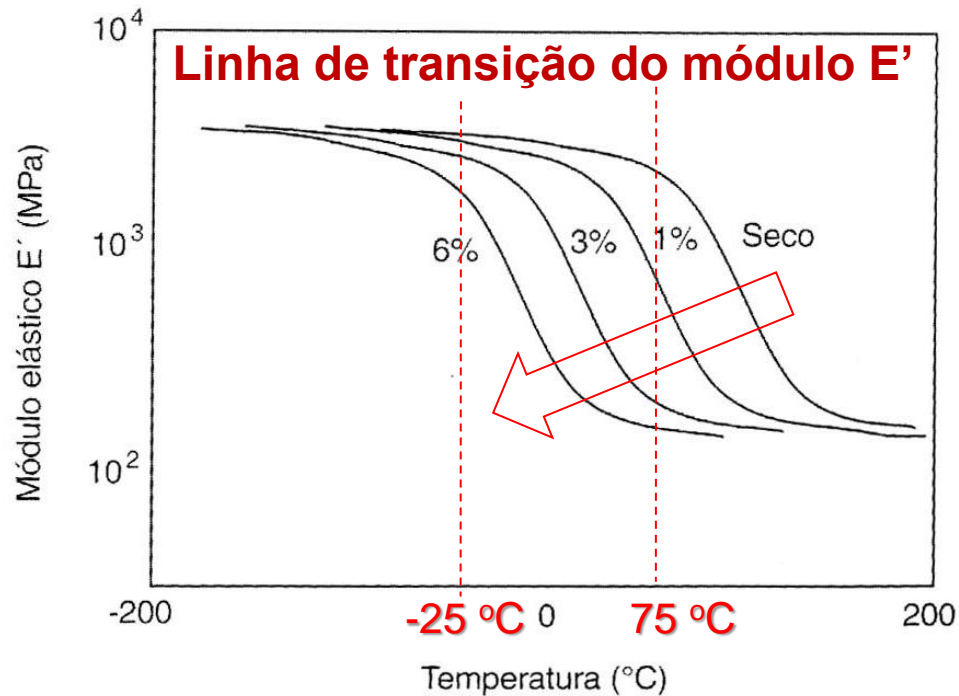
Propriedade	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3
Densidade (g/cm ³)	0,910 - 0,925	0,926 - 0,940	0,941 - 0,965
Resistência à tração (MPa)	4,1 - 15,9	8,3 - 24,1	21,4 - 37,9
Módulo sob flexão (GPa)	0,05 - 0,41	0,41 - 0,73	0,69 - 1,8
Dureza Rockwell D	41 - 48	50 - 60	60 - 70

A densidade em polietilenos pode ser considerada proporcional ao grau de cristalinidade



Curvas de tensão-deformação em tração para polietileno de alta (HDPE) e baixa (LDPE) densidades

Efeito Absorção de água no Módulo vs. Temperatura



A *absorção* preferencial de *água* em polímeros como náilons, poliuretanas e plásticos a base de celulose, ocorre em função da possibilidade de formação de *pontes de H* entre as moléculas de água e grupos oxigenados (carbonila, hidroxila, etc..)

A *água* age como *plastificante* para esses polímeros tendendo a diminuir as forças de Van der Waals *reduzindo* assim as *forças intermoleculares*.

Efeito da umidade nas propriedades mecânicas do náilon 6,6

Propriedade	0,2% água	2,5% água
Resistência à tração (MPa)	81,4	77,3
Deformação na ruptura (%)	60	300
Resistência no escoamento (MPa)	81,4	58,6
Deformação no escoamento (%)	5	25
Módulo sob flexão (GPa)	2,8	1,2

Efeito do Tratamento Térmico (recozimento) nas Propriedades Mecânicas do Polímero

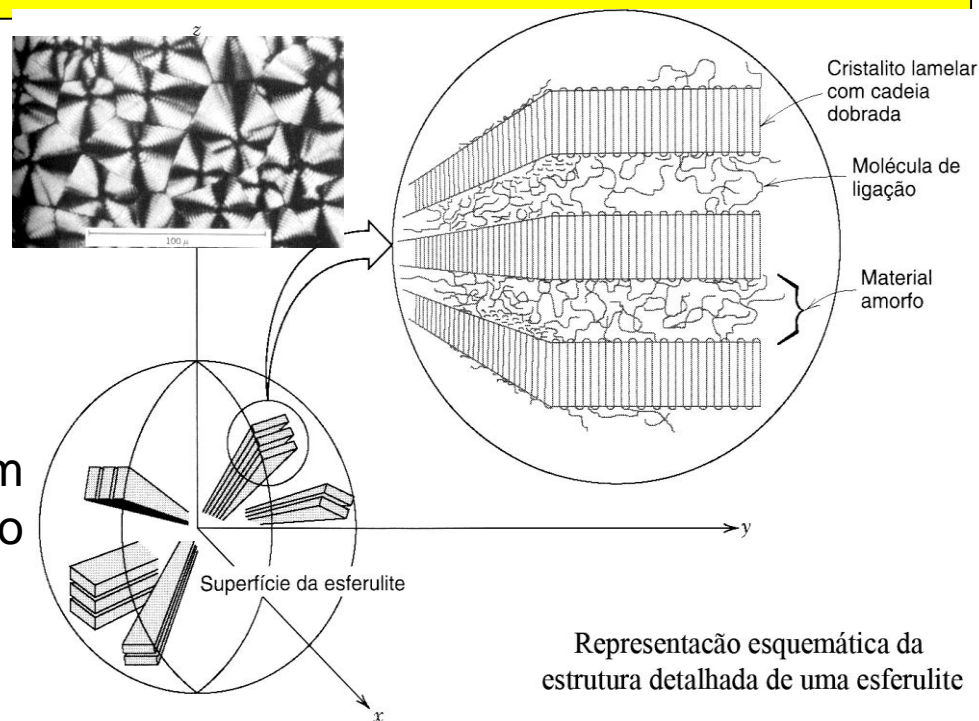
O tratamento térmico (**recozimento**) de polímeros semicristalinos leva a **modificações** no **tamanho** e na **perfeição** dos **cristalitos** bem como na estrutura **esferulítica**.

O aumento da temp. de recozimento em polímero semicristalino leva ao (não estirados e tempo constante) :

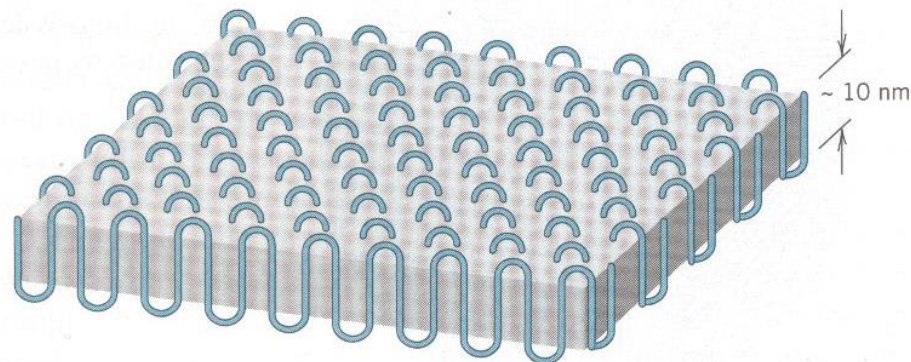
- ✓ aumento da resistência à tração;
- ✓ aumento do limite de escoamento;
- ✓ redução da ductilidade.

**Efeito Contrário
Metais**

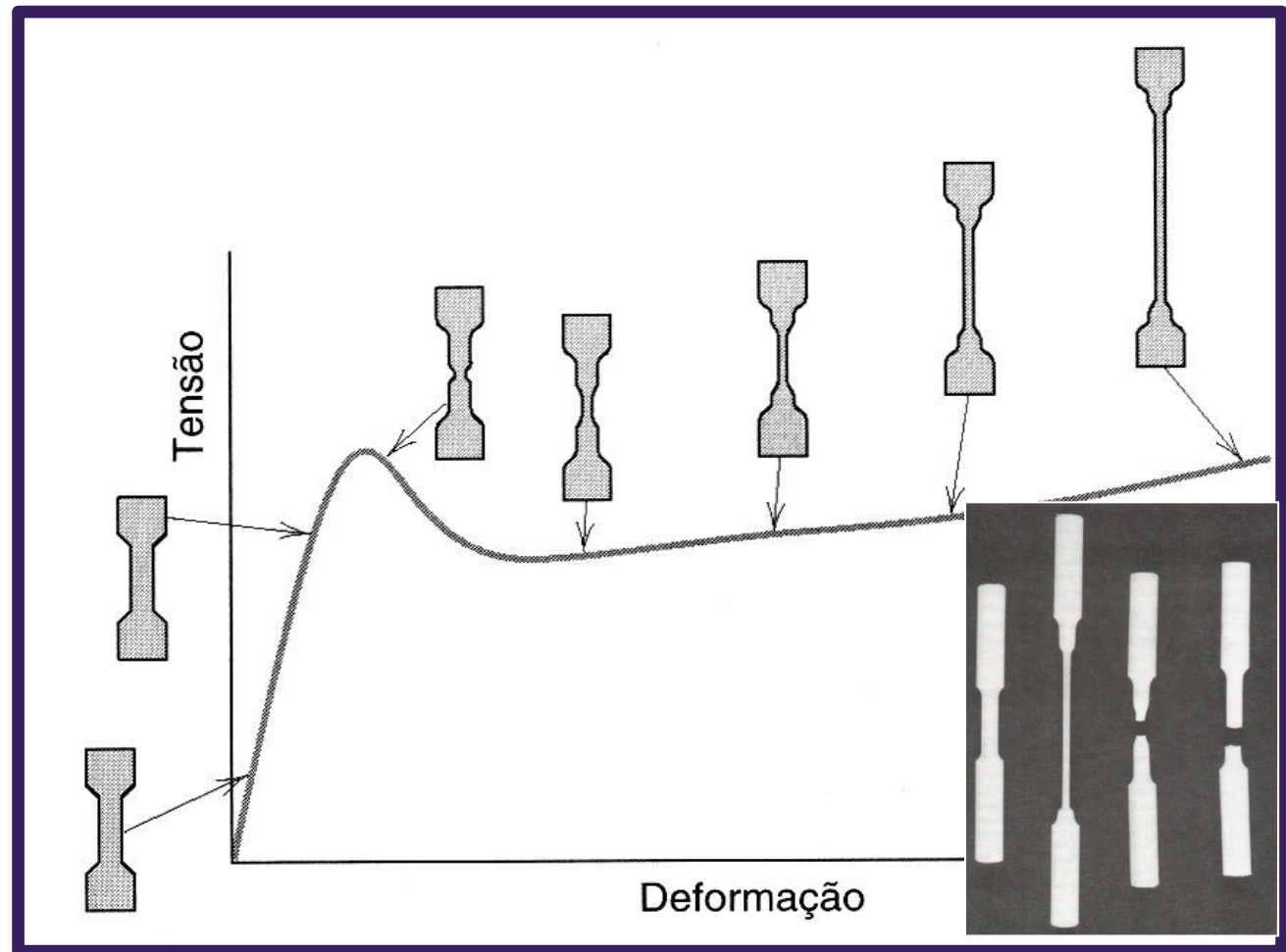
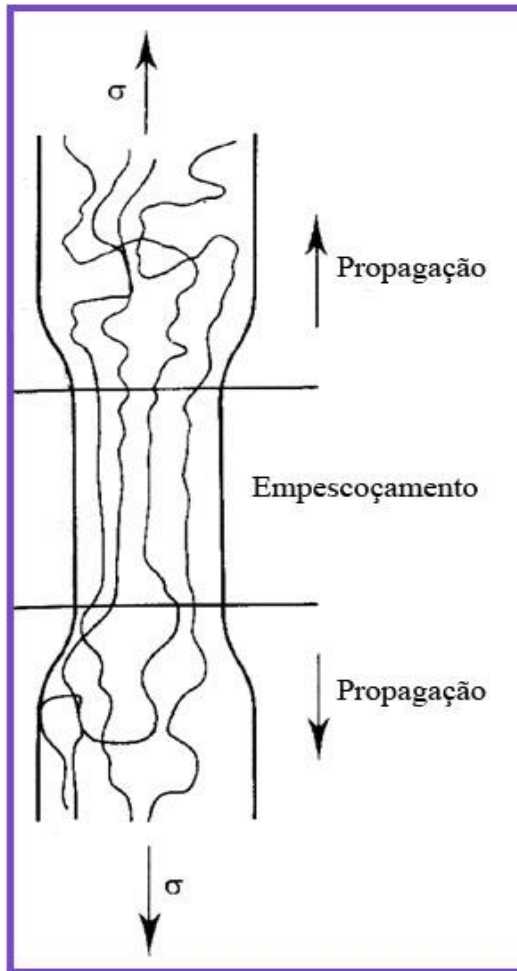
- ✓ enfraquecimento;
- ✓ amolecimento;
- ✓ melhoria ductilidade.



Cristalito Lamelar



Estiramento do Polímero Semicristalino (semelhante ao encruamento nos metais)



As propriedades dos materiais estirados são altamente anisotrópicas

Aumento de resistência empregada na fabricação de fibras e películas.

Durante estiramento as cadeias moleculares deslizam umas sobre as outras tornando-se altamente orientadas aumentando a resistência.

Deformação em Plásticos (regido pela estrutura molecular)

Deformação plástica: permanente, irreversível

Plásticos AMORFOS (termoplásticos e termofixos):

- ✓ as cadeias não se desenrolam;
- ✓ material resiste à deformação;
- ✓ ruptura com pequena ou nenhuma deformação.

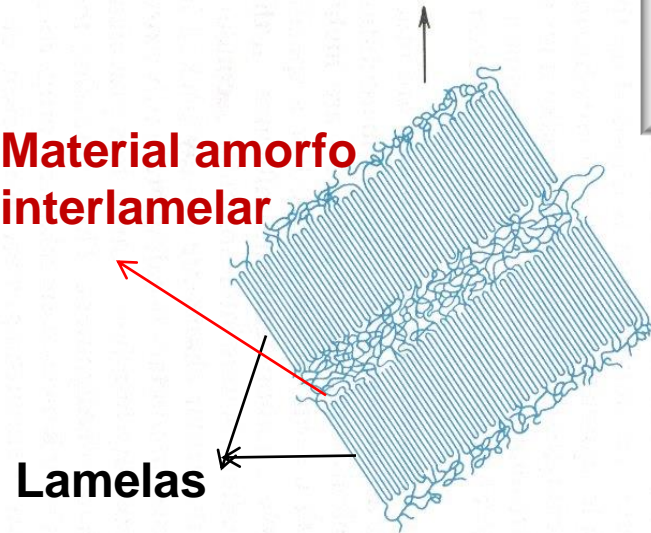
Plásticos SEMICRISTALINOS, com $T_g < \text{ambiente}$:

- ✓ a parte amorfa se desenrola → pequena deformação elástica;
- ✓ material resiste à deformação até ruptura de planos da estrutura cristalina → deformação plástica;
- ✓ material rompe após grande deformação.

Estágios na Deformação de um Polímero Semicristalino

Material amorfo interlamelar

Lamelas



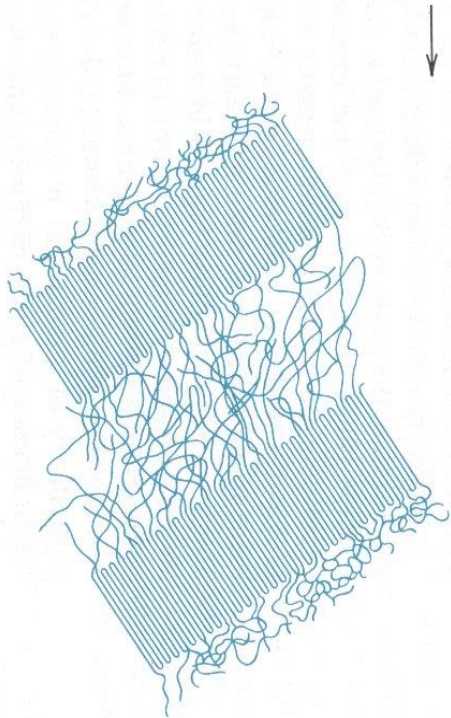
(a) 2 lamelas com cadeias dobradas

(b) Separação de segmentos de blocos cristalinos durante o 1º estágio;

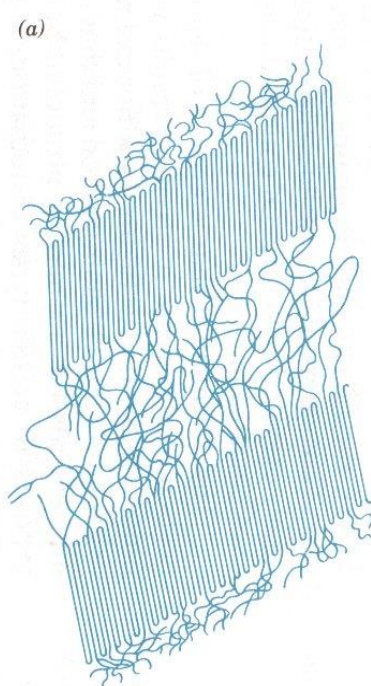
(c) Alongamento das cadeias de ligação amorfas durante 1 estágio

(d) Orientação dos segmentos de bloco e cadeias de ligação com o eixo de tração no estágio final da deformação.

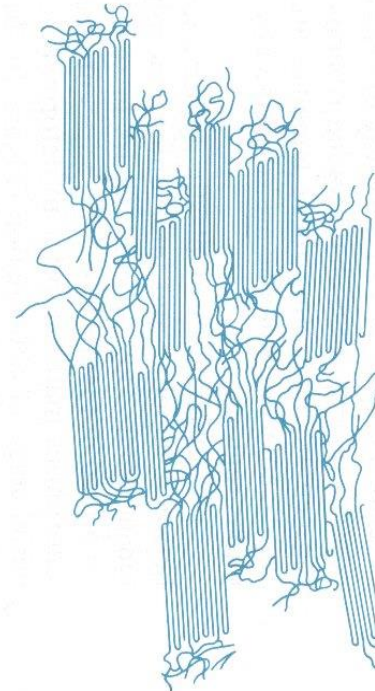
(e) estagio de deformação;



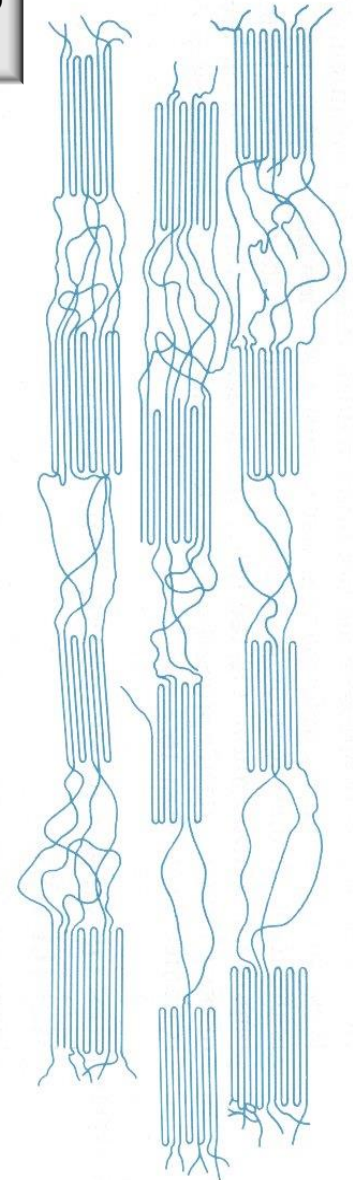
(b)



(c)

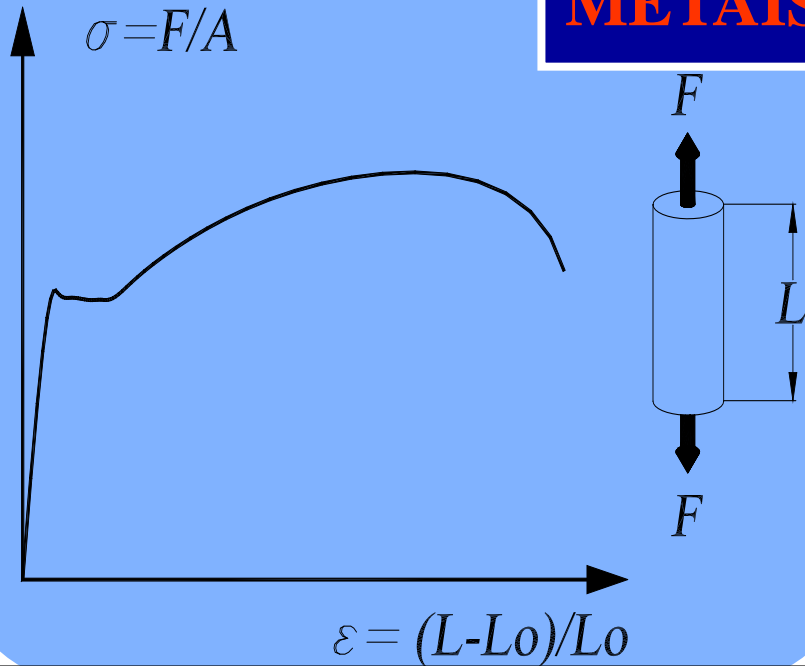


(d)



(e)

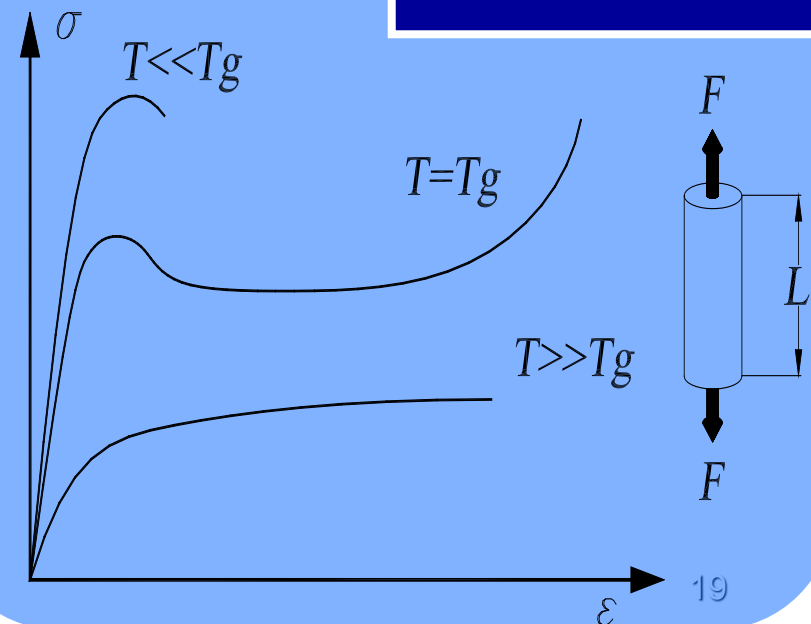
METAIS



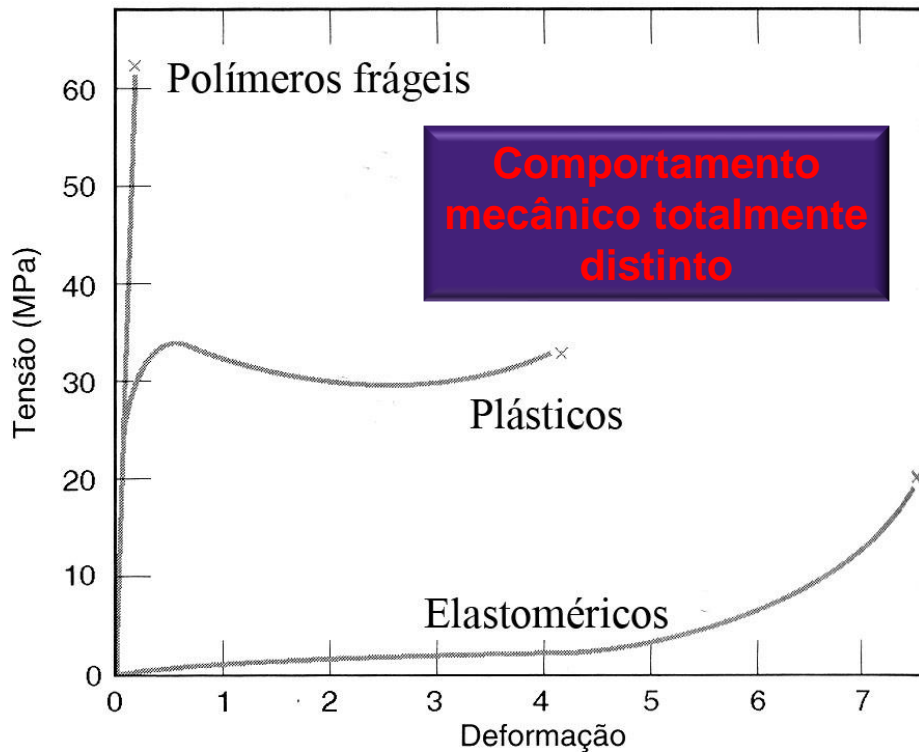
DISTINTOS COMPORTAMENTOS TENSÃO-DEFORMAÇÃO

As propriedades mecânicas são fortemente dependentes da temperatura, do peso molecular e da umidade relativa.

POLÍMEROS



Comportamento Frágil e Dúctil dos Polímeros

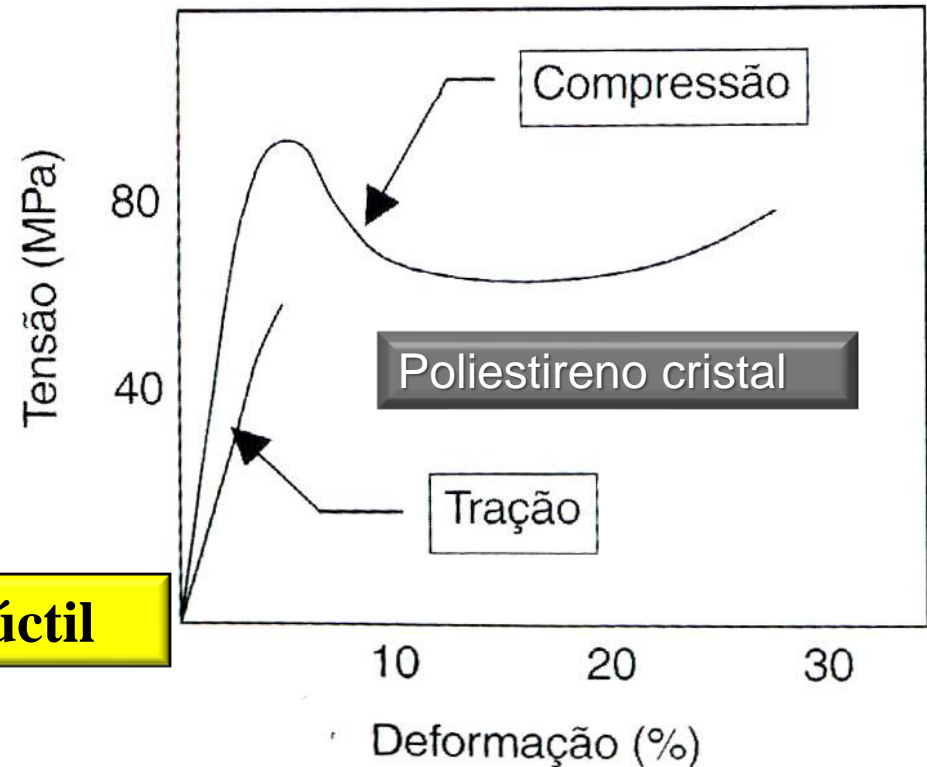


Polímeros com comportamento frágil não apresentam ponto de escoamento portanto não se deformam plasticamente.

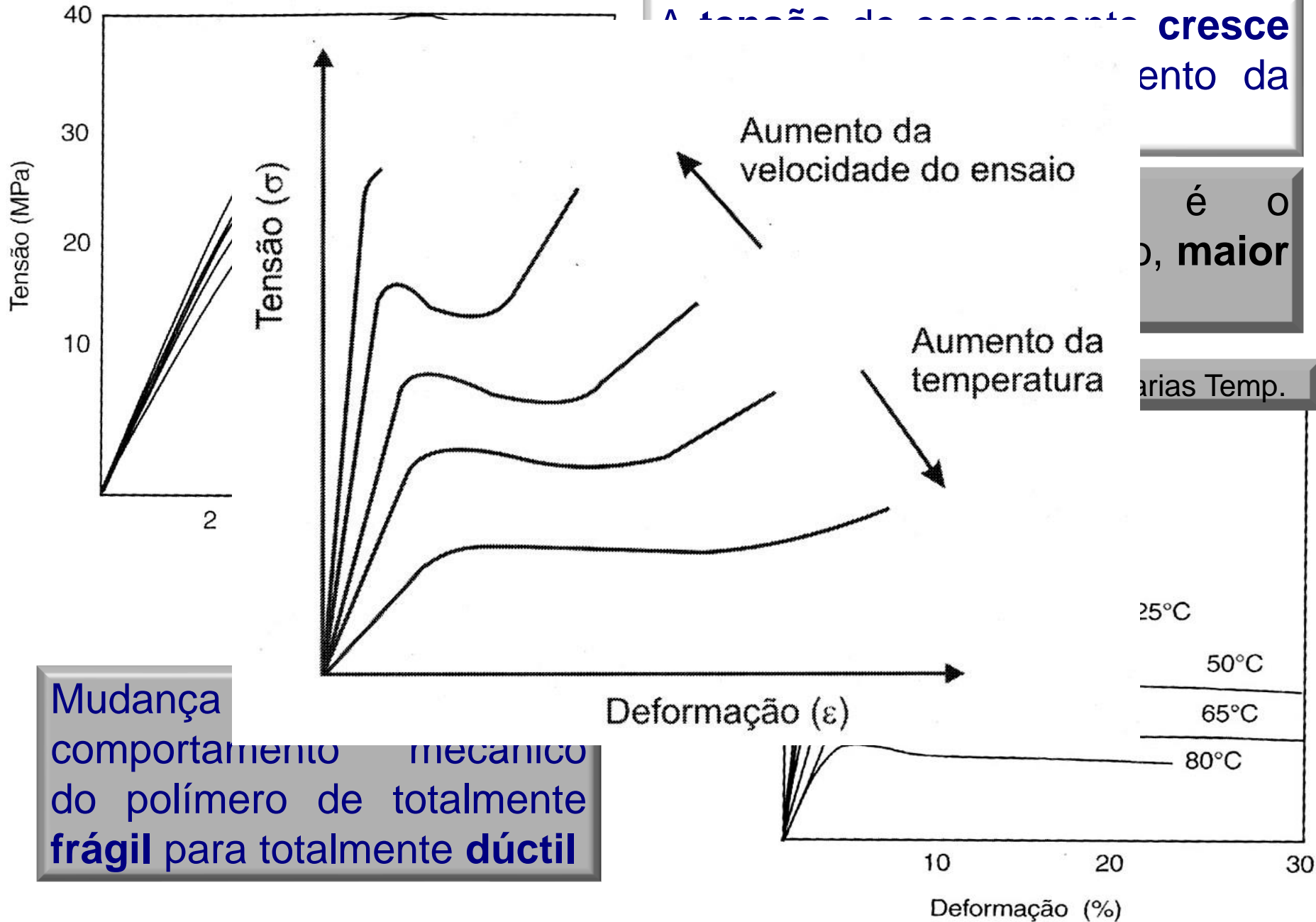
Polímeros com comportamento dúctil apresentam ponto de escoamento nítido e deformam-se plasticamente.

Sob tração = comportamento frágil

Sob compressão = comportamento dúctil



Efeito da taxa de deformação e Temperatura na curva $\sigma \times \epsilon$



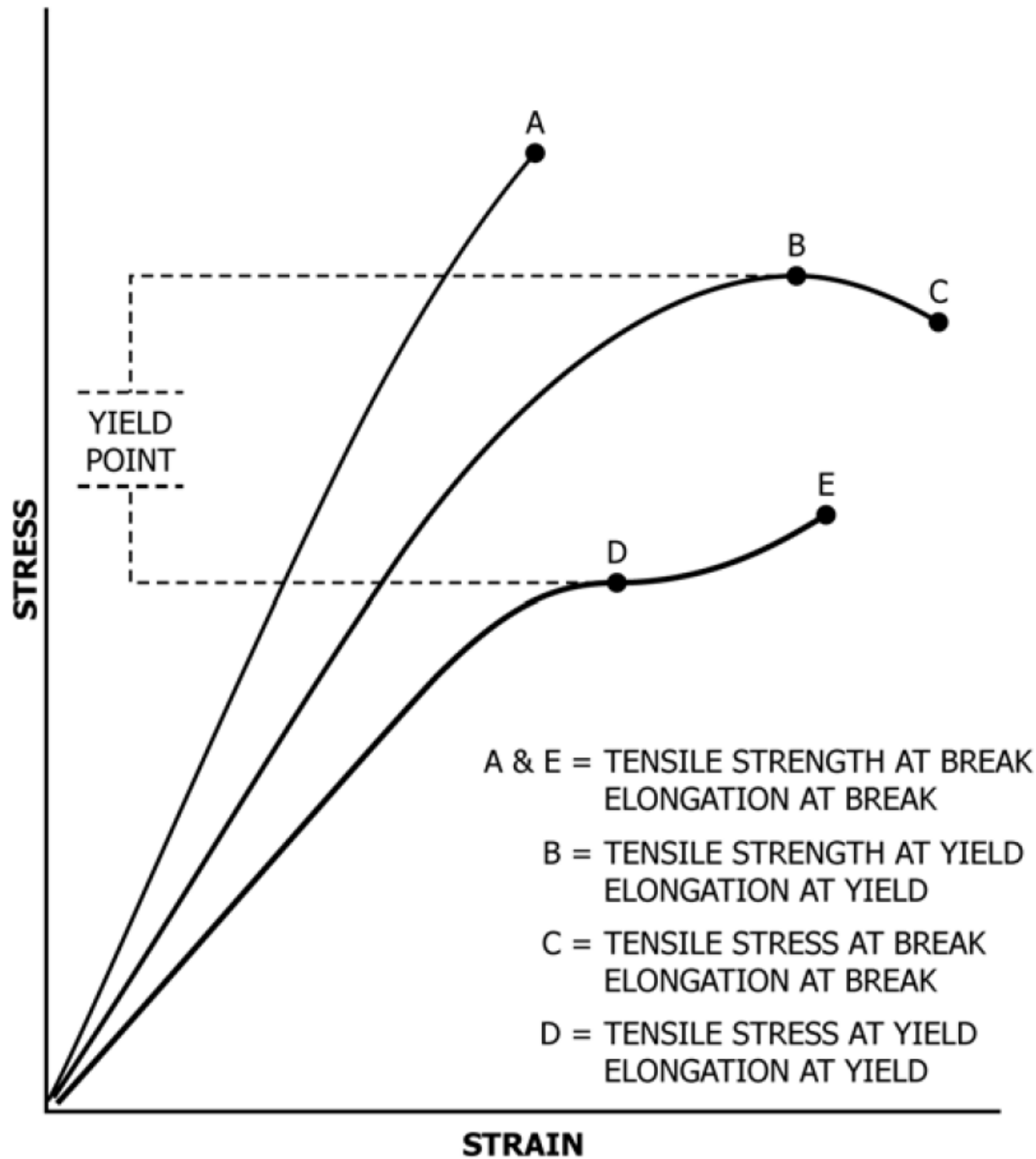


FIG. A2.3 Tensile Designations

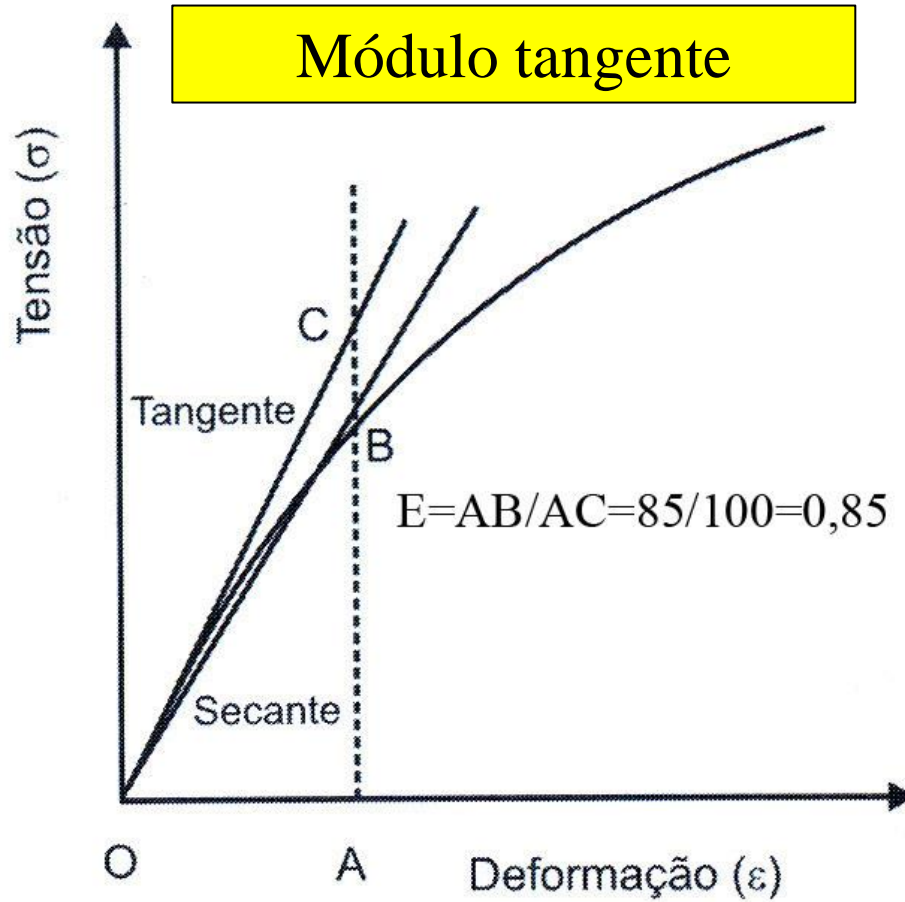
<i>Parâmetro (Principais)</i>	<i>Norma (ASTM/ISO)</i>	<i>Unidade</i>
Módulo em tração	D638/527-1	MPa, GPa
Tensão e <i>deformação</i> no escoamento em tração		MPa, %
Tensão e <i>deformação</i> na ruptura em tração		MPa, %
Tensão a 50% de deformação		MPa
Módulo de fluência em tração (1h e 1000h)	899-1	MPa
Resistência ao impacto Charpy	D256/179-1	kJ/m ²
Resistência ao impacto Charpy com entalhe	D6110	kJ/m ²
Resistência a tração-impacto com entalhe	8256-1	kJ/m ²
Módulo em flexão	D790/178 (3 pontos) e D6272 (4 pontos)	MPa
Tensão de flexão na ruptura		MPa
Resistência a flexão		MPa
Modulo Elasticidade Tangente em flexão		MPa

Comparação das Propriedades de Resistência a Ruptura e Módulo de alguns Materiais

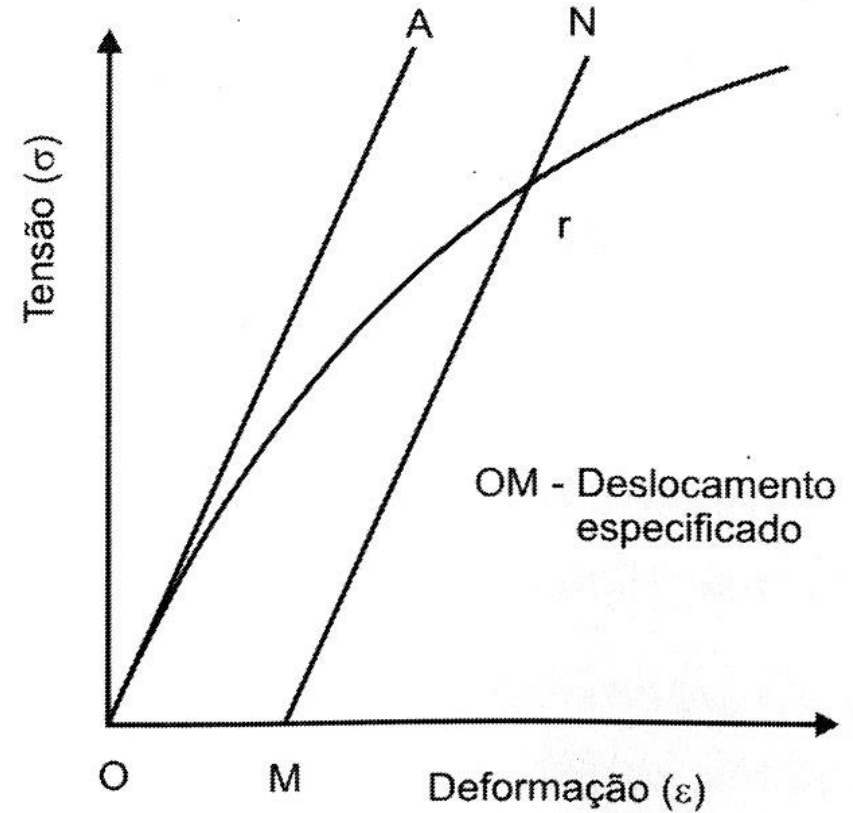
Material	Módulo de Elasticidade (GPa)
Compostos grafite-epóxi	280
Aço	210
Alumínio	70
Epóxi reforçado com fibra de vidro	40
Poliéster reforçado com fibra de vidro	14
Nylons reforçado com 30% de fibra de vidro	10
Acrílicos	3,5
Resinas epóxi	3,1
Policarbonato	3,1
Acetal copolímero	2,9
Polietileno de alto peso molecular	0,7

Material	Limite de resistência à tração (MPa)	Limite de resistência à compressão (MPa)
Aço para construção civil	≥ 370	370
Concreto	1,5 – 3,5	20 – 40
Plástico rígido não reforçado	10 – 150	7 – 200
Plásticos reforçados (compósito)	200 – 1000	150 – 500

Ensaio de Tração (ASTM D638 e ISO 527-1)



Limite de escoamento deslocado



MATERIAIS NÃO HOOKEANOS

$$\% \Delta L = \Delta L / L_0$$

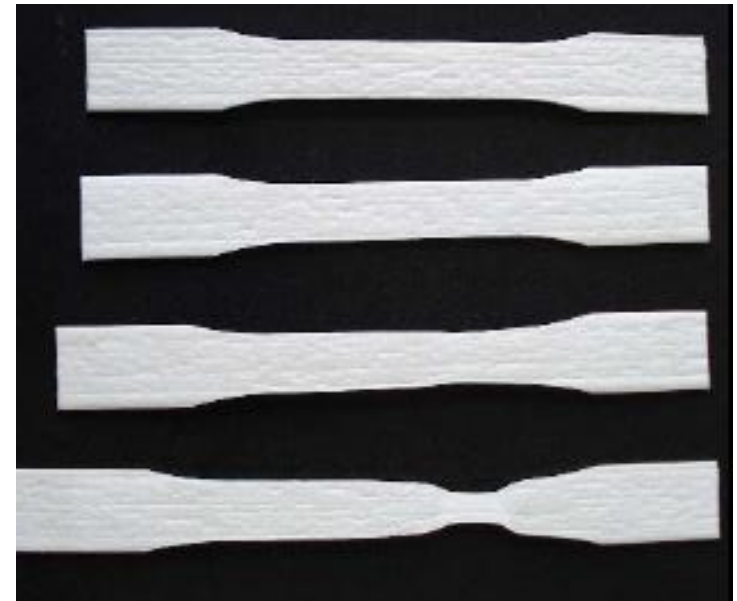
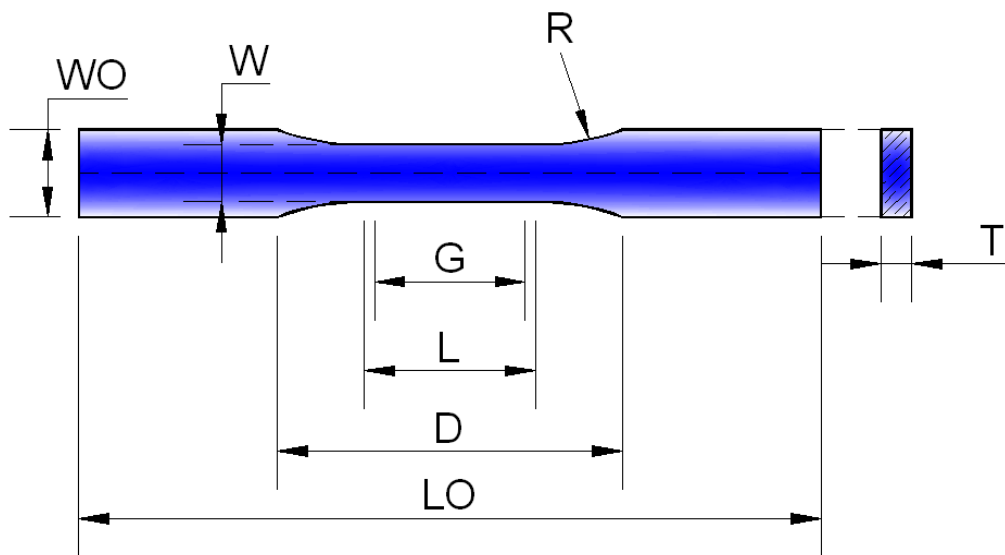
$$\sigma_t = F_{\text{máx}} / A_0$$

$$\epsilon_t = \Delta L / L_0 = (L - L_0) / L_0$$

$$E = \sigma / \epsilon$$

Dimensões do CP para Ensaio de Tração (ASTM D638)

DIMENSÕES (MM)	T ≤ 7 mm		T = 7 – 14 mm
	Tipo I	Tipo II	Tipo III
W – LARGURA DA SEÇÃO DELGADA	13	6	19
L – Comprimento da seção delgada	57	57	57
WO – Largura total	19	19	29
LO – Comprimento total	185	183	246
G – Comprimento p/ instrumentação	50	50	50
D – Distância entre garras	115	135	115
R – raio	76	76	76



Propriedades mecânicas de plásticos importantes

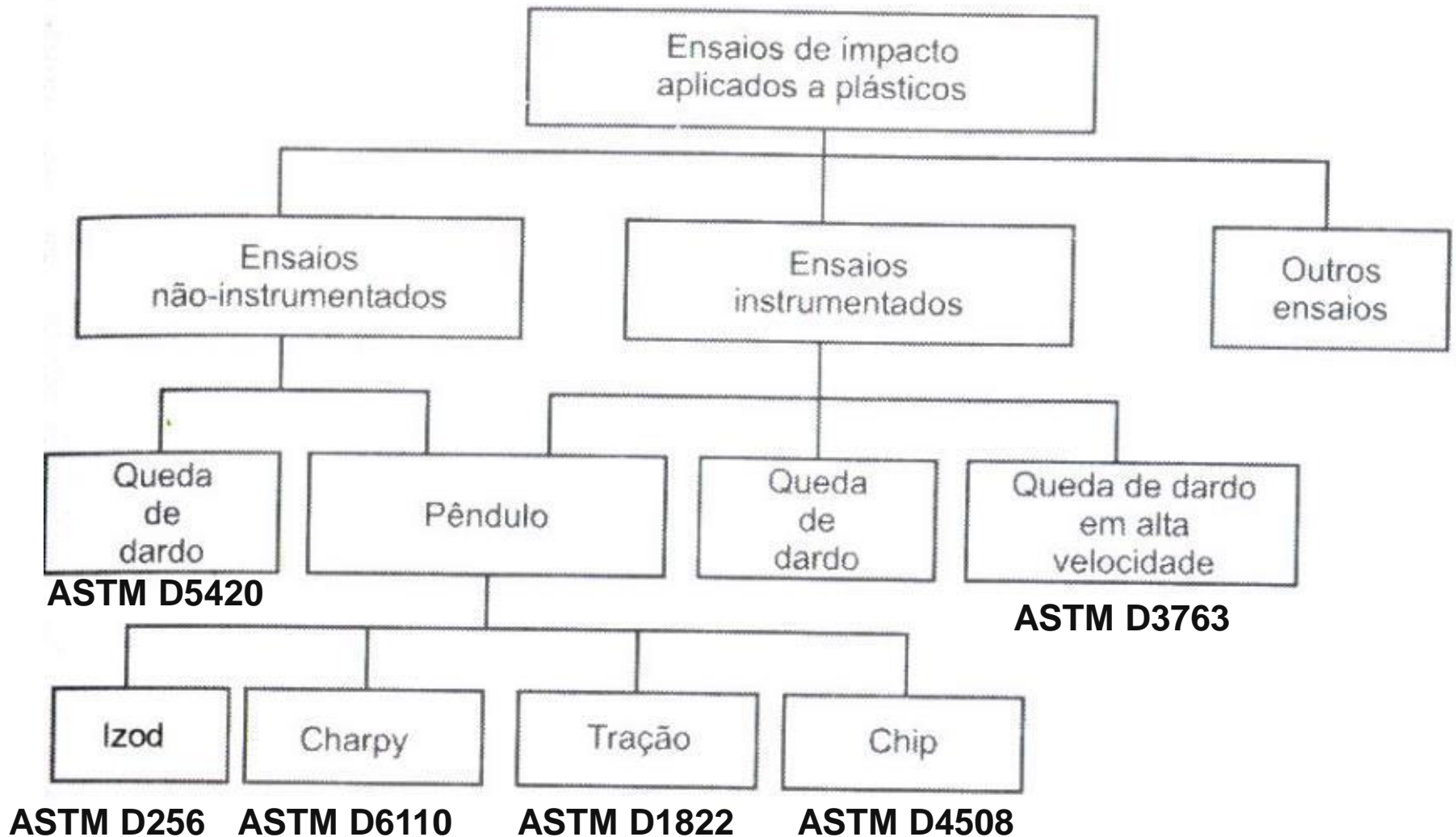
Material	Densidade (kg/m ³)	Resistência à tração (MPa)	Módulo de Elasticidade (MPa)	Deformação ¹ (%)
ABS (alto impacto)	1040	38	2200	8
Acrílico	1190	74	3000	2
Resinas epóxi	1600 - 2000	68 - 200	20000	4
PEEK ²	1300	62	3800	4
PEEK (30% carbono)	1400	240	14000	1,6
PET	1360	75	3,00	70
PET (30% fibra de vidro)	1630	180	12000	3
Policarbonato	1150	65	2800	100
Poliamida	1420	72	2500	8
Polipropileno	1200	27	1300	200 - 700
Poliestireno	1300	48	3400	3
Polietileno (BD ³)	920	10	200	400
Polietileno (AD ⁴)	1450	20 - 30	1200	200 - 100
PVC rígido	1330	48	3400	200
PVC flexível	1300	14	7	300

Ensaio de Impacto Polímeros

Parâmetros que afetam as propriedades sob impacto em polímeros:

- Taxa ou velocidade de sollicitação sob impacto;
- Sensibilidade ao entalhe;
- Temperatura;
- Orientação Molecular
- Condições e tipo de processamento;
- Grau de cristalinidade e massa molar;
- Método de sollicitação (Pêndulo; Dardo etc..)
- Espessura do corpo de prova

Ensaio de Impacto Polímeros

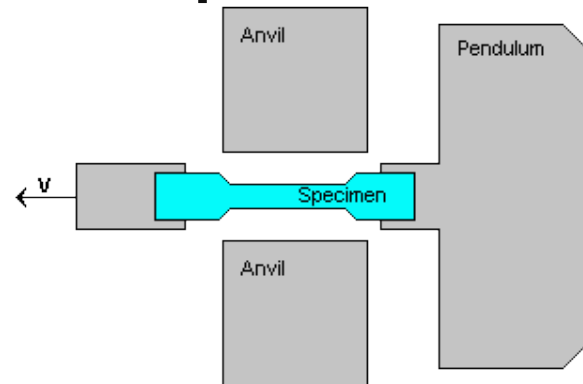


Ensaio de Impacto Polímeros

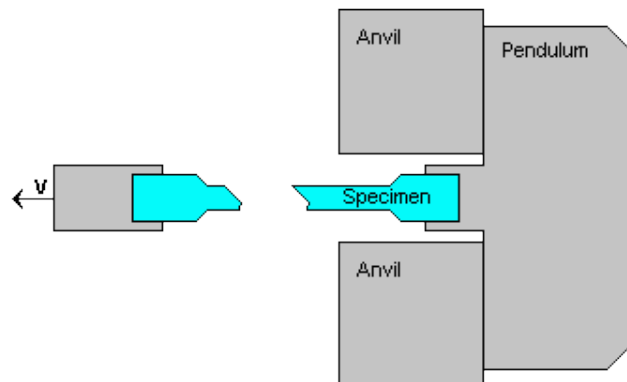
Impacto/Tração

Dardo

Antes impacto

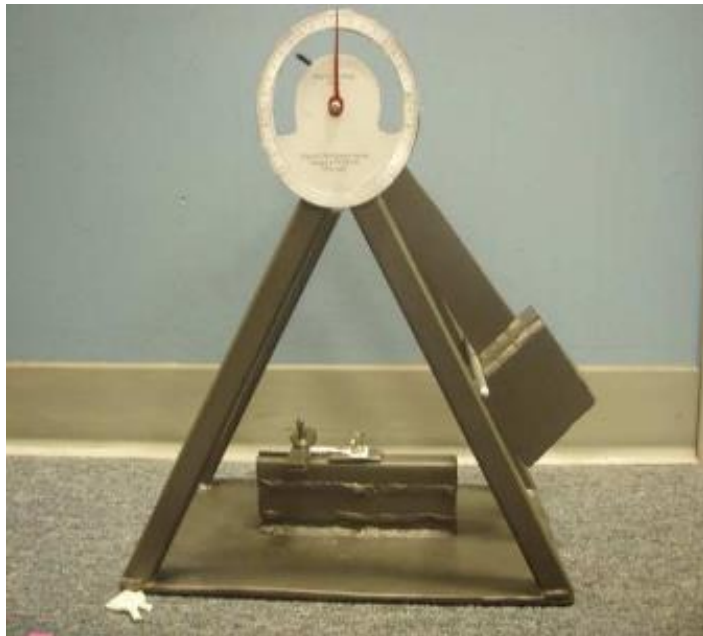


Após impacto

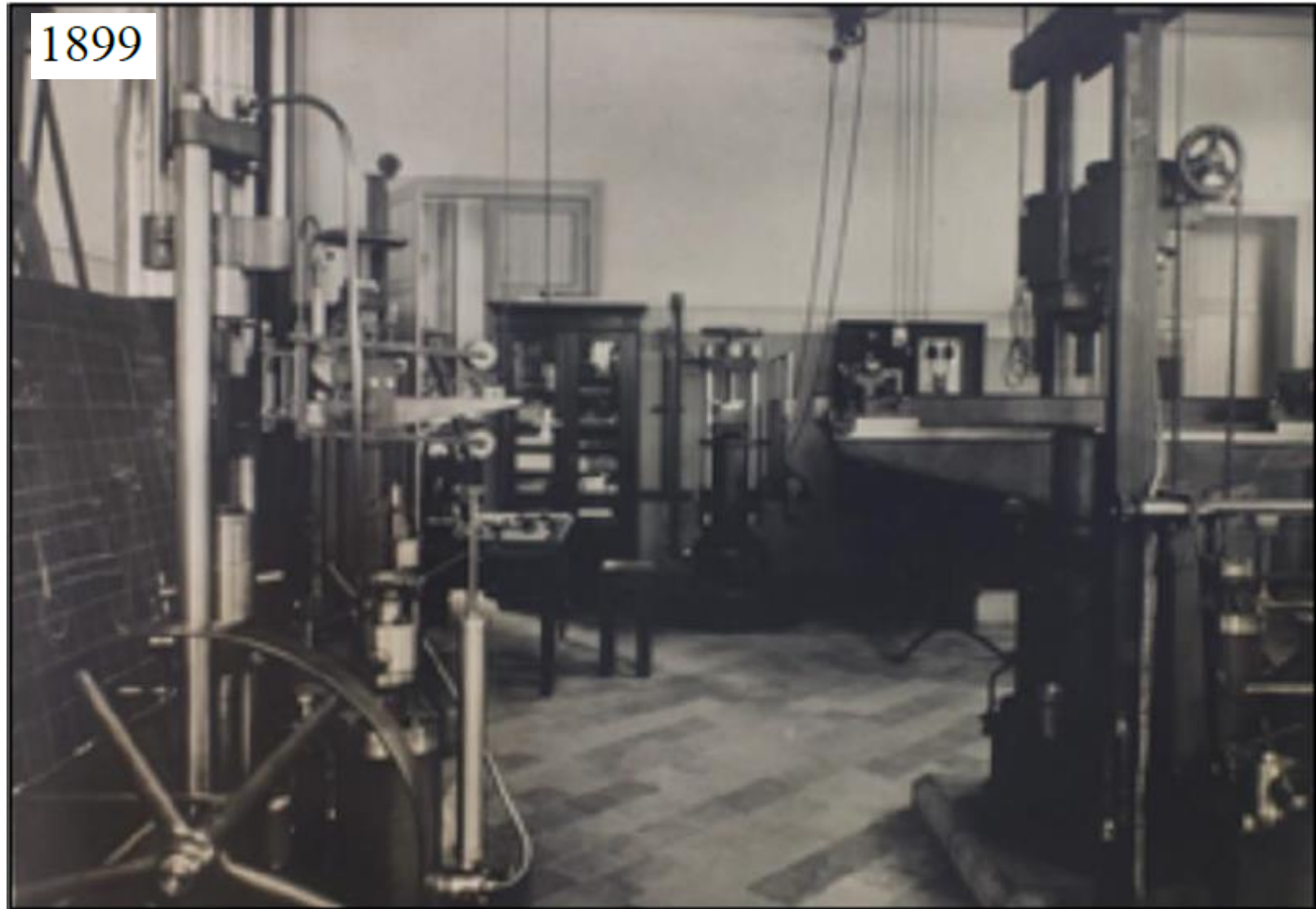


Type S

Type L



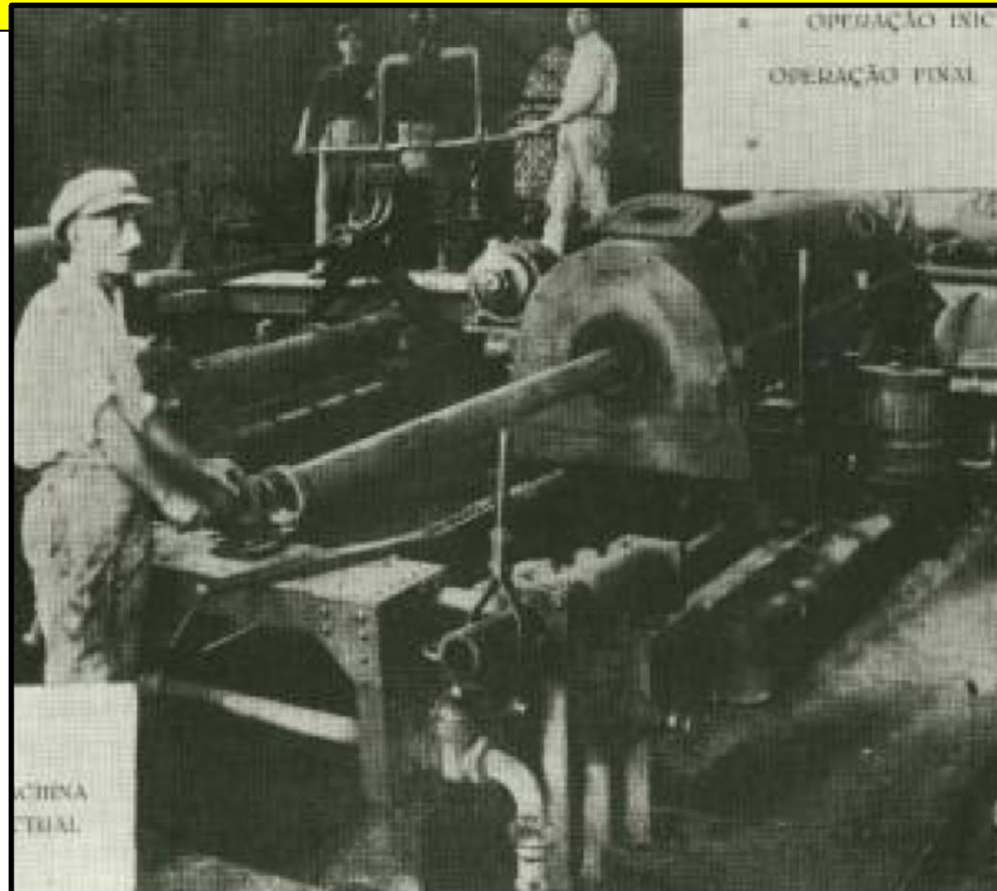
ENSAIOS MECÂNICOS NO BRASIL



Gabinete de resistência dos Materiais (GRM) da Escola Politécnica de São Paulo [MARCOLIN, 2013].

A primeira obra considerada tecnológica do Brasil foi a publicação, pelo **Grêmio Politécnico**, do **Manual de Resistência de Materiais (1905)**, sob supervisão de **Paula Souza e Francisco de Paula Ramos de Azevedo (1851-1928)** [MARCOLIN, 2013].

Foram os trabalhos do GRM que contribuíram para o desenvolvimento do processo de **produção de tubos de ferro fundido centrifugados, criação brasileira** do Engenheiro francês radicado aqui, **Demètre Sensaud de Lavaud (1909)**.

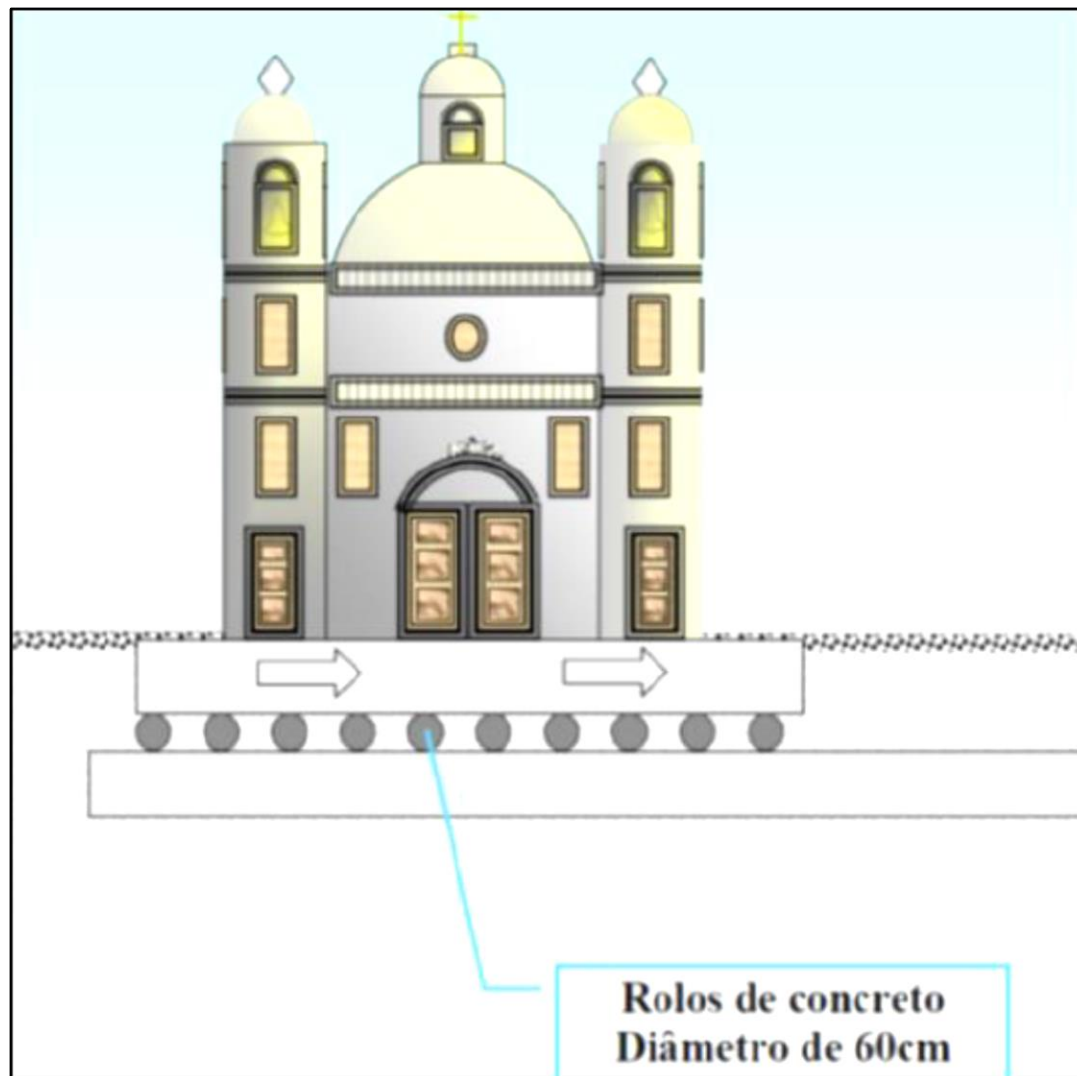


Prof. **Fernando Luiz Lobo Barboza Carneiro** (1913-2001), do Instituto Nacional de Tecnologia (INT) do Rio de Janeiro.

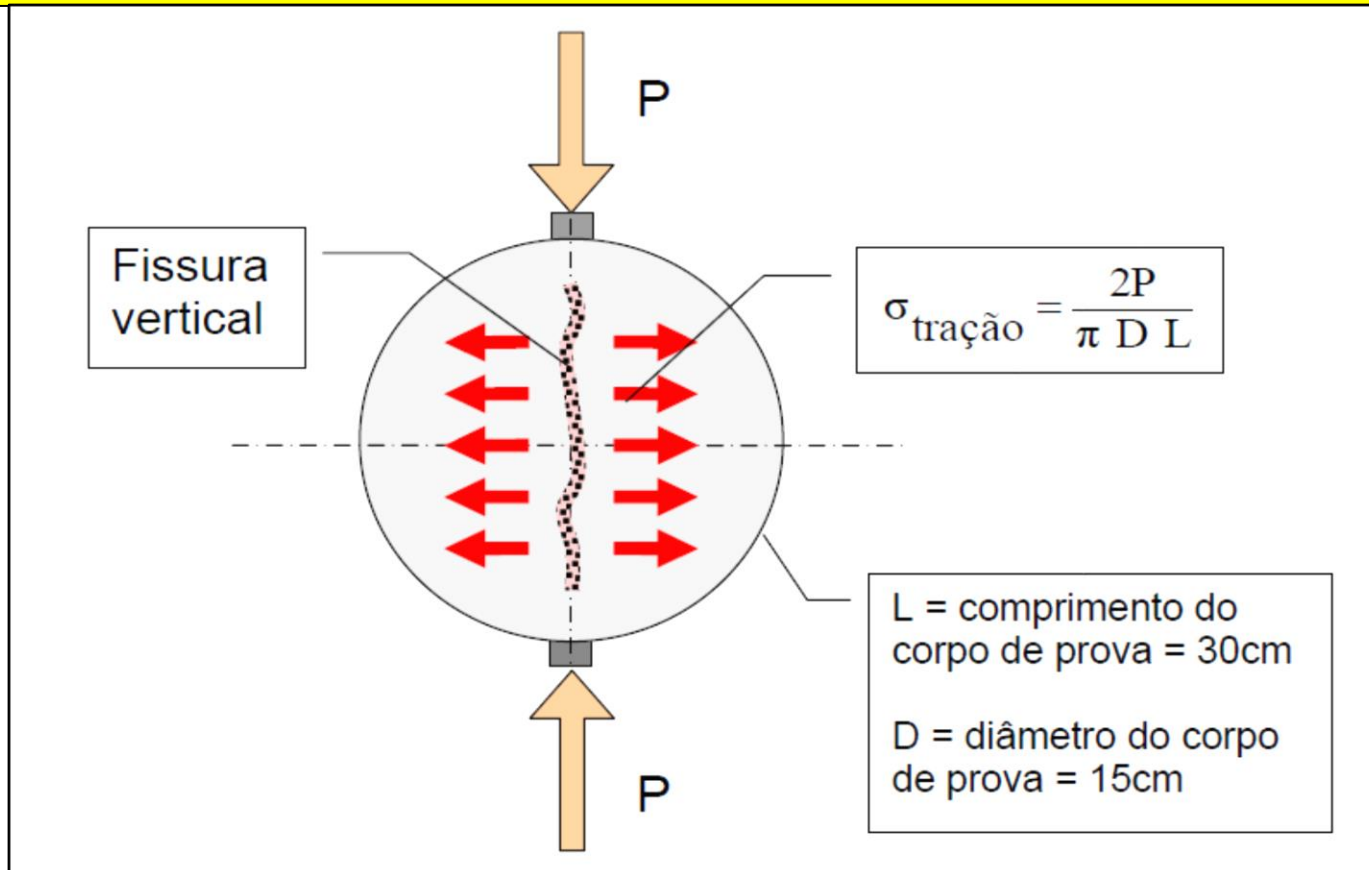
- Abertura da Avenida Presidente Vargas na cidade do Rio de Janeiro;
- Igreja de São Pedro dos Clérigos, construída em 1732;
- Procedimento similar ao já realizado na Europa pela empresa Franki para remover a igreja;
- Na parte inferior da edificação seria construído um suporte de concreto e a mesma seria movida sobre rolos cilíndricos. Ao invés de utilizar **rolos de aço**, como **usual**, ocorreu a **ideia da utilização de cilindros de concreto com 60 cm** de diâmetro;

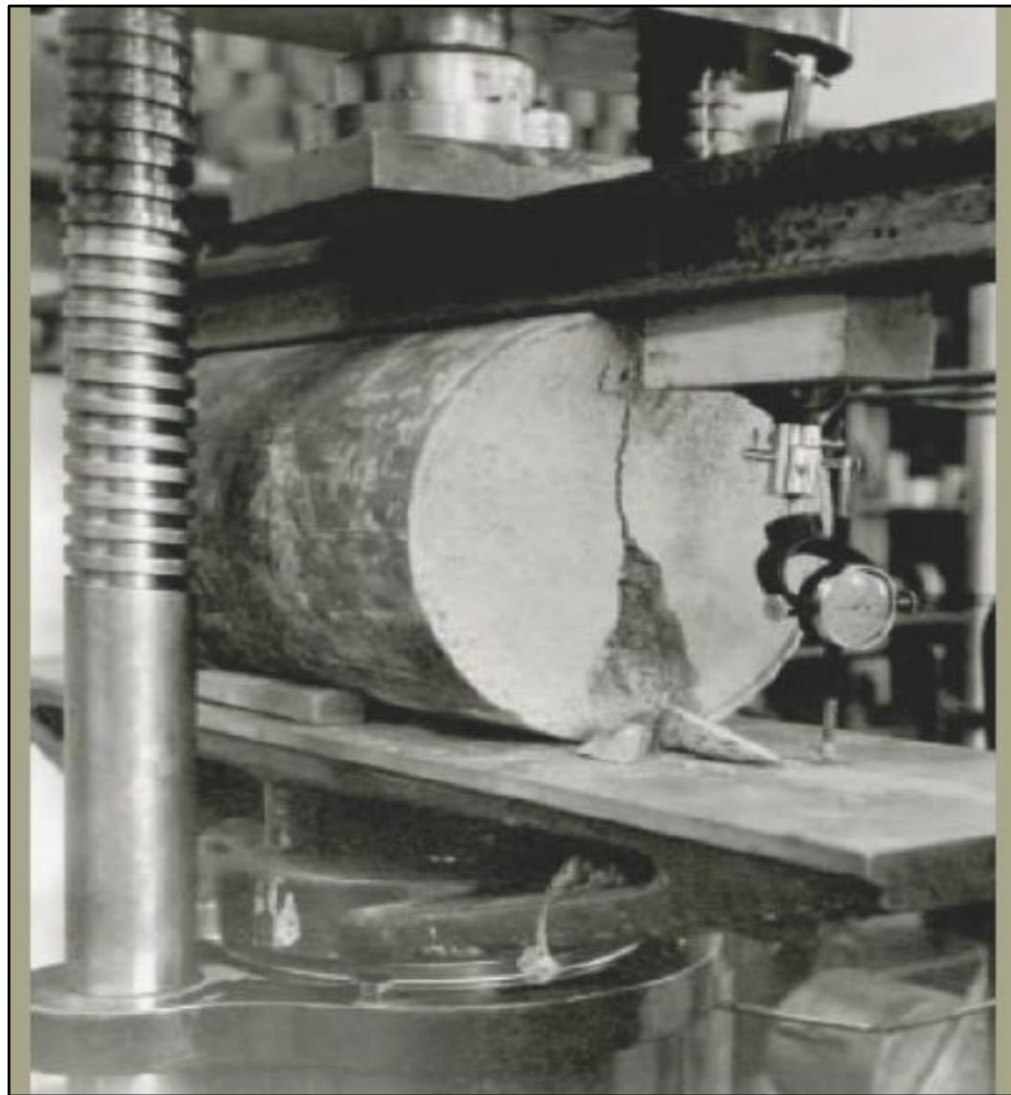


Professor Lobo Carneiro em conferência no Clube de Engenharia, em 27/04/1948



Ao realizar **ensaios invertidos de compressão**, isto é, ao invés de aplicar a **carga** paralelamente ao eixo longitudinal do corpo-de-prova, mas **paralelo ao diâmetro**, o Prof. Lobo notou que ocorria uma trinca central e a peça se partia ao meio. Estudando o problema, baseado em física, percebeu que **as tensões geradas eram de tração, a partir do centro do corpo-de-prova**

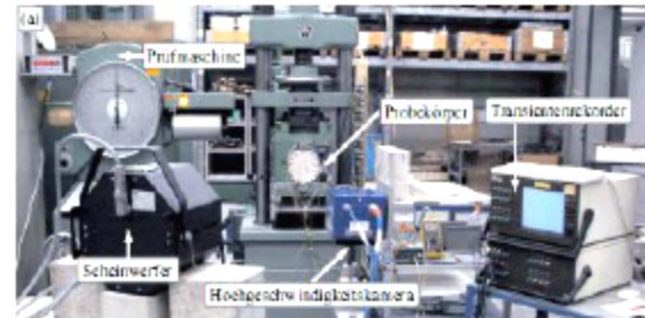
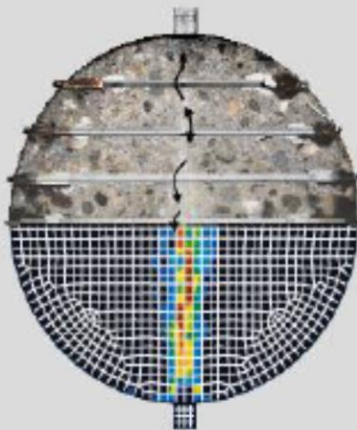




**“Ensaio de Compressão Diametral” ou “Ensaio Indireto de Tração”
Em 1962 o ensaio foi aceito pela ASTM e em 1980 pela ISO**

Viktória Malárics

**Ermittlung der Betonzugfestigkeit
aus dem Spaltzugversuch
an zylindrischen Betonproben**



- R_i : Vorwiderstand, $i = 1$ bis n
- Silberleitlack-Rings
- BNC-Buchse: Eingang zum Transitionenrekorder TRACK i , $i = 1$ bis n
- U : Spannung
- I : Strom
- Gleichspannung

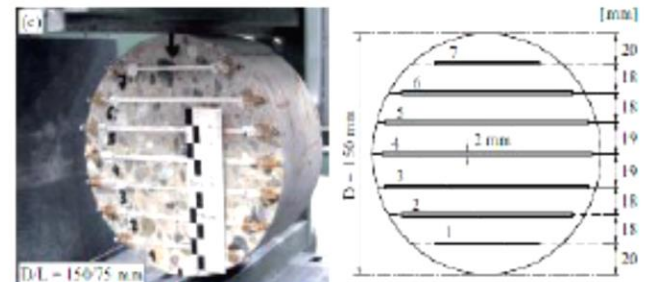


Abb. 3-10: Aufbau der Spaltzugprüfungen an mit Silberleitlack bestückten Probekörper (a), schematisches Schaltbild des Versuchs (b) und Anordnung der Silberleitlackstreifen (c) für Probekörper mit $D = 150$ mm

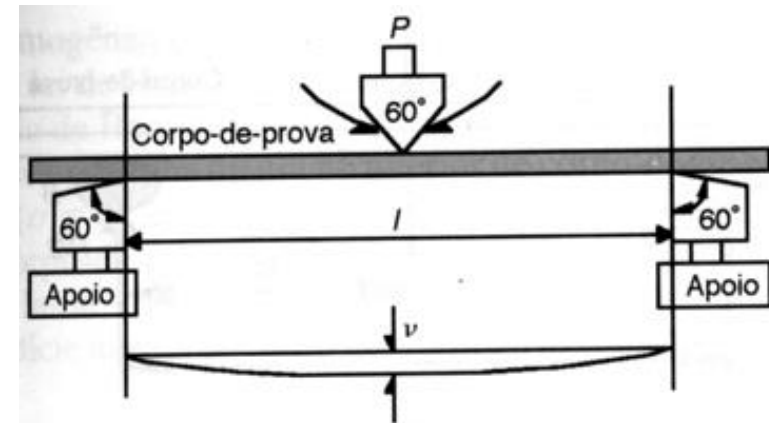
Pesquisa desenvolvida na Universidade Karlsruhe, Alemanha, 2011.

Frase do Prof. Lobo Carneiro, durante uma entrevista, que demonstra a importância do conhecimento das ciências básicas para o desenvolvimento tecnológico:

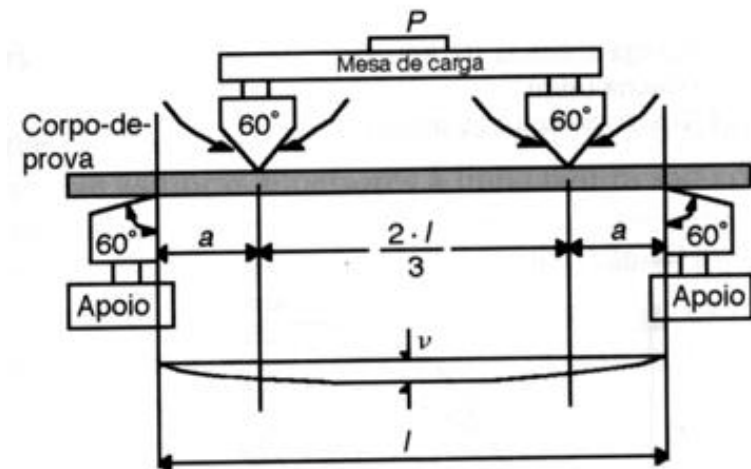
“Estudando história da ciência, verifiquei que tinha errado de vocação: devia ter escolhido física, em vez de engenharia”.

Ensaio de Flexão

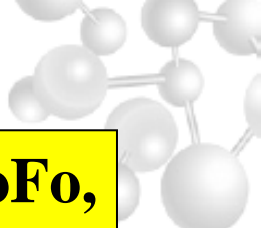
- O Ensaio de flexão consiste na **aplicação de uma carga crescente** em determinados pontos de uma barra
- Mede-se o **valor da carga versus a deformação máxima**
- Existem dois tipos principais de Ensaio de flexão: **Ensaio de flexão em três pontos** e **Ensaio de flexão em quatro pontos**



(A) Ensaio de flexão em três pontos



(B) Ensaio de flexão em quatro pontos

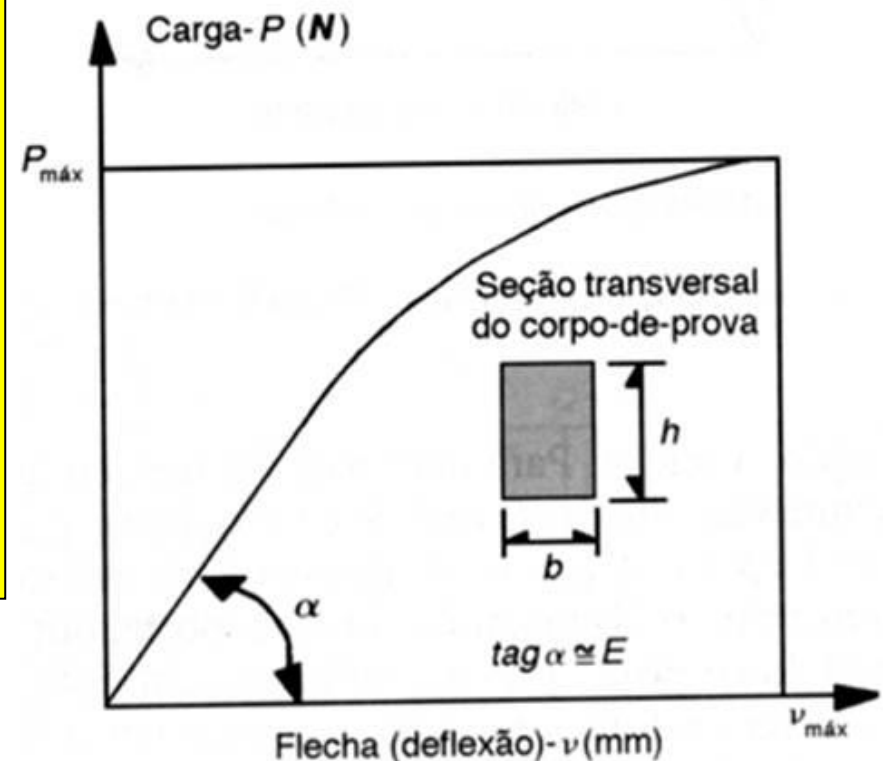
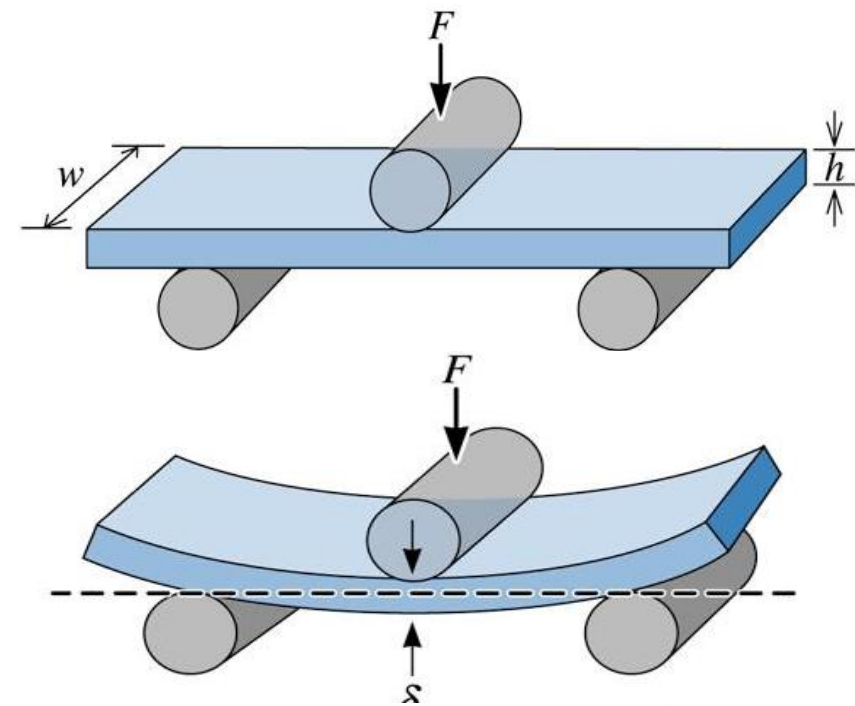
- 
- **Aplicação para materiais frágeis ou de elevada dureza: FoFo, aços ferramentas, aços rápidos, e cerâmicas estruturais, pois estes materiais, devido a baixa ductilidade não permitem ou dificultam a utilização de outros tipos de ensaios mecânicos.**
 - **Não são utilizados em materiais dúteis, mas existem duas variantes que são os ensaios de dobramento e de tenacidade à fratura, CTOD.**

Critérios do CP:

- **Recomenda-se a forma retangular;**
- **A relação comprimento/espessura não deve ser inferior a 15;**
- **A relação largura/espessura não deve ser superior a 10;**
- **Mínimo de 6 CPs, para cada material ensaiado.**

As principais propriedades obtidas em um Ensaio de Flexão são:

- Módulo de ruptura na flexão
 - Módulo de elasticidade
 - Módulo de resiliência
 - Módulo de tenacidade
- É um ensaio muito utilizado em cerâmicas, polímeros e metais duros, pois fornece dados de deformação quando sujeitos a cargas de flexão





Ensaio de Flexão

Normas da ASTM:

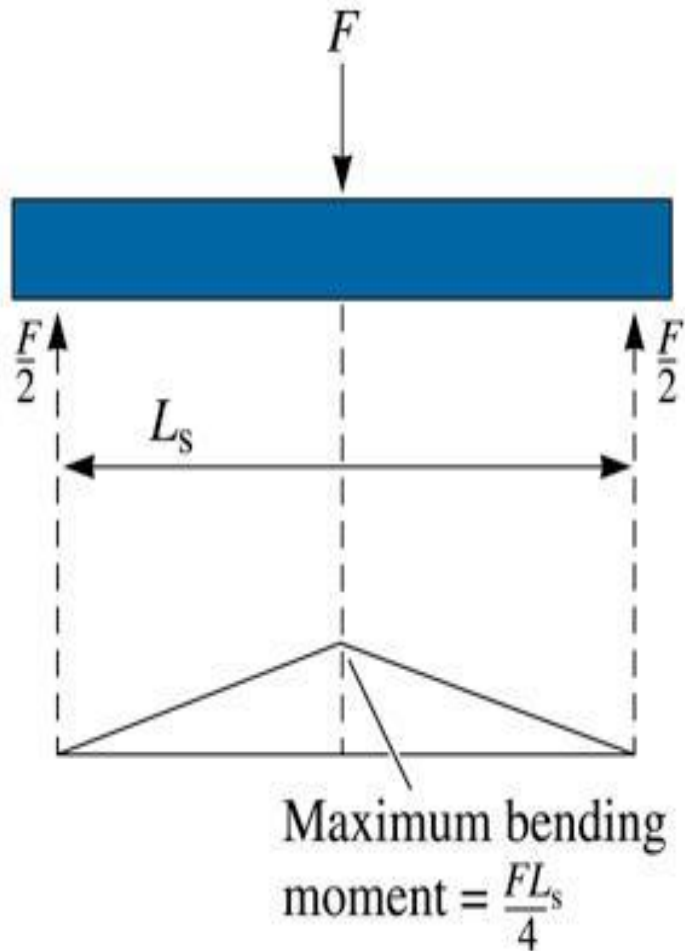
- Metais: E 812, E 855
- Concreto: C 78, C 293
- Cerâmicas: C 158, C 674
- Fibras e Compósitos: C 393
- Plásticos e Material para Isolamento Elétrico: D 790

Modalidades mais comuns:

- Flexão a 3 pontos
- Flexão a 4 pontos

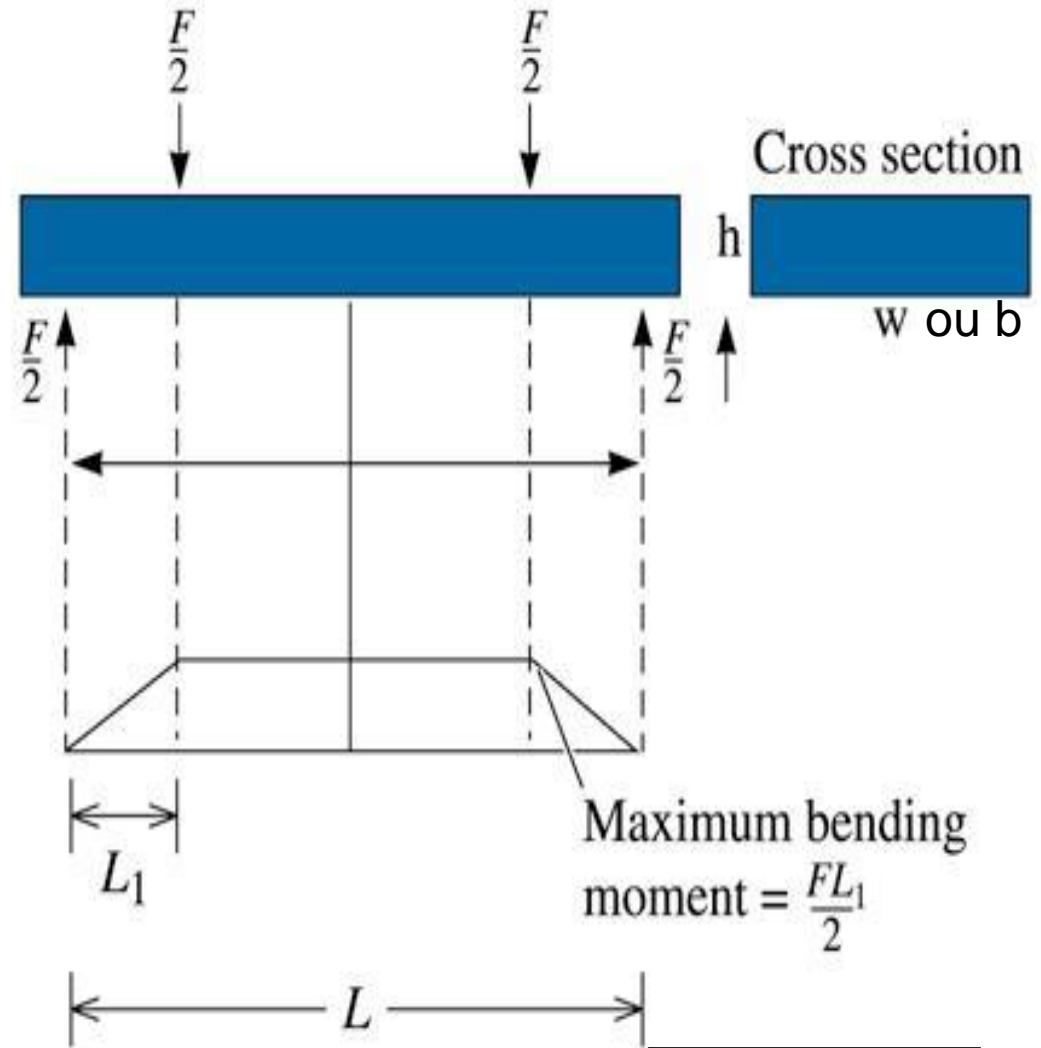
Diagrama de Esforços (Flexão)

MECÂNICA DOS SÓLIDOS: HOMOGENEO, CONTÍNUO E ISOTRÓPICO



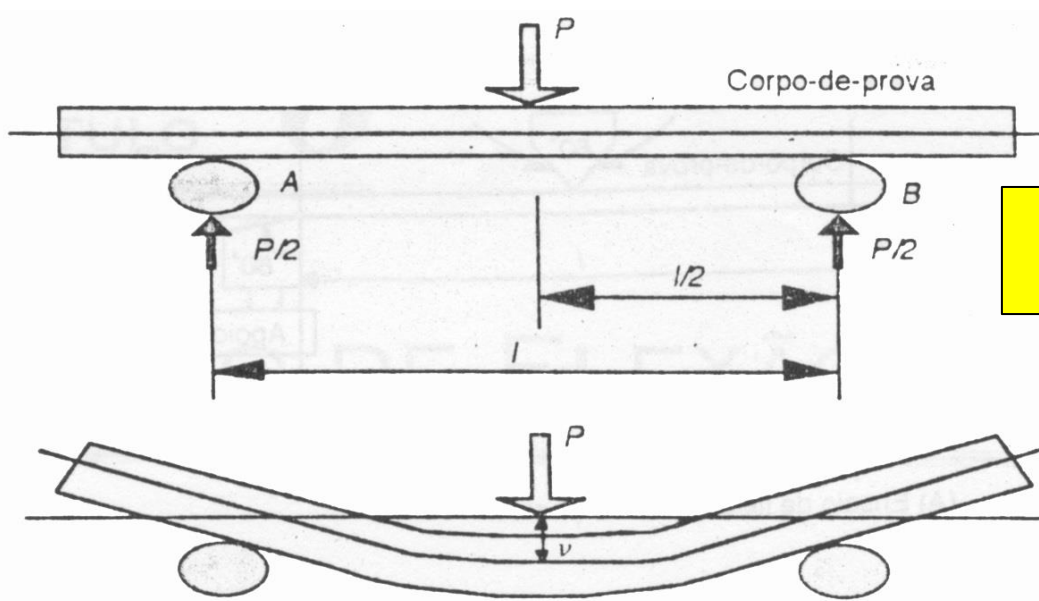
3 pontos

(a)



4 pontos

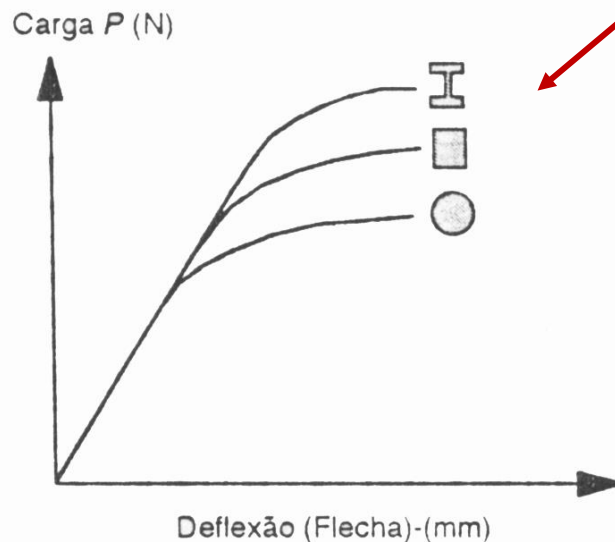
(b)



Flexão em 3 Pontos

(A)

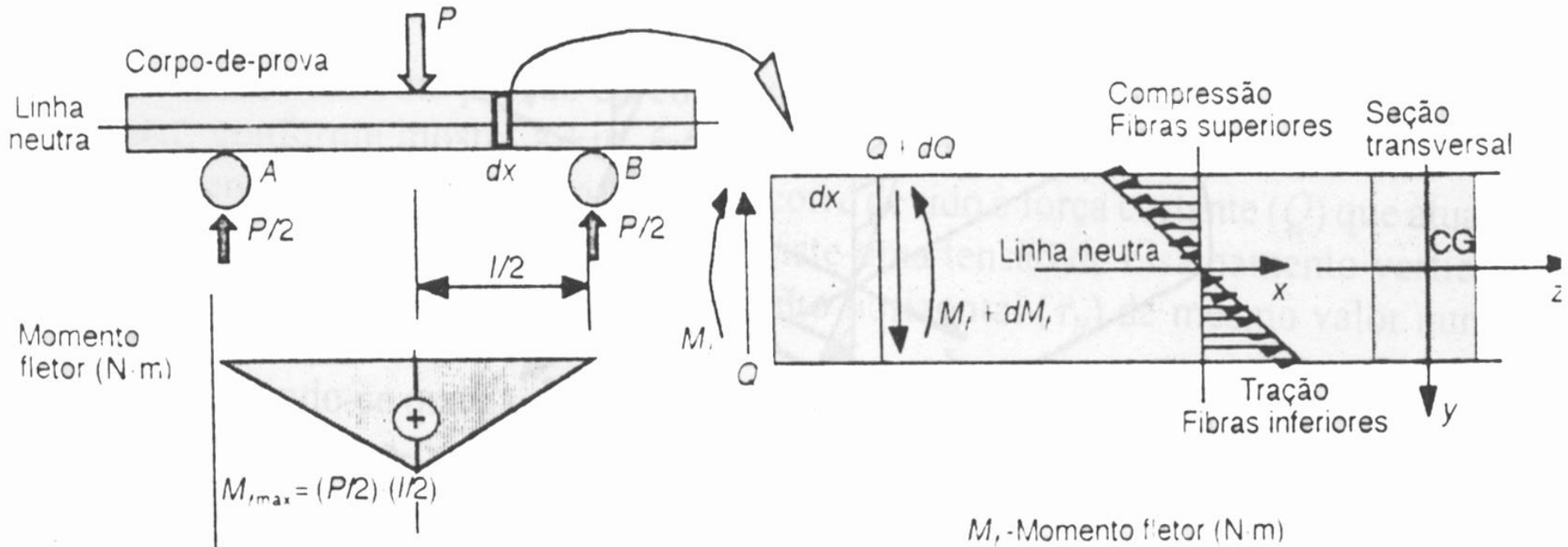
P - Carga aplicada (N, kgf, tf)
 v - Flecha (mm)
 l - Distância entre os apoios (m)



(B) Resposta do ensaio de flexão

- A curva resposta do ensaio depende fortemente da geometria da seção transversal do CP;
- Durante o ensaio ocorrem esforços normais e tangenciais na seção transversal do CP, gerando um complicado estado de tensões no seu interior.

Ensaio Flexão 3 Pontos (Distribuição Tensão)



- As fibras superiores são comprimidas e as inferiores tracionadas.
- A Tensão é proporcional a dist. da linha neutra.
- Da resistência dos materiais:

A **linha neutra (plano)** é a superfície material curva de um corpo deformado por flexão que separa a zona comprimida da zona tracionada.

$$\sigma = \frac{M_f}{I_z} y_{LN}$$

Determinação da Resistência à Flexão

A ruptura se dá por tração, iniciando nas fibras inferiores
Tensão normal em uma viga, regime elástico (Mecânica dos Sólidos):

$$\sigma = \frac{My}{I_z}$$

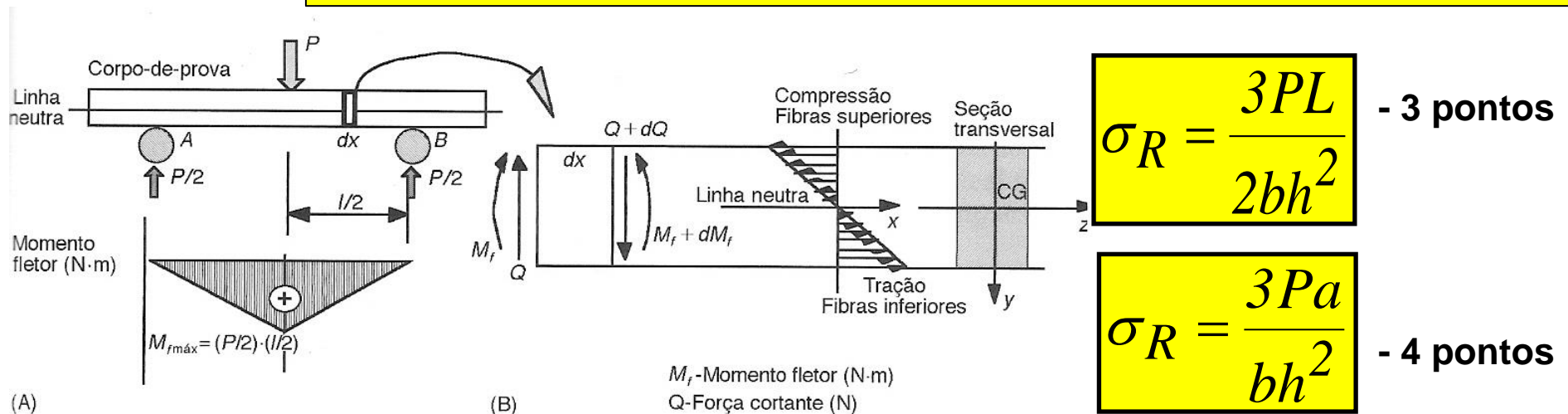
$$I_z = \frac{bh^3}{12}$$

onde: M = momento fletor

y = distância até a linha neutra

I_z = momento de inércia em relação à linha neutra
(seção retangular de largura b e altura h)

Desenvolvendo para M máximo (carga P no instante da ruptura)



A **linha neutra (plano)** é a superfície material curva de um corpo deformado por flexão que separa a zona comprimida da zona tracionada.

Determinação do Módulo de Young

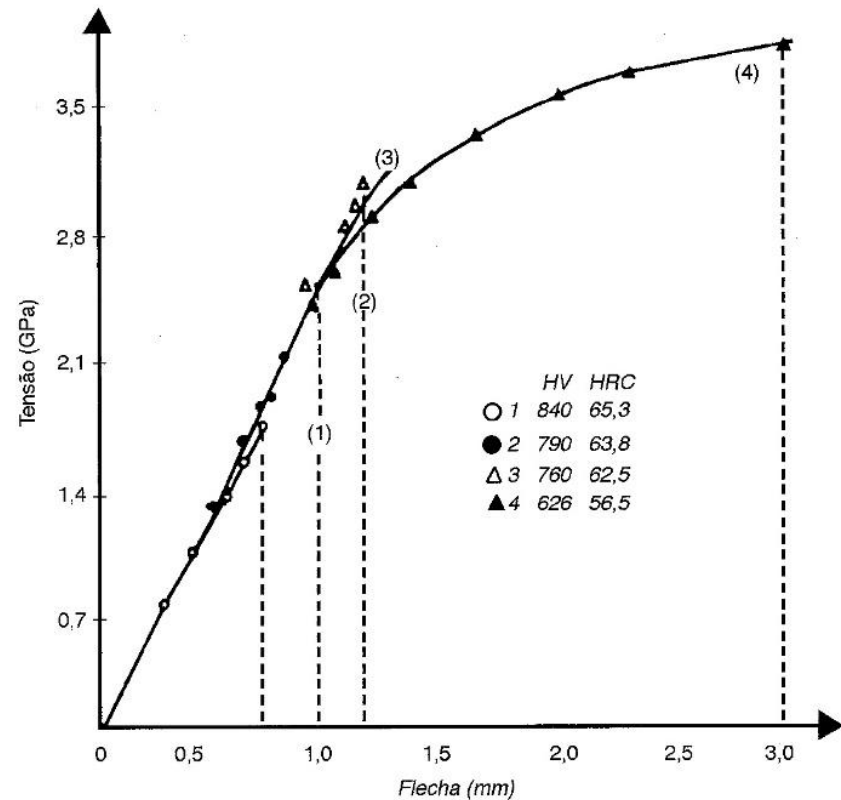
Mede-se a deflexão v do corpo-de-prova durante a aplicação da carga

Flexão a 3 Pontos

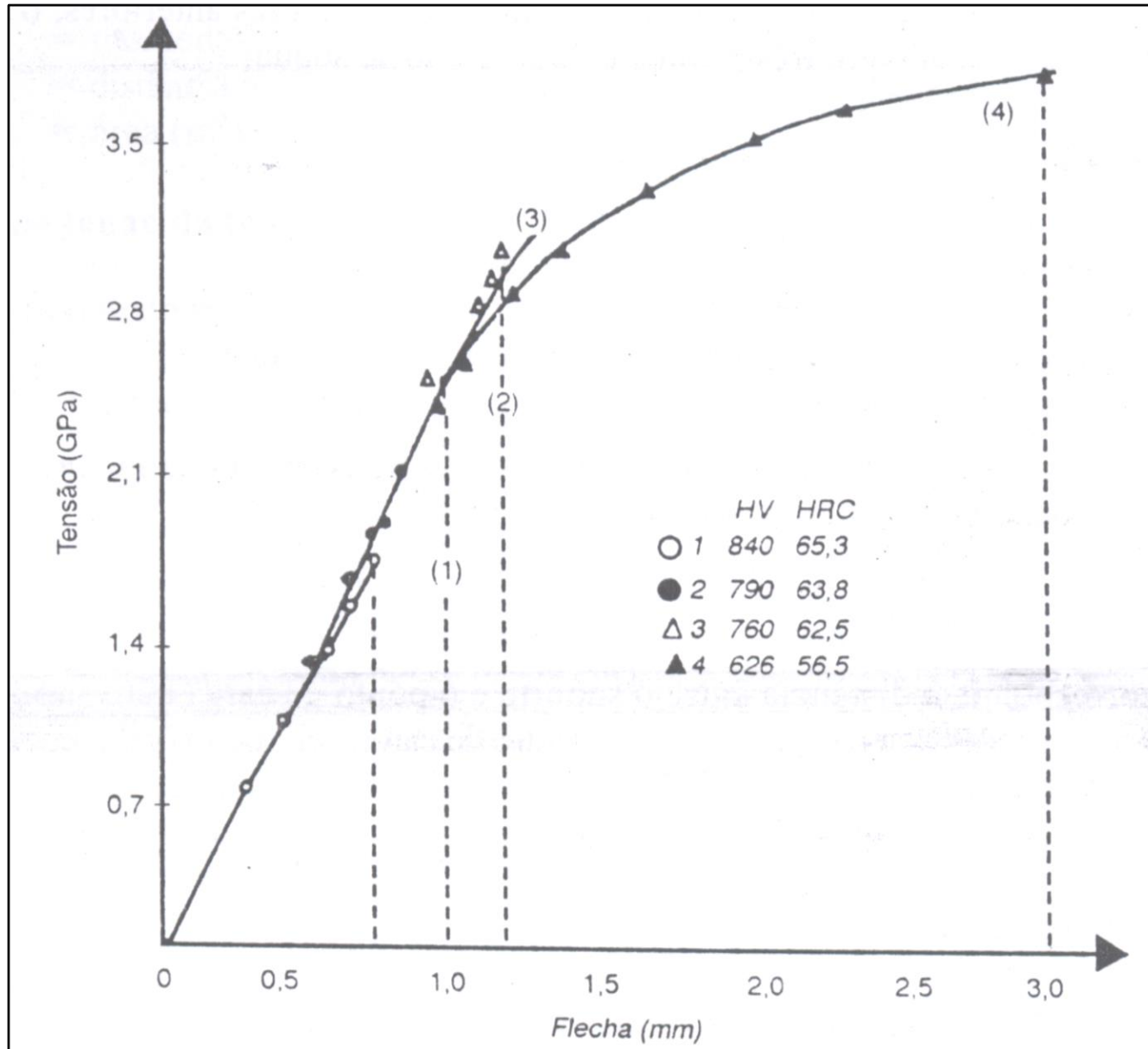
$$E = \frac{l^3}{4bh^3} \left(\frac{\Delta P}{\Delta v} \right)$$

Flexão a 4 Pontos

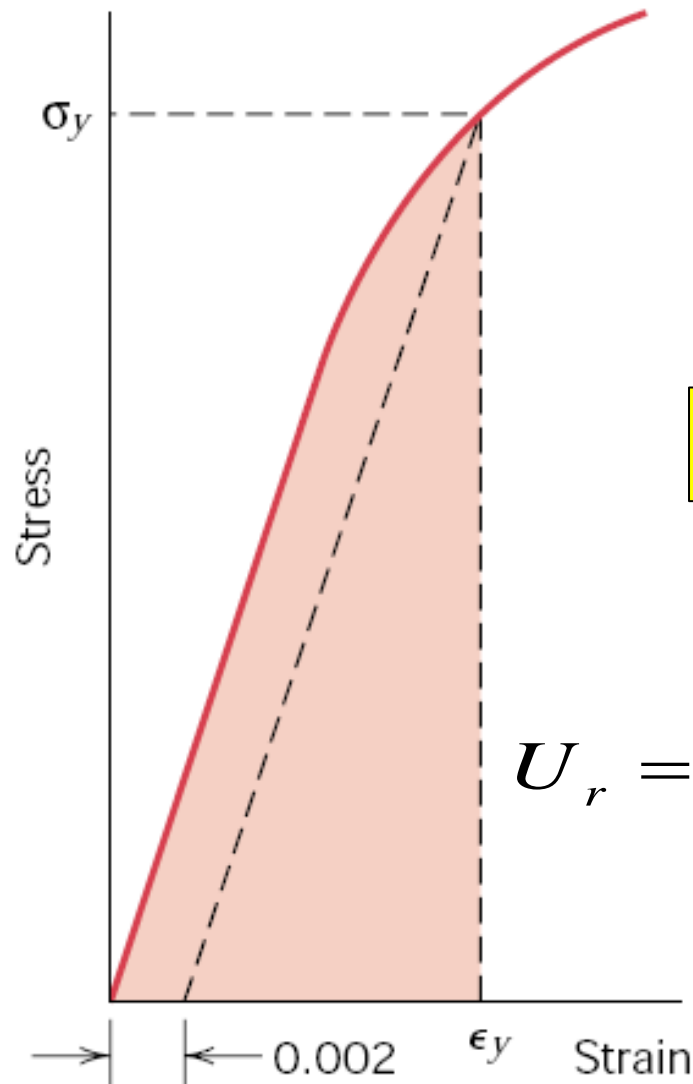
$$E = \frac{a}{4bh^3} (3l^2 - 4a^2) \left(\frac{\Delta P}{\Delta v} \right)$$



A medida das flexas permite obtenção de curvas tensão-deformação



Resiliência (Tração)



$$U_r = \sigma_y^2 / 2E$$

$$U_r = \int_0^{\epsilon_e} \sigma d\epsilon$$

Tenacidade

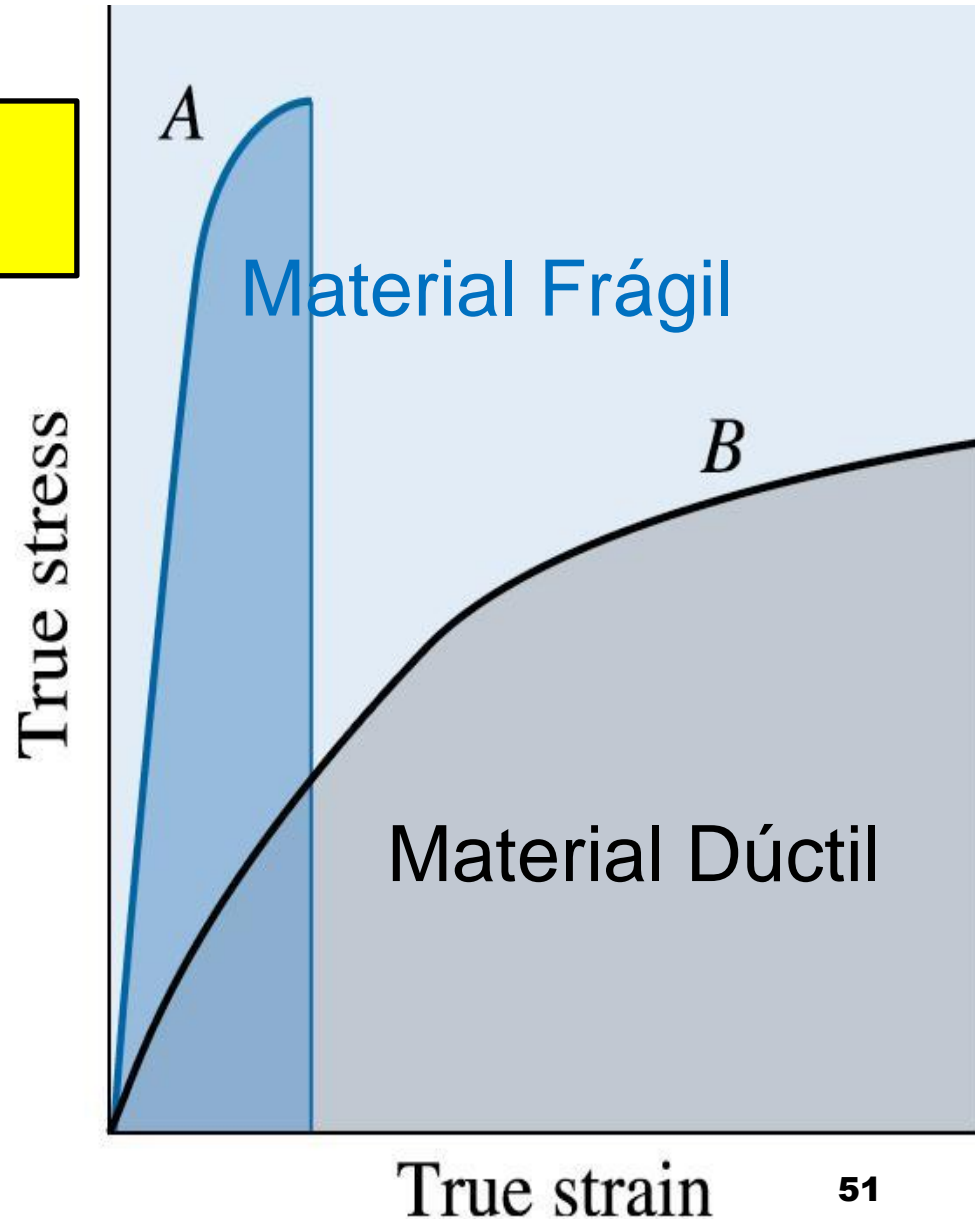


Materiais Dúcteis

$$U_t = (\sigma_{esc} + \sigma_{LRT})/2 \cdot \epsilon_{fratura} \quad \text{em} \\ \text{N.m/m}^3$$

Materiais Frágeis

$$U_t = (2/3) \cdot \sigma_{LRT} \cdot \epsilon_{fratura} \quad \text{em N.m/m}^3$$



Módulo de Resiliência, U_{rf} , é determinado em função da tensão aplicada e das dimensões do CP, no regime elástico

$$U_{rf} = \frac{\sigma_p^2 I_z}{6E y^2 S}$$

U_{rf} = módulo de resiliência em flexão, (Nm/m³)

σ_p = tensão limite de proporcionalidade, (N/m²)

I_z = momento de inércia da seção transversal em relação a linha neutra, (m⁴)

y = dist. da linha neutra à fibra externa onde se deu a ruptura, (m)

S = área da seção transversal, (m²)

Módulo de Tenacidade, U_{tf} , é dada pela área total do gráfico.

$$U_{tf} = \frac{2 P_{\max} v_{\max}}{3Sl}$$

U_{tf} = módulo de tenacidade em flexão, (Nm/m³)

P_{\max} = carga máxima (de ruptura) atingida no ensaio, (N)

v_{\max} = flexa máxima atingida na carga máxima, (m)

l = comprimento do CP, (m)

S = área da seção transversal (m²)

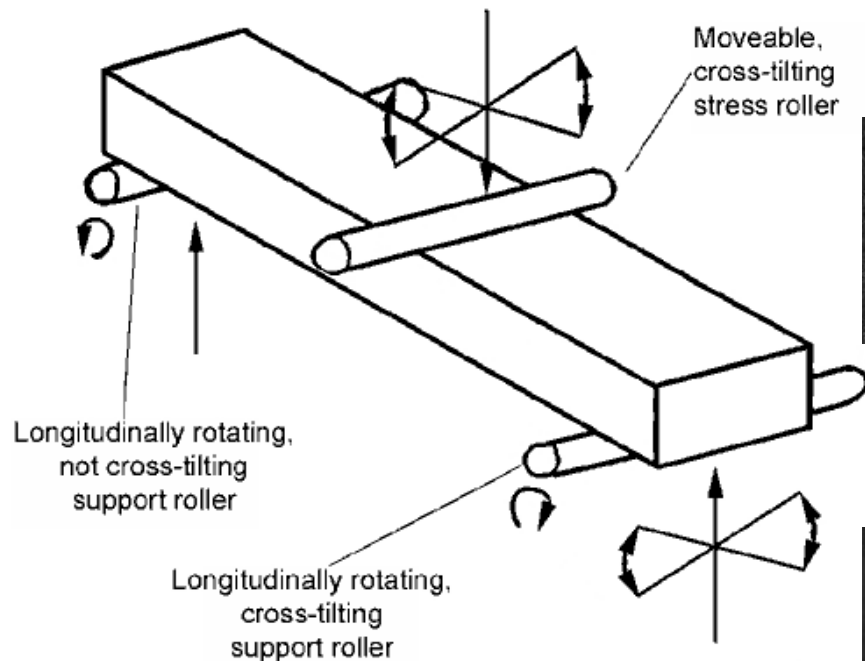
Tabela 6.2 Valores da flecha, MOR e MOE para os ensaios de três pontos, quatro pontos e método engastado para seções retangular, circular e triangular

Geometria da seção transversal				
Posição da linha neutra (mm)		$\bar{y} = \frac{h}{2}$	$\bar{y} = \frac{D}{2}$	$\bar{y} = \frac{2 \cdot h}{3}$
Momento de inércia em relação ao eixo z_{LN} (mm ⁴)		$I_z = \frac{b \cdot h^3}{12}$	$I_z = \frac{\pi \cdot D^4}{64}$	$I_z = \frac{c \cdot h^3}{36}$
ENSAIO DE FLEXÃO EM TRÊS PONTOS	Flecha (ν) (mm)	$\nu = \frac{P_{\text{máx}} \cdot L^3}{4 \cdot E \cdot b \cdot h^3}$	$\nu = \frac{4 \cdot P_{\text{máx}} \cdot L^3}{3 \cdot \pi \cdot E \cdot D^4}$	$\nu = \frac{3 \cdot P_{\text{máx}} \cdot L^3}{4 \cdot E \cdot c \cdot h^3}$
	MOR (MPa)	$\text{MOR} = \frac{3 \cdot P_{\text{máx}} \cdot L}{2 \cdot b \cdot h^2}$	$\text{MOR} = \frac{8 \cdot P_{\text{máx}} \cdot L}{\pi \cdot D^3}$	$\text{MOR} = \frac{6 \cdot P_{\text{máx}} \cdot L}{c \cdot h^2}$
	MOE (MPa)	$\text{MOE} = \frac{P \cdot L^3}{4 \cdot \nu \cdot b \cdot h^3}$	$\text{MOE} = \frac{4 \cdot P \cdot L^3}{3 \cdot \nu \cdot \pi \cdot D^4}$	$\text{MOE} = \frac{3 \cdot P \cdot L^3}{4 \cdot \nu \cdot c \cdot h^3}$
ENSAIO DE FLEXÃO EM QUATRO PONTOS	Flecha (ν) (mm)	$\nu = \frac{P \cdot a}{4 \cdot E \cdot b \cdot h^3} (3 \cdot L^2 - 4 \cdot a^2)$	$\nu = \frac{4 \cdot P \cdot a}{3 \cdot E \cdot \pi \cdot D^4} (3 \cdot L^2 - 4 \cdot a^2)$	$\nu = \frac{3 \cdot P \cdot a}{3 \cdot E \cdot \pi \cdot c \cdot h^3} (3 \cdot L^2 - 4 \cdot a^2)$
	MOR (MPa)	$\text{MOR} = \frac{3 \cdot P_{\text{máx}} \cdot a}{b \cdot h^2}$	$\text{MOR} = \frac{16 \cdot P_{\text{máx}} \cdot a}{\pi \cdot D^3}$	$\text{MOR} = \frac{12 \cdot P_{\text{máx}} \cdot a}{c \cdot h^2}$
	MOE (MPa)	$\text{MOE} = \frac{P \cdot a}{4 \cdot \nu \cdot b \cdot h^3} (3 \cdot L^2 - 4 \cdot a^2)$	$\text{MOE} = \frac{4 \cdot P \cdot a}{3 \cdot \nu \cdot \pi \cdot D^4} (3 \cdot L^2 - 4 \cdot a^2)$	$\text{MOE} = \frac{3 \cdot P \cdot a}{4 \cdot \nu \cdot c \cdot h^3} (3 \cdot L^2 - 4 \cdot a^2)$
ENSAIO DE FLEXÃO MÉTODO ENGASTADO	Flecha (ν) (mm)	$\nu = \frac{4 \cdot P \cdot L^3}{E \cdot b \cdot h^3}$	$\nu = \frac{64 \cdot P \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot \pi \cdot D^4}$	$\nu = \frac{12 \cdot P_{\text{máx}} \cdot L^3}{E \cdot c \cdot h^3}$
	MOR (MPa)	$\text{MOR} = \frac{6 \cdot P_{\text{máx}} \cdot L}{b \cdot h^2}$	$\text{MOR} = \frac{32 \cdot P_{\text{máx}} \cdot L}{\pi \cdot D^3}$	$\text{MOR} = \frac{24 \cdot P_{\text{máx}} \cdot L}{c \cdot h^2}$
	MOE (MPa)	$\text{MOE} = \frac{4 \cdot P \cdot L^3}{\nu \cdot b \cdot h^3}$	$\text{MOE} = \frac{64 \cdot P \cdot L^3}{3 \cdot \nu \cdot \pi \cdot D^4}$	$\text{MOE} = \frac{12 \cdot P \cdot L^3}{\nu \cdot c \cdot h^3}$

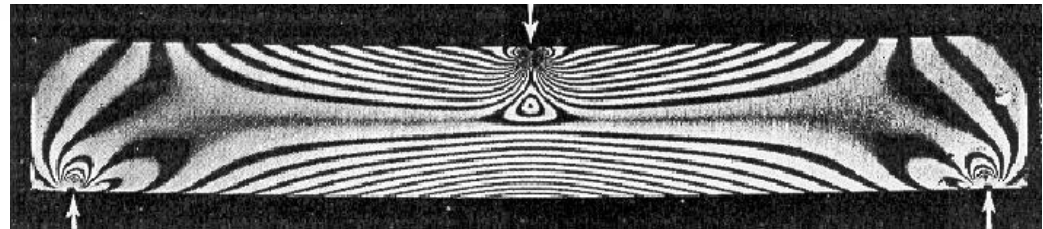
Erros nos ensaios de flexão

- Campos de tensões em vigas prismáticas
- Dispositivos otimizados para minimização de erros experimentais

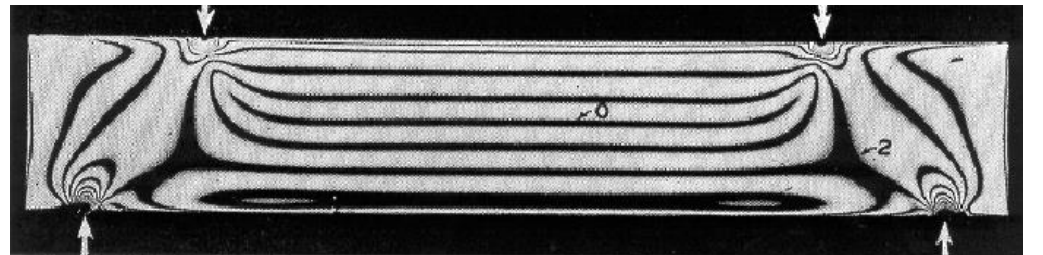
“O ensaio de flexão a 4 pontos, por minimizar o efeito das tensões de contato e expor maior região ao momento fletor máximo, deve ser preferido em relação ao ensaio a 3 pontos”



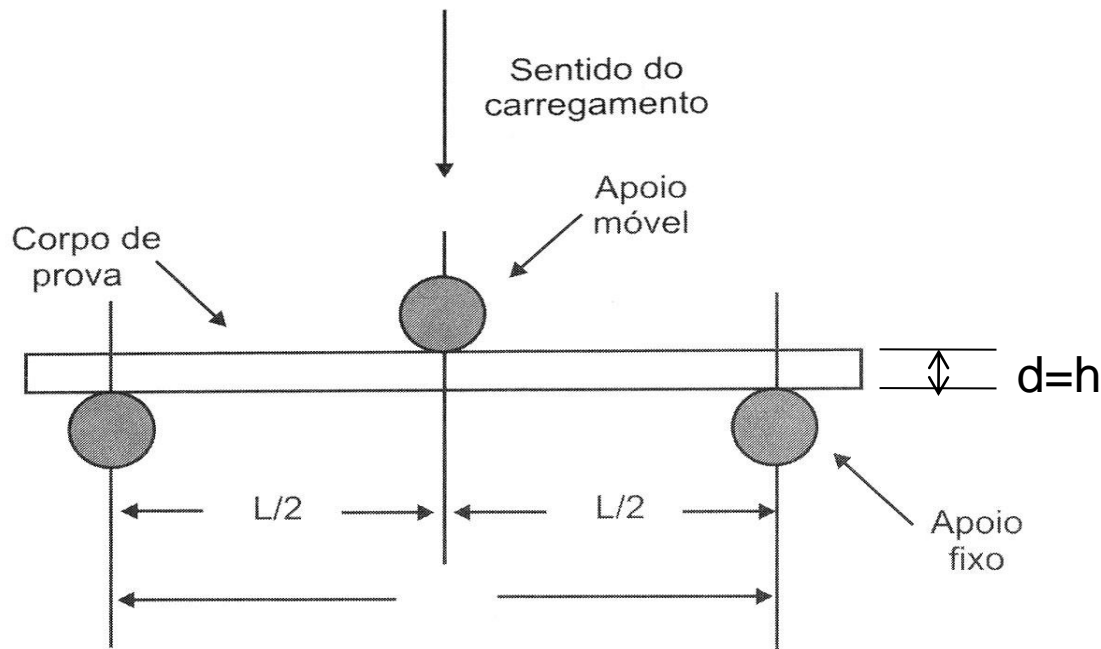
Ensaio a 3 pontos



Ensaio a 4 pontos

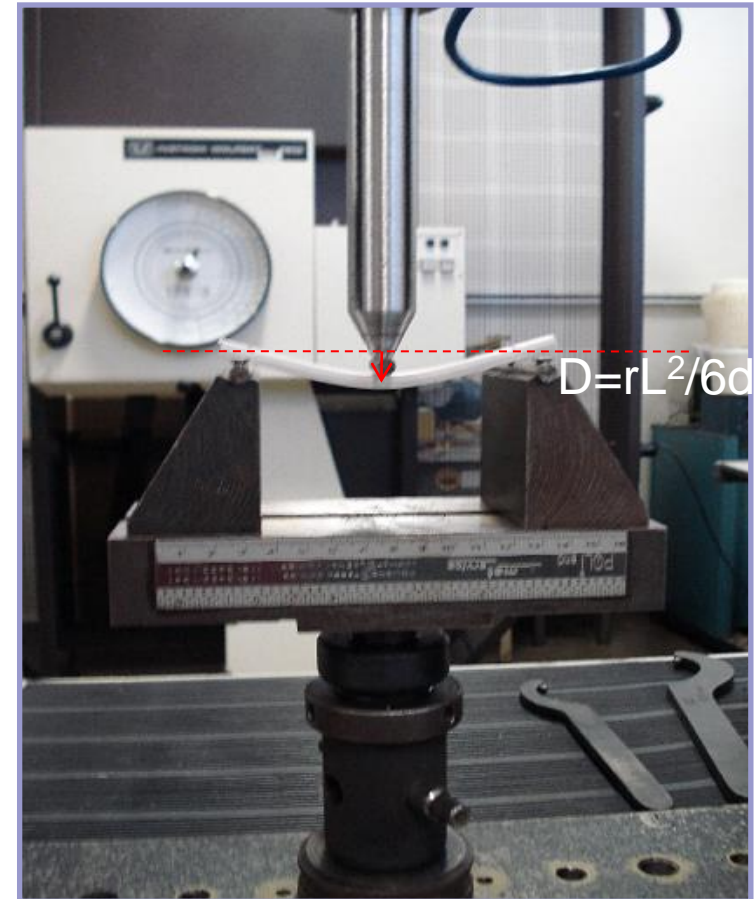


Ensaio Flexão Polímeros (ASTM D790 e ISO 178)



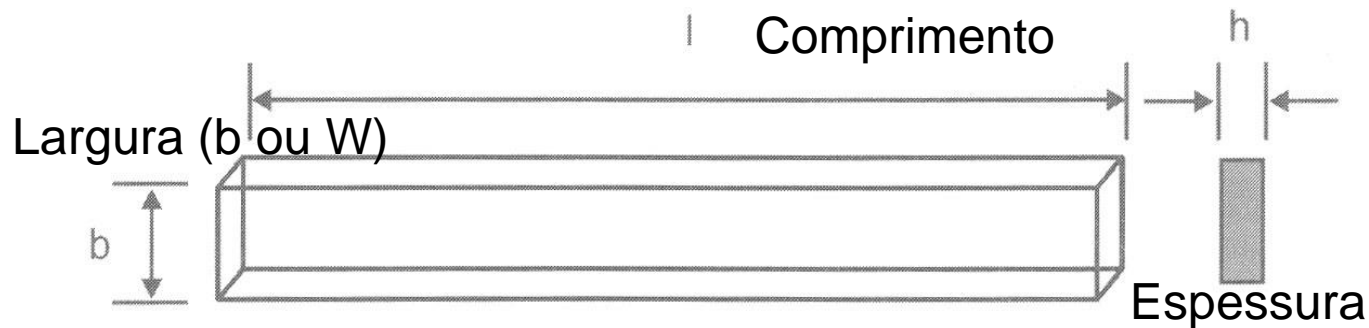
$$D=rL^2/6d \quad d=h \text{ (CP deitado e } h>1,6 \text{ mm)}$$

- ✓ D = deflexão no ponto médio entre os apoios na qual a máx. def. permitida (5%) irá ocorrer;
- ✓ r = deformação máxima na superfície oposta ao carregamento (ex. 0,05 mm/mm = 5%);
- ✓ L = distância entre apoios;
- ✓ d = profundidade dos Cps.



Término do ensaio: Ruptura ou deformação máxima de 5%

Dimensões do CP para Ensaio de Flexão (ASTM D790)

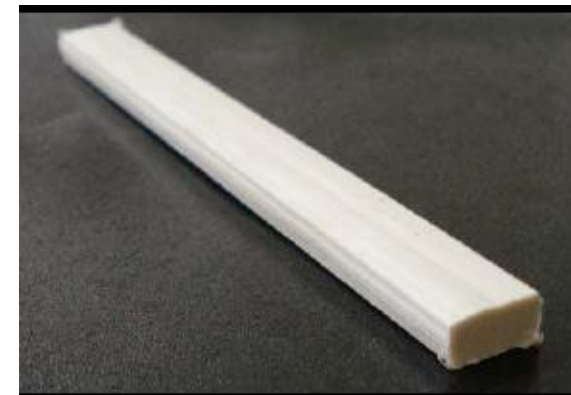


CP padrão Moldado

- $l = 127 \text{ mm}$;
- $b = 12,7 \pm 0,2 \text{ mm}$;
- $d = 3,2 \pm 0,2 \text{ mm}$;
- $L/d = 16:1$.

CP Retirado Chapa

- | $h < 1,6 \text{ mm}$ | $h > 1,6 \text{ mm}$ |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> ➤ $L/d = 16:1$; ➤ $b < 1/4 L$; ➤ $l > 10\% L$. | <ul style="list-style-type: none"> ➤ $l = 50,8 \text{ mm}$; ➤ $b = 12,7 \text{ mm}$; ➤ $L = 25,4 \text{ mm}$. |



Para **compósitos com elevada resistência** a razão L/d deve ser ajustada para que a falha ocorra na superfície oposta ao carregamento ($L/d = 32:1$) ou ($L/d = 40:1$)

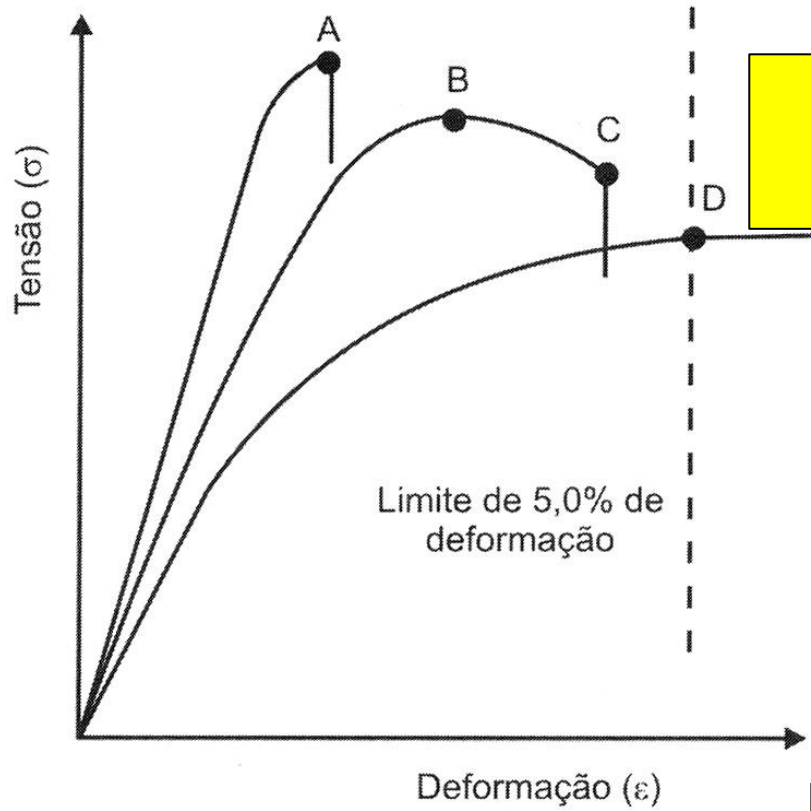
Velocidade de Ensaio

$$R = ZL^2/6d$$

(mm/min)

- ✓ R – velocidade do travessão
- ✓ L – distância entre apoios;
- ✓ d = profundidade do CP
- ✓ Z = Taxa de deformação na superfície oposta ao carregamento

Principais Parâmetros Obtidos no Ensaio Flexão 3 pontos



σ_{FM} = máxima tensão sob flexão no ensaio (pontos A, B e D)

Tensão de flexão para suportes com distancias elevadas entre apoios (σ_f): Se a distância entre os apoios for maior que 16:1, a tensão na superfície oposta ao carregamento será:

$$\sigma_f = 3PL/2bd^2 [1+6(D/L)^2-4(d/L)(D/L)]$$

D=deflexão na linha central do CP na distância média dos apoios

Caso o CP não rompa até 5% adotar o P de 5% de deformação



Exercícios - Flexão

FLEXÃO - I

Um ensaio de flexão em três pontos é realizado com uma amostra de vidro que possui uma seção reta retangular com altura $d=5$ mm e largura $b=10$ mm; a distância entre os pontos de apoio é de 45 mm.

a) Calcular a resistência à flexão se a carga na fratura é de 290 N.

b) O ponto com deflexão máxima, Δy , ocorre no centro do corpo-de-prova, e pode ser descrito pela relação:

$$\Delta y = \frac{F.L^3}{48E.I}$$

na qual E representa o módulo de Young ($E=72,5$ GPa) e I o momento de inércia na seção reta. Calcular o valor de Δy para uma carga de 266 N.

Seções retas possíveis

Retangular

Circular

Suporte

F

$L/2$

$L/2$

b

d

R

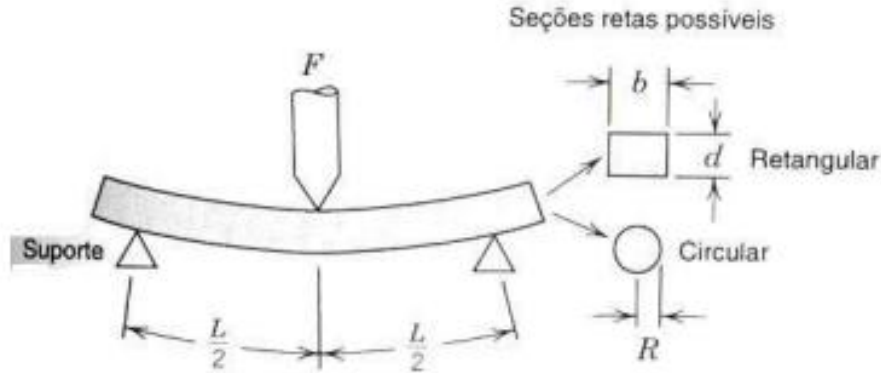
$$\sigma = \text{tensão} = \frac{Mc}{I}$$

onde M = momento fletor máximo
 c = distância do centro do corpo-de-prova até as fibras mais externas
 I = momento de inércia da seção reta
 F = carga aplicada

	$\frac{M}{4}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{I}{12}$	$\frac{\sigma}{2bd^2}$
Retangular	$\frac{FL}{4}$	$\frac{d}{2}$	$\frac{bd^3}{12}$	$\frac{3FL}{2bd^2}$
Circular	$\frac{FL}{4}$	R	$\frac{\pi R^4}{4}$	$\frac{FL}{\pi R^3}$

$$b = 10 \text{ mm} = 0,01 \text{ m}$$

$$d = 5 \text{ mm} = 0,005 \text{ m}$$



$$I = \frac{bd^3}{12}$$

$$I = \frac{0,01 \cdot (0,005)^3}{12}$$

$$\rightarrow I = 1,04 \cdot 10^{-10} \text{ m}^4$$

a)

$$\sigma_r = \frac{3FL}{2bd^2}$$

$$\sigma_r = \frac{3 \cdot 290 \cdot 0,045}{2 \cdot 0,01 \cdot 0,005^2}$$

$$\sigma_r = 78,3 \text{ MPa}$$

b)

$$\Delta y = \frac{F \cdot L^3}{48E \cdot I}$$

$$\Delta y = \frac{266 \cdot (0,045)^3}{48 \cdot 72,5 \cdot 10^9 \cdot I}$$

$$\Delta y = \frac{266 \cdot (0,045)^3}{48 \cdot 72,5 \cdot 10^9 \cdot 1,04 \cdot 10^{-10}}$$

$$\Delta y = 6,7 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

FLEXÃO - II



Um ensaio de flexão em três pontos foi realizado sobre um bloco de ZrO_2 de 8 in de comprimento, 0,50 in de largura e 0,25 in de espessura. A distância entre os suportes é de 4 in. Quando se aplica uma força de 400 lbf, a amostra sofre uma deflexão de 0,037 in e ocorre a fratura. Calcule:

a) a resistência à flexão;

b) o módulo de elasticidade em flexão, assumindo que não ocorre deformação plástica.

$$a) \quad \sigma_f = \frac{3FL}{2bd^2}$$

$$S_f = \frac{3.400.4}{2.0,50.0,25^2}$$

$$\sigma_f = 76.800 \text{ lbf} / \text{in}^2 \text{ (PSI)}$$

$$\sigma_f = 76,8 \text{ KSI} = 529 \text{ MPa}$$

$$b) \quad E_f = \frac{FL^3}{4bd^3v}$$

$$E_f = \frac{400.4^3}{4.0,50.0,25^3.0,037}$$

$$E_f = 22,14 \text{ Mlbf} / \text{in}^2$$

$$E_f = 152,65 \text{ GPa}$$

$$1 \text{ lbf} = 4,448 \text{ N}$$

$$1 \text{ in} = 25,4 \text{ mm}$$

$$1 \text{ lbf/in}^2 = 0,00689476 \text{ MPa}$$

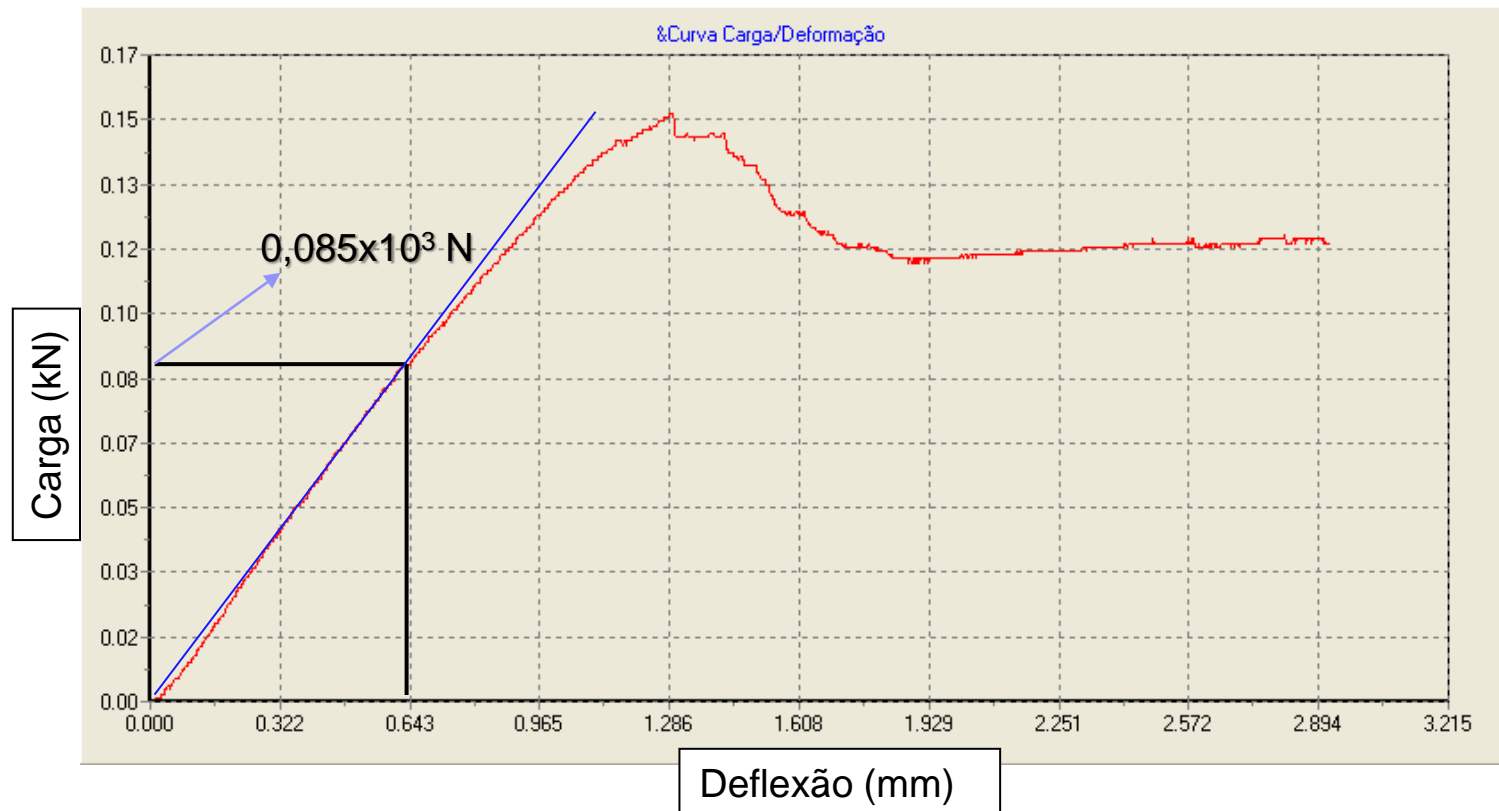
Como a amostra trata-se de um material cerâmico não possui região plástica logo o calculo de E torna-se correto utilizando a carga na ruptura

FLEXÃO - III



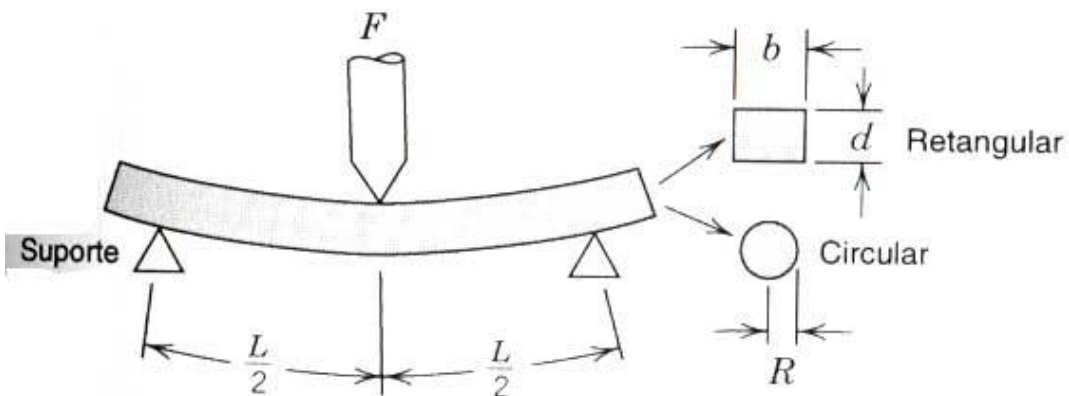
Um ensaio de flexão em três pontos foi realizado gerou dados conforme a figura abaixo (carga em função da deflexão) com uma amostra de compósito fibra vidro/epoxi que possui uma seção reta retangular com altura $d=3,05$ mm e largura $b=26,74$ mm; sendo a distância entre os pontos de apoio L de 50 mm.

- Calcular o módulo de ruptura a flexão;
- Calcular o módulo de elasticidade em flexão E ;
- Calcular a resiliência em flexão;
- Calcular a tenacidade em flexão.





Seções retas possíveis



$$d = 3,05 \text{ mm}$$

$$b = 26,74 \text{ mm}$$

$$L = 50 \text{ mm}$$

$$\sigma = \text{tensão} = \frac{Mc}{I}$$

onde M = momento fletor máximo

c = distância do centro do corpo-de-prova até as fibras mais externas

I = momento de inércia da seção reta

F = carga aplicada

$$U_{rf} = \frac{\sigma_p^2 I_z}{6E y^2 S} \rightarrow \text{Resiliência}$$

$$U_{tf} = \frac{2 P_{\max} V_{\max}}{3Sl} \rightarrow \text{Tenacidade}$$

	$\frac{M}{FL}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{I}{bd^3}$	$\frac{\sigma}{\frac{3FL}{2bd^2}}$
Retangular	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	

$$v = \frac{Pl^3}{4Eb d^3} \quad E = \frac{Pl^3}{4b d^3 v}$$

$$\sigma_{fu} = \frac{3 P_{\max} l}{2b d^2}$$

Circular	$\frac{FL}{4}$	R	$\frac{\pi R^4}{4}$	$\frac{FL}{\pi R^3}$
----------	----------------	-----	---------------------	----------------------



a) Calcular o módulo de ruptura a flexão;

$F_{\text{máx}} = 0,15 \times 10^3 \text{ N} = 150 \text{ N}$ – Obtido do gráfico

$$\sigma_{fu} = \frac{3 F_{\text{max}} l}{2b d^2} = \frac{3 \times 150 \times 50}{2 \times 26,74 \times (3,05)^2} = 45,22 \text{ MPa}$$

b) Calcular o módulo de elasticidade em flexão E;

Par de pontos na região elástica ($P = 0,085 \times 10^3$; $v = 0,643 \text{ mm}$)

$$E = \frac{P l^3}{4b d^3 v} = \frac{85 \times (50)^3}{4 \times 26,74 \times (3,05)^3 \times 0,643} = \frac{1,0625 E7}{1,9513 E3} = 5,45 E3 \text{ MPa}$$

$$E = 5,45 \text{ GPa}$$

c) Calcular a resiliência em flexão;

$$U_{rf} = \frac{\sigma_p^2 I_z}{6E y^2 S}$$

Sendo que: $I_z = \frac{b d^3}{12}$

$$I_z = \frac{b d^3}{12} = \frac{26,74 \cdot 10^{-3} \times (3,05 \cdot 10^{-3})^3}{12} = 6,32 \cdot 10^{-11} \text{ m}^4$$

→ Cálculo da área da seção transversal

$$S = 3,05 \cdot 10^{-3} \times 26,74 \cdot 10^{-3}$$

$$S = 8,156 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

→ Cálculo da tensão limite de proporcionalidade

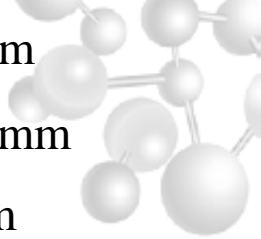
Par de pontos no limite de proporcionalidade – vide gráfico ($P=0,085 \times 10^3$; $v=0,643$ mm)

$$\sigma_p = \frac{3 F_p l}{2 b d^2} = \frac{3 \times 85 \times 50}{2 \times 26,74 \times (3,05)^2} = 25,63 \text{ MPa}$$

$$d=3,05 \text{ mm}$$

$$b=26,74 \text{ mm}$$

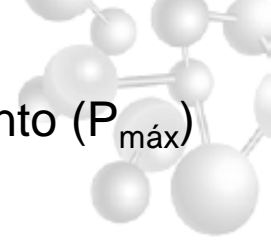
$$L=50 \text{ mm}$$



U_{rf} = módulo de resiliência em flexão, (Nm/m³)
 σ_p = tensão limite de proporcionalidade, (N/m²)
 I_z = momento de inércia da seção transversal em relação a linha neutra, (m⁴)
 y = dist. da linha neutra à fibra externa onde se deu a ruptura, (m)
 S = área da seção transversal, (m²)

$Y=d/2$ (linha neutra encontra-se no meio do CP)

$$E = 5,45 \text{ GPa}$$



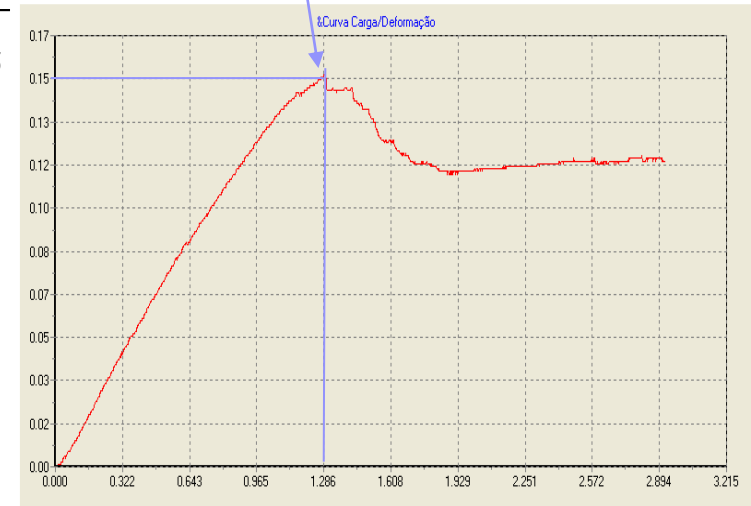
Enfim, calculo da resiliência:

$$U_{rf} = \frac{\sigma_p^2 I_z}{6E y^2 S} = \frac{(25,63 \cdot 10^6)^2 \times 6,32 \cdot 10^{-11}}{6 \times 5,45 \cdot 10^9 \times \left(\frac{3,05 \cdot 10^{-3}}{2}\right)^2 \times 8,156 \cdot 10^{-5}}$$

$$U_{rf} = \frac{\sigma_p^2 I_z}{6E y^2 S} = \frac{4,15 \cdot 10^4}{6,2} = 2,05 \cdot 10^3 \text{ Nm} / \text{m}^3$$

b) Calcular a tenacidade em flexão.

Admitir falha neste ponto ($P_{\text{máx}}$)



Admitindo que a fratura (falha) ocorreu no ponto de carga máxima e descreve uma parábola podemos utilizar a formula abaixo. É razoável esta admissão pois em um compósito a uma falha principal e posteriormente inúmeras falhas secundárias em fibras remanescentes.

Par de pontos na carga máxima ($P=0,15 \times 10^3$; $v=1,286$ mm)

U_{tf} = modulo de tenacidade em flexão, (Nm/m³)
 $P_{\text{máx}}$ = carga máxima (de ruptura) atingida no ensaio, (N)
 $v_{\text{máx}}$ = flexa máxima atingida na carga máxima, (m)
 l = comprimento do CP, (m)
 S = área da seção transversal (m²)

$$S = 8,156 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$P_{\text{máx}} = 0,15 \times 10^3 \text{ N}$$

$$v_{\text{máx}} = 1,286 \text{ mm} = 1,286 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$d = 3,05 \text{ mm}$$

$$b = 26,74 \text{ mm}$$

$$L = 50 \text{ mm} = 50 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$U_{tf} = \frac{2 P_{\text{max}} v_{\text{máx}}}{3Sl} = \frac{2 \times 0,15 \cdot 10^3 \times 1,286 \cdot 10^{-3}}{3 \times 8,156 \cdot 10^{-5} \times 50 \cdot 10^{-3}} = \frac{0,3858}{1,22 \cdot 10^{-5}} = 31,62 \cdot 10^3 \text{ Nm} / \text{m}^3$$

$$U_{tf} = 31,62 \cdot 10^3 \text{ Nm} / \text{m}^3$$



Bibliografia



- Ciência e Engenharia de Materiais – uma Introdução, Willian D. *Callister*, Jr. LTC 5. edição.
- The Science and Engineering of Materials, 4th ed Donald R. *Askeland* – Pradeep P. Phulé.
- *Dieter*, G.E. Metalurgia Mecânica 2.ed. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981.
- Ensaio Mecânicos de Materiais Metálicos, Fundamentos teóricos e práticos. 5°. Edição. Sérgio Augusto de *Souza*
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. *ASTM E8M-01A (2001)*. Standard test methods of tension testing of metallic materials. Metric. Philadelphia.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. *ASTM E9-89a00 (2000)*. Standard Test Methods of Compression Testing of Metallic Materials at Room Temperature

FIM